

5- Físico matemáticas y de la Ciencia de la Tierra

UN CRITERIO DE ISOMORFISMOS PARA MÓDULOS INYECTIVOS SOBRE CLASES DE MONOMORFISMOS

J. E. Macías-Díaz^a, J. S. Macías-Medina^a,

^aDepartamento de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma de Aguascalientes, jemacias@correo.uaa.mx, sieg_macias@hotmail.com

RESUMEN

Partiendo de una definición de la inyectividad de módulos con respecto a clases algebraicas adecuadas de monomorfismos, se establecerán las condiciones generales bajo las cuales dos módulos son isomorfos cuando cada uno es isomorfo a un submódulo del otro. El resultado principal de este trabajo generaliza tanto el criterio de Bumby para el isomorfismo de módulos inyectivos, como el teorema de Cantor-Bernstein-Schröder sobre la cardinalidad de conjuntos. La aplicabilidad del teorema principal abarca los casos de módulos inyectivos puros, y de módulos RD-inyectivos como escenarios particulares. Varios de los resultados tradicionales sobre módulos inyectivos se generalizarán durante el desarrollo de este trabajo, incluídas las propiedades elementales de módulos inyectivos y las propiedades de cápsulas inyectivas.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo, consideramos un anillo R fijo con un elemento identidad 1 , que satisface que 1 no es igual a 0 . En este trabajo, la notación $\text{hom}(A,B)$ representará al conjunto de todos los morfismos de un objeto A a un objeto B dentro de alguna categoría específica. Sin embargo, en esta introducción, los objetos y morfismos considerados serán todos pertenecientes a la categoría de R -módulos izquierdos.

La motivación y el punto de partida de este informe es el siguiente resultado, que es una extensión algebraica del famoso teorema de Cantor-Bernstein-Schröder sobre la cardinalidad de conjuntos.

TEOREMA. Dos módulos inyectivos son isomorfos si son isomorfos a submódulos del otro.

COROLARIO. Dos módulos que son isomorfos a submódulos del otro tienen cascos inyectivos isomorfos.

Un módulo es cuasi-inyectivo si es un submódulo totalmente invariable de cada módulo inyectivo. Alternativamente, el módulo M es cuasi-inyectivo si cada homomorfismo de cualquier submódulo N de M en M se extiende a un endomorfismo de módulos en M . Los módulos inyectivos son claramente cuasi-inyectivos, y cada módulo está contenido como un submódulo en un módulo cuasi-inyectivo mínimo (llamado su casco cuasi-inyectivo), el cual es único salvo isomorfismo canónico.

COROLARIO. Dos módulos que son isomorfos a submódulos del otro tienen cascos cuasi-inyectivos isomorfos.

En vista de estas observaciones, muchas preguntas surgen en la búsqueda de condiciones bajo las cuales dos módulos son isomorfos cuando son isomorfos a submódulos del otro. Por ejemplo,

¿existe un criterio general para el isomorfismo de módulos que extiende el teorema de Bumby y que contemple los casos de módulos RD-inyectivos e inyectivos puros como escenarios particulares? En el presente trabajo, se establecerá una respuesta afirmativa a esta pregunta, y derivaremos varios resultados que generalizan las propiedades compartidos por todas las condiciones de inyectividad de interés.

2. JUSTIFICACIÓN

La plausibilidad de generalizar el teorema de Bumby y el teorema de Cantor-Bernstein-Schroeder a categorías de módulos proyectivos, está fundamentada en el hecho que las propiedades de inyectividad de interés poseen propiedades categóricas comunes. Basados en estos hechos, el problema de extender estos teoremas a la categorías de módulos con propiedades inyectivas, es una tarea interesante desde el punto de vista matemático, más allá de las potenciales aplicaciones de los resultados que se obtengan.

3. RESULTADOS

Se demostró el siguiente teorema para ciertas clases algebraicas H de monomorfismos de módulos, que satisfacen las siguientes propiedades:

- H incluye a todos los isomorfismos.
- H es cerrado bajo composiciones.
- H es cerrado bajo sumas directas de morfismos H -esenciales.
- H contiene todos los sumandos directos.
- H es cerrado con respecto a uniones de cadenas ascendentes numerables.
- Todo módulo posee una cáscara H -inyectiva.

TEOREMA. Sea H una clase algebraica de monomorfismos de módulos. Dos objetos H -inyectivos son isomorfos cuando son H -equivalentes.

Como consecuencia, el teorema de Bumby es válido para módulos inyectivos-puros (respectivamente, RD-inyectivos) que son submódulos puros (respectivamente, relativamente divisibles) uno del otro.

4. CONCLUSIONES

Partiendo de una definición de la inyectividad de módulos con respecto a clases algebraicas adecuadas de monomorfismos, se establecieron condiciones generales bajo las cuales dos módulos son isomorfos cuando cada uno es isomorfo a un submódulo del otro. El resultado principal de este trabajo generaliza tanto el criterio de Bumby para el isomorfismo de módulos inyectivos, como el teorema de Cantor-Bernstein-Schröder sobre la cardinalidad de conjuntos. La aplicabilidad del teorema principal abarca los casos de módulos inyectivos puros, y de módulos RD-inyectivos como escenarios particulares. Varios de los resultados tradicionales sobre módulos inyectivos se generalizarán durante el desarrollo de este trabajo, incluidas las propiedades elementales de módulos inyectivos y las propiedades de cápsulas inyectivas.

BIBLIOGRAFÍA

1. R. T. Bumby, "Modules which are isomorphic to submodules of each other", *Archiv der Math.*, Vol. 16, 1, 1965, pp. 184–185.

HEXAFERRITA DE ESTRONCIO OBTENIDA POR SONOQUÍMICA Y TRATAMIENTO TÉRMICO

R.L Palomino-Resendiz^a , A.M Bolarín-Miró^a , F. Sánchez-De Jesús^a , C.A Cortés-Escobedo^b

^aUniversidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Pachuca de Soto, Hgo. robertopalominomecatronica@gmail.com
anabolarin@msn.com fsanchez@uaeh.edu.mx

^bCentro de Investigación e Innovación Tecnológica del IPN, Azcapotzalco, México D.F.
claudia.alicia.cortes@gmail.com

RESUMEN

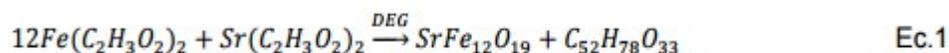
En este trabajo se reporta la obtención de polvos de hexaferrita de estroncio ($\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$), utilizando el método de sonoquímica el cual induce el fenómeno de la cavitación acústica, asistido por tratamientos térmicos. Los compuestos utilizados fueron acetatos de hierro y estroncio, usando como disolvente dietilenglicol. Los tratamientos térmicos se llevaron a cabo en un rango de temperaturas desde los 300 °C hasta 900°C. El análisis mediante rayos X reveló que durante el proceso de cavitación ultrasónica se obtiene un material amorfo. El cual posteriormente experimenta una transformación hacia una estructura cristalina metaestable, maghemita ($\text{Fe}_{2.66}\text{O}_4$) que aparece después de un tratamiento térmico a 300 °C durante 1 h, y se transforma en hexaferrita de estroncio después de aplicar un tratamiento térmico a 700 °C. La hexaferrita de estroncio obtenida muestra una magnetización de 60 emu/g, y 6.38 kOe de coercitividad, mayor de lo esperado para esta ferrita (55 emu/g).

INTRODUCCIÓN

Las hexaferritas (HF) son cerámicos funcionales consideradas como material magnético duro, es decir, de alto campo coercitivo y conocidas como material ferromagnético (1). Su fórmula general es $\text{MFe}_{12}\text{O}_{19}$, donde M es un ion divalente, el cual puede ser sustituido o dopado por iones divalentes metálicos, típicamente Ba^{2+} , Sr^{2+} , Pb^{2+} , etc, los cuales poseen un tamaño similar (radio iónico) sin distorsionar la estructura. Sus propiedades magnéticas dependen de su estructura, teniendo además anisotropía magnetocristalina (MCA), que es una magnetización inducida que tiene una orientación preferencial dentro de la estructura cristalina. Sus aplicaciones más comunes son como material de grabación magnética y almacenamiento de datos (2), debido a su magnetización aproximadamente 60 emu/g y su alto campo coercitivo 5.5 kOe (3). Las hexaferritas han sido obtenidas por diferentes métodos de síntesis: co-precipitación (4-5), síntesis hidrotermal (6), mecano-síntesis (7-3), proceso sol-gel (8), microemulsión (4), entre otros. El uso de irradiación de ultrasonido o sonicación para la producción de nanopartículas, ha sido un tema de investigación de gran interés en los últimos años, la sonoquímica es un método en el cual las moléculas experimentan una reacción química, debido a la aplicación de la radiación de ultrasonido (20 KHz – 10 MHz). Esta radiación de ultrasonido induce el fenómeno de la cavitación acústica, el cual consiste en la creación de muchas burbujas debido a la relajación y compresión de un líquido solvente, estas burbujas implosionan generando ondas de choque que causan una modificación estructural de los objetivos que están siendo irradiados con ultrasonido (9). Este trabajo se trata de la síntesis de partículas de hexaferrita de estroncio, usando como materiales precursores acetatos de hierro y estroncio, en un solvente con agua como agente oxidante y Dietilenglicol como medio quelante. Este método es propuesto como simple, económico y amigable con el medio ambiente para la síntesis de este tipo de material.

DESARROLLO EXPERIMENTAL

Para desarrollar la parte experimental, se hicieron los cálculos previos para conocer los pesos estequiométricos de los precursores acetato de hierro $(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2)_2\text{Fe}$ y acetato de estroncio $(\text{C}_2\text{H}_3\text{O}_2)_2\text{Sr}$, los cuales fueron disueltos en 50 ml de solvente, la cual consistió en una mezcla de Dietilenglicol y H_2O en una relación de 2:1, según la siguiente reacción que corresponde a la obtención de la hexaferrita de estroncio.



La mezcla se sometió a sonicación con el dispositivo Ultrasonic Homogenizer Model 300VT, con una variación de tiempo de irradiación de sonido en 10 min y 3 horas. Las soluciones resultantes se centrifugaron a 12000 rpm durante 15 minutos se aplicaron dos lavados con metanol, posteriormente se secaron a 80 °C durante 1 h.

Para el análisis de DRX Se utilizó un difractómetro de la marca Inel Equinox 2000 con radiación de $\text{CoK}\alpha_1$ ($\lambda = 1.7890 \text{ \AA}$), las mediciones de los patrones fueron realizados en un intervalo de $20\text{-}85^\circ\text{C}$ con incrementos de 0.02 (2θ). La caracterización magnética se realizó en el equipo Microsense EV7 Vibrating Sample Magnetometer. Las mediciones se realizaron en un campo aplicado a temperatura ambiente con rango de $\pm 18 \text{ kOe}$.

RESULTADOS Y DISCUSIONES

En la Figura 1 se muestra el difractograma de los polvos obtenidos por sonicación de 10 minutos con tratamiento térmico a diferentes temperaturas. Tal como se puede observar que bajo estas condiciones experimentales el proceso de sonoquímica no permite completar la reacción Ec. (1), debido a la ausencia de los correspondientes picos de difracción de la $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ en el patrón de DRX, así que se necesita un proceso térmico para lograr la reacción. A pesar del tratamiento térmico hasta 900°C , no hay picos de DRX correspondientes a la hexaferrita, por lo tanto, se puede concluir que en 10 minutos de sonicación, la estructura hexaferrita no puede ser sintetizada.

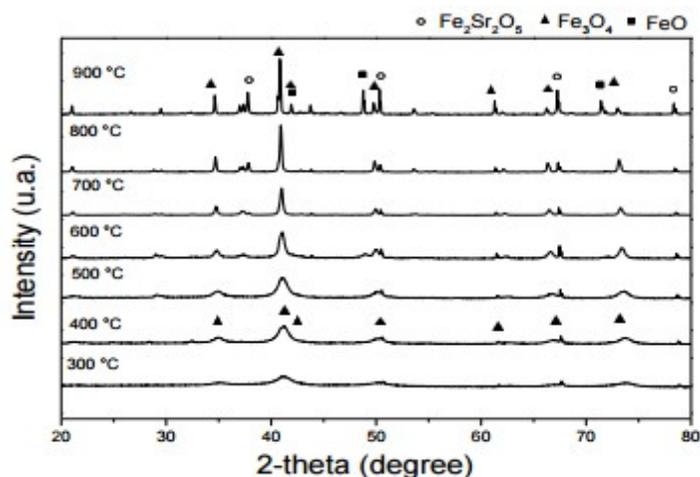
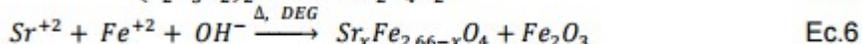
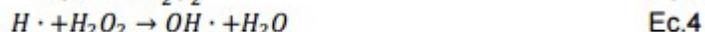
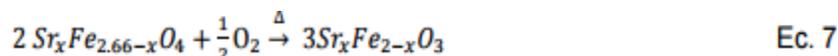


Fig. 1 Difractograma de los experimentos con tiempo de sonicación de 10 minutos y tratamiento térmico a diferentes temperaturas (300 a 900°C).

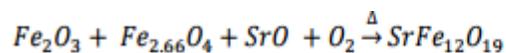
En la Figura 2 se presenta el difractograma de los polvos obtenidos por sonicación de 3 horas con tratamiento térmico a diferentes temperaturas, donde se corrobora que a pesar de no obtener la hexaferrita del proceso de sonicación, si se aplica un tratamiento térmico superior a 700°C , se obtiene la estructura deseada, hexaferrita. Se aprecia que cuando la temperatura del tratamiento térmico es de 300°C , se observan picos correspondientes a una mezcla de maghemita, $\text{Fe}_{2.66}\text{O}_4$ y pequeñas cantidades de hematita Fe_2O_3 , mostrado en la Figura 2, por lo tanto los polvos con tratamiento térmico a baja temperatura (300°C) consisten en maghemita ($\gamma\text{-Fe}_2\text{O}_3$), la cual es magnetita deficiente de hierro ($\text{Fe}_{2.66}\text{O}_4$) y pequeñas cantidades de hematita (Fe_2O_3), la cual fue formada siguiendo el mecanismo:



Al aumentar la temperatura hasta los 400°C , la cantidad de hematita incrementa, esto, como producto de la oxidación de la magnetita en una atmosfera oxidante a altas temperaturas, acorde a la siguiente ecuación.



A temperaturas por encima de los 700°C , la hexaferrita de estroncio se forma, y el proceso de síntesis es completado a los 800°C , siguiendo el mecanismo:



Ec. 8

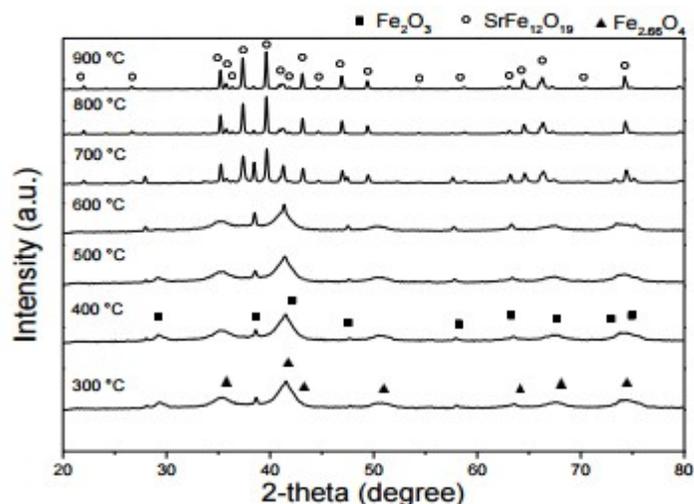


Fig. 2 Difractogramas de los experimentos con tiempo de sonicación de 3 horas y tratamiento térmico a diferentes temperaturas (300 a 900 °C).

En la figura 3 se muestra el ciclo de histéresis magnético de los polvos sintetizados por sonoquímica y con tratamiento térmico a diferentes temperaturas, se observa que para el polvo con tratamiento térmico a 800 °C muestra una saturación de magnetización de 62.3 emu/g y un campo coercitivo de 6.5 kOe, muy acorde con lo reportado para este tipo de material (3), las curvas de histéresis del tratamiento térmico a temperaturas de 300 y 500 °C indican que existe la presencia de un material magnéticamente blando con una magnetización de 20 y 45 emu/g, con una magnetización de saturación débil, debido a la formación de fases de material ferrimagnético, las curvas de histéresis del tratamiento térmico a 700 y 800 °C indican un comportamiento ferromagnético, comprobando que existió un cambio de fase inducido por el tratamiento térmico, esto se muestra en el difractograma de la figura 2 en el cual se identificó la formación de la hexaferrita.

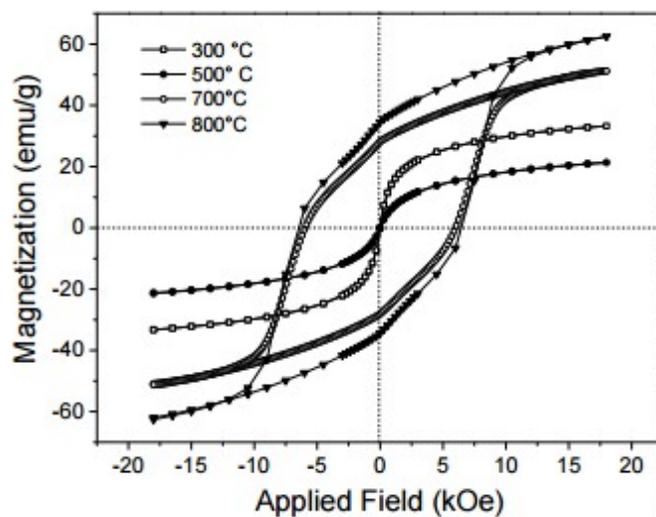


Fig. 3 Curva de histéresis magnética de los experimentos con tiempo de sonicación de 3 horas con tratamiento térmico a diferentes temperaturas.

CONCLUSIONES

Se sintetizó exitosamente hexaferrita del tipo M con fórmula $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$, mediante sonoquímica de mezclas de acetatos en una solución poliol, los óxidos resultantes se caracterizaron por diferentes técnicas, esto permitió proponer un mecanismo de reacción que se resume en la formación de fases de magnetita y hematita dopadas con cationes de Sr^{2+} , ambas fases, previas a la formación de la ferrita hexagonal. Se observó que el método de síntesis propuesto promueve la formación de un material amorfo, el cual se cristaliza, al aplicarle un tratamiento térmico, a temperaturas superiores a 300°C esto debido a fenómenos de difusión en estado sólido. Se puede concluir que la sonicación de un complejo poliol durante 3 horas asistido por un tratamiento térmico por encima de los 700°C permite la obtención de una fase pura de hexaferrita de estroncio.

BIBLIOGRAFÍA

1. C. M. Fang, F. Kools, R. Metselar, G. de With, R. A. de Groot, "Magnetic and electronic properties of strontium hexaferrite $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ from first-principles calculations", *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol 15, 2003, pp. 6229-6237.
2. R. C. Pullar, "Hexagonal ferrites: A review of the synthesis, properties and applications of hexaferrite ceramics", *Progress in Materials Science*, Vol 57, 2012, pp. 1191-1334.
3. A.M. Bolarín Miró, F. Sánchez De Jesús, C.A. Cortés Escobedo, S. Díaz De la Torre, R. Valenzuela, "Synthesis of M-type $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ by mechanosynthesis assisted by spark plasma sintering", *Journal of Alloys Comp.* 2014, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jallcom.2014.11.124>
4. P.E. García Casillas, J.A. Matutes Aquino, B.J. Palla, D.O. Shah "Estudio comparativo de las propiedades magnéticas de ferritas hexagonales de Bario obtenidas por los métodos de coprecipitación y microemulsión", *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*, Vol 38, 6, 1999, pp. 549-553.
5. M. M. Rashad, I. A. Ibrahim, "A novel approach for synthesis of M-type hexaferrites nanopowders via the co-precipitation method", *Journal of Material Science: Materials in Electronics*, Vol 22, 2011, pp. 1796-1803.
6. M. Jean, V. Nachbaur, J. Bran, J.M Le Breton, "Synthesis and characterization of $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ powder obtained by hydrothermal process", *Journal of Alloys and Compounds*, Vol 496, 2010, pp. 306-312.
7. F. Sánchez De Jesús, A.M. Bolarín Miró, C.A. Cortés Escobedo, R. Valenzuela, S. Ammar, "Mechanosynthesis, crystal structure and magnetic characterization of M-type $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ " *Ceramics International*, Vol 40, 2014, pp. 4033-4038.
8. W. Zhong, W. Ding, N. Zhang, J. Hong, Q. Yan, Y. Du, "Key step in synthesis of ultrafine $\text{BaFe}_{12}\text{O}_{19}$ by sol-gel technique", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol 168, 1997, pp. 196-202.
9. R. Alvarado, F. Solera, J. Vega-Baudrit, "Síntesis sonoquímica de nanopartículas de óxido de Zinc y de Plata estabilizadas con Quitosano. Evaluación de su actividad microbiana", *Revista Iberoamericana de Polímeros*, Vol 15, 3, 2014, pp. 134-148.

INTRODUCCION A LA VALUACIÓN DE OPCIONES EXOTICAS

Alejandra Cortés Guevara, Dr. Víctor Hugo Vázquez Guevara^b, Dr. Hugo Adán Cruz Suárez^c

^{a,b,c}Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

201124520@alumnos.fcfm.buap.mx, vvazquez@fcfm.buap.mx, hcs@fcfm.buap.mx

RESUMEN

El trabajo realizado consta de una parte teórica en donde se encuentran definiciones y fórmulas elementales para llevar a cabo la valuación de opciones exóticas. La segunda parte es práctica, en donde se ha realizado un programa en VBA en el cual se emplean los conocimientos dados en la primer parte, mediante este programa se pretende lograr una mejor explicación del tema, ya que en el contexto de los instrumentos financieros, las opciones son productos muy populares y difundidos debido a que ayudan a disminuir el riesgo en algunas negociaciones.

Las opciones que son más complejas que las opciones comúnmente negociadas se denominan exóticas. Incorporan distintas variantes ("exoticidades") que pueden llegar a complicar el cálculo de la valoración de la opción en gran medida. En muchos casos, para valorarlas se emplea la generación de números aleatorios en base al método estadístico de Montecarlo.

1. INTRODUCCIÓN

La importancia del estudio de las opciones para los inversionistas es debida a la especulación y a la cobertura que ofrecen; por su versatilidad permiten al inversionista realizar estrategias para lograr sus objetivos dentro del mercado, por otra parte tienen facilidad de combinarse con otros instrumentos financieros.

Definición 1.1 (Opción). Contrato entre el tenedor y el escritor que da el derecho al tenedor pero no la obligación de comprar o vender cierta cantidad de acciones a cierto precio en una determinada fecha.

Como las opciones son instrumentos financieros que derivan su valor de otro instrumento llamado activo subyacente, suelen a menudo denominarse derivados. Las opciones, por ser contratos que se emiten sobre un determinado activo subyacente y poseen una fecha de expiración, son contratos normalizados, lo que ayuda a dar una mayor liquidez a los mercados financieros, ya que los inversionistas se concentran en los títulos de éstas y aumentan la negociación. Formalmente:

Definición 1.2 (opción asiática). Tipo de opción para las cuales el precio del activo subyacente en el vencimiento se determina como la media de las cotizaciones del mismo durante un período de tiempo. Reducen las posibilidades de manipulación del precio del subyacente en fechas próximas a la expiración. Además como el valor de la opción no depende del precio S_t sino del precio promedio, son opciones dependientes de la trayectoria del precio del subyacente.

Definición 1.3 (opción barrera). Tipo de opción cuya principal característica es que la expiración o iniciación de la opción ocurre cuando el precio del activo subyacente alcanza algunos valores determinados, denominados niveles barrera.

Las opciones se subdividen en opciones tipo Call y tipo Put.

Definición1.4 (opción Call). Las opciones Call son aquellas que dan el derecho de adquirir un bien.

Definición1.5 (opción Put). Las opciones Put son aquellas que seden el derecho de vender un bien.

Definición1.6 (in the money). Se dice que una opción Call está “in the money” cuando el precio de ejercicio está por debajo del precio de mercado del activo subyacente.

Definición1.7 (in the money). Se dice que una opción Put está “in the money” cuando el precio de ejercicio está por encima del precio de mercado del activo subyacente.

Definición1.8 (out the money). Se dice que una opción Call está “out the money” cuando el precio de ejercicio está por encima del precio de mercado del activo subyacente.

Definición1.9 (out the money). Se dice que una opción Put está “out the money” cuando el precio de ejercicio está por debajo del precio de mercado del activo subyacente.

Se puede observar que se habla de diversos parámetros que se denotarán por:

- E, indica el precio de ejercicio al cual se comprará o venderá el bien
- n, indica el número de que se dividirá T
- S(i) indica el precio del subyacente en fechas tomadas como referencia ($i = 0 \dots n$)
- r, es la tasa de interés libre de riesgo
- σ , es la volatilidad .

2. DESARROLLO TEÓRICO

Definición 2.1 (Opción Exótica). Tipo de opción cuya estructura de resultados es diferente a la de las opciones básicas, y que han surgido con la intención de abaratar el costo de las primas de éstas, o bien para ajustarse adecuadamente a determinadas situaciones. Generalizando, se suele denominar opciones exóticas a todas aquellas cuyo valor en la fecha de maduración no es el de una opción call ni el de una put.

2.2 Opción Asiática.

Las opciones básicas (europeas o americanas), dependen sólo del valor que tiene el subyacente, S_t en el instante en que se ejerce. Por ejemplo, para el caso de una opción europea call, si en la fecha de maduración el precio del activo subyacente sufre un cambio fuerte hacia abajo, la opción cambiaría bruscamente de estar “in the money” a estar “out the money”, es decir, la opción valdría 0, por lo que no se ejercería el derecho de comprar el activo subyacente.

Una forma de neutralizar (hasta cierto punto) estos cambios repentinos en el precio de la opción, es obtener un contrato sobre el valor promedio del precio del subyacente. Por otro lado, el hecho de que una opción esté basada en una media, reduce distorsiones en los precios debido a la carencia de un mercado suficientemente amplio del subyacente. Lo anterior son las dos principales razones por las que el uso de este tipo de opciones ha tenido un gran auge en el ámbito financiero en los últimos años.

El promedio utilizado normalmente es la media aritmética, aunque en ocasiones también se utiliza la media geométrica. El vencimiento de la opción suele coincidir con el momento en el que se toma el último precio incorporado a la media.

El precio de una opción call asiática en la fecha de vencimiento T (considerando al tiempo de forma continua) está dado por

Max(

El precio de una opción put asiática en la fecha de vencimiento T está dado por

Max(

En práctica, el tiempo se considera discreto, así reemplazando el promedio continuo por el aritmético :

O bien por el promedio geométrico

en donde, $0 \leq t_1 \leq t_2 < \dots < t_n \leq T$.

La dependencia de las trayectorias para opciones asiáticas, es en cierto sentido más complejo, en comparación con las opciones básicas. El valor de la opción depende del número de valores de la opción tomados, no solo de los extremos.

Valuación de opciones asiáticas

Dado que la diferencia fundamental entre valorar opciones europeas y asiáticas radica en la cantidad a restarse (o ser restada) del precio de ejercicio, es necesario obtener el mencionado promedio mediante el Método de simulación de Monte Carlo. Para esto, se simula cierta cantidad (digamos M) de trayectorias de longitud n de precios del activo subyacente bajo los supuestos del modelo de Black y Scholes y para cada una de ellas se calcula el promedio aritmético (o geométrico) para posteriormente calcular el valor de la opción de cada trayectoria mediante (en el caso Call)

$$e^{-rT} \text{Máx} (0, A(S^j(T)) - E), \text{ donde } A(S(T)) =$$

y el súper índice indica que se trata de la trayectoria j -ésima.

Finalmente, el valor de la opción se obtiene al promediar los M valores obtenidos anteriormente.

2.3 Opciones barrera.

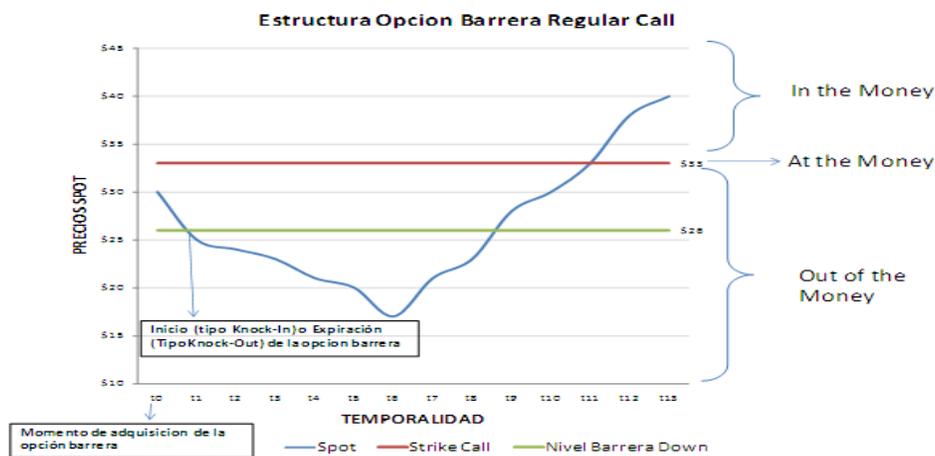
En vista que el nivel barrera puede ubicarse por arriba o por debajo de los precios del activo subyacente en el momento $t=0$, la opción puede adquirir el nombre de Up (nivel barrera mayor a S_T) o Down (nivel barrera menor al S_T).

En el lenguaje financiero se utilizan los términos Knock-in y Knock-out. El término Knock-In implica que la opción se iniciara cuando el precio del activo subyacente alcance la barrera especificada, por el contrario, el término Knock-out representa que la opción expirara en el momento en que el activo subyacente alcance dicha barrera.

Nótese que lo anterior muestra las posibles combinaciones de opciones barrera que pueden surgir. Cuando se habla de una combinación de opciones barrera, por ejemplo, Up and knock-in, se les denomina opciones barrera de tipo Up and In, de esta forma se conforman cuatro tipos de opciones barrera.

Existen ocho tipos de opciones barrera, dado que los cuatro tipos (mencionados arriba) pueden ser opciones tipo Call o Put.

Figura 2.3.1 El siguiente grafico muestra la estructuración de una opción barrera regular Call



A continuación se definirán las principales características de las opciones Knock-Out y Knock-In de opciones regulares.

Opciones barrera tipo knock out

Una opción tipo Knock-Out contiene todas las características de las opciones básicas, añadiendo un segundo precio strike conocido como nivel barrera, disparador o outstrike, el cual es el precio al cual la opción expira cuando el activo subyacente alcanza o sobrepasa dichos niveles de precio.

Las opciones barrera knock-out ordinarias contienen el riesgo de permitir la expiración de la opción antes del periodo de maduración. Cabe mencionar que entre menor es la diferencia entre el precio de ejercicio y el nivel barrera, menor es el costo de la prima que se paga por la opción, lo que implica mayores ahorros respecto a la opción básicas. El precio de la opción también es influido por el tiempo de maduración de la opción, puesto que entre mayor sea el tiempo, mayor será la posibilidad de que el subyacente llegue al nivel barrera.

Opciones barrera tipo knock in

La opción barrera Knock-In, contrario a las opciones knock-Out, comienza a existir cuando el precio del activo subyacente alcanza al nivel barrera definido. Al adquirir una opción desactivada, el inversionista está expuesto a que los precios del activo subyacente lleguen al nivel barrera definido, y de nuevo el pago de la prima puede no representar el derecho a comprar o a vender algo a un precio determinado.

Cabe mencionar que entre menor es la diferencia entre el precio de ejercicio y el nivel barrera, mayor es el costo de la prima que se paga por la opción.

Los precios de las opciones barrera están influidos principalmente por tres factores, los cuales son la proximidad del valor S_T al nivel barrera, la volatilidad del activo y la fecha de maduración, ya que estos factores facilitan o dificultan que los precios del subyacente alcancen el nivel barrera. El efecto que cada uno de los factores tiene sobre la prima de una opción barrera tipo Knock Out es inverso al efecto que tienen sobre una opción barrera tipo Knock In.

La valuación de opciones barrera usando el método de Monte Carlo es similar a la valuación de opciones asiáticas, por ejemplo para una barrera de tipo call up and out se debe también simular cierto número de trayectorias del precio del subyacente para posteriormente calcular

$$e^{-rT} \text{Máx} (0, S^i(T) - E)$$

si el máximo del precio del subyacente en esa trayectoria fue menor que la barrera, y como cero en otro caso. Finalmente, el valor de la opción es el promedio de estas cantidades.

3. PARTE EXPERIMENTAL

A continuación se presente una valuación realizada el día 2 de abril del año en curso (2015), la opción será sobre una acción de MacDonald's Corporation realizada en un programa hecho en VBA.

Empecemos definiendo los datos necesarios para calcular el valor de la opción asiática call;

El precio al inicio de la vida de la opción es $S_0 = \$96.29$, se ha definido el precio de ejercicio $E = \$95$ y La tasa de interés libre de riesgo $= 3.22\%$ Cetes a 27 días.

Se acuerda el contrato en la fecha 01.07.13 (1 de julio del 2013) y se planea ejercer el derecho (si así conviene) de comprarlo en la fecha 01.02.15 (1 de febrero del 2015), así que el tiempo de vida de la opción es $T = 19$ meses.

Como ya se vio en la teoría, el valor de la opción asiática se calcula mediante la media de los precios del activo subyacente, por lo que se decide tomar 30 precios diferentes en 20 trayectorias.

Al introducir todos estos datos a dicho programa, se obtiene finalmente que el valor de la opción asiática call es \$ 2.5069835.

En la Figura 3.1 podemos observar el valor de la misma opción considerando distintas fechas de expiración.

Figura 3.1



CONCLUSIONES

A diferencia de las opciones de tipo americano y europeo, los métodos binomiales no son la mejor herramienta para valorar opciones exóticas. Sin embargo, en este caso el método de simulación de Monte Carlo es más adecuado.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Higham D. An introduction to financial option valuation. Cambridge 2004.

[2] Alducin Yóbal Rocío. Modelos de Árboles Binomiales con Volatilidad Implícita. Tesis de Maestría en Ciencias (Matemáticas). FCFM-BUAP, 2012.

FABRICACIÓN DE SUSTRATOS METÁLICOS PARA MEJORAMIENTO DE LA ESPECTROSCOPIA RAMAN

Mónica Monserrat Martínez García¹, Pablo Eduardo Cardoso Ávila¹ y Juan Luis Pichardo Molina¹

¹ Centro de Investigaciones en Óptica, A. C.. monsemtzgca@cio.mx pecardoso@cio.mx, jpichardo@cio.mx

RESUMEN

La espectroscopia Raman mejorada mediante superficies (SERS) permite la detección de analitos en bajas concentraciones. El presente trabajo muestra el método de fabricación de sustratos plasmónicos de bajo costo y alta reproducibilidad para la detección de analitos tanto en líquido como en sólido. Se sintetizaron nanopartículas (NPs) cúbicas cóncavas de oro mediante un método de recrecimiento de semilla, para posteriormente caracterizarlas en tamaño y morfología mediante microscopia electrónica de barrido. Las NPs de oro fueron depositadas por goteo sobre un sustrato de aluminio que previamente fue electropulido y funcionalizado. Rodamina 6G fue elegida como analito para probar la eficiencia de los sustratos. Los espectros Raman de los sustratos fueron obtenidos en dos momentos distintos: al colocar la gota de rodamina 6G sobre el sustrato (análisis en líquido) y al secarse (análisis en sólido). En ambos casos, la señal Raman fue obtenida en diferentes puntos de la gota para probar la homogeneidad de éstos. Nuestros resultados muestran que mediante un proceso simple y de bajo costo, es posible fabricar sustratos altamente reproducibles y homogéneos, permitiendo alcanzar un límite de detección de hasta 10^{-14} M para Rodamina 6G.

1. INTRODUCCIÓN

La espectroscopia Raman proporciona información importante de las moléculas, tales como su estructura, información de la superficie, entre otras. Sin embargo, esta señal es varios órdenes de magnitud más débil que la señal de fluorescencia, haciendo difícil la aplicación de la técnica en la mayoría de los casos.

Luego del descubrimiento de la técnica de mejoramiento raman por superficie (SERS) por Fleischmann *et al* en 1974(1), diversos grupos se han dedicado a probar nuevas metodologías para crear sustratos en los cuales se logre alta reproducibilidad y sensibilidad que permita la obtención de espectros de manera sencilla y de bajo costo (1,2).

SERS es una técnica espectroscópica altamente sensible a las mediciones en la superficie, en la cual se da un mejoramiento en la dispersión raman, debido a la adsorción de moléculas con partículas metálicas presentes en superficies rugosas (3,4,5).

Existen un sin número de trabajos en los cuales se enfocan en el estudio de sustratos usando nanopartículas metálicas con varias morfologías para aplicaciones SERS, tales como nanoesferas, nanocubos, así como agregados y arreglos dimensionales. El estudio de sustratos SERS se ha ampliado, especialmente por sus potenciales aplicaciones en el campo de la biología, medicina medio ambiente y contaminación de alimentos(1,2).

En el presente trabajo se analiza el mejoramiento de la señal raman por superficie en sustratos de aluminio con depósito de nanocubos cóncavos de oro, el cual presenta alta homogeneidad, así como alta sensibilidad, permitiendo detecciones de rodamina 6G del orden de 10^{-14} M.

2. PARTE EXPERIMENTAL

La preparación de las nanopartículas cúbico-cóncavas de oro, se realiza por método de reducción, tal como viene descrito en (5). Se sintetizan las semillas, para luego agregarlas a una solución de crecimiento y recrecerlas. Los nanocubos cóncavos se lavaron mediante centrifugación, para remover el exceso de surfactante, que pueda interferir con la señal raman del analito.

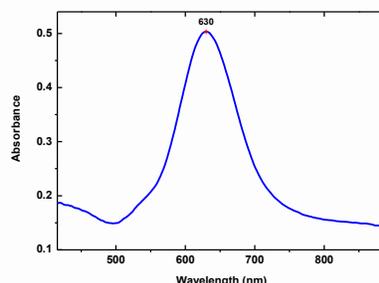


Figura 1 Espectro de absorción de la solución de nanocubos cóncavos de oro. El pico máximo se encuentra centrado en 630nm.

El espectro de absorción de la solución de nanopartículas, teniendo su pico máximo en 630nm. La caracterización en morfología y tamaño, se realizó mediante microscopía de barrido electrónico (SEM, model JSM -7800F JEOL), encontrando que el tamaño promedio de los nanocubos es 58 ± 7 nm. La morfología y uniformidad de depósito se pueden ver en la figura(2). En dicha figura, se puede apreciar tanto la concavidad como la uniformidad de depósito de las nanopartículas sobre el sustrato.

Los nanocubos de oro se depositaron en sustratos de aluminio. Los cuales primero fueron sometidos a un proceso de electropulido. Luego, se funcionalizó su superficie con APTS ((3-

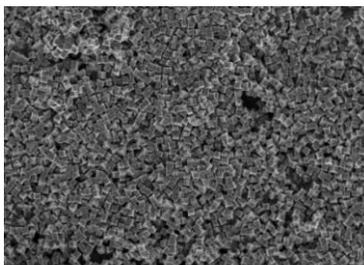


Figura 2 Microscopía de Barrido electrónico de nanocubos cóncavos de oro, depositados sobre un sustrato de aluminio electropulido. El tamaño promedio de las nanopartículas es 58 ± 7 nm.

Aminopropyl)triethoxysilane) 6 en metanol al 5% y se secaron a una temperatura de 100°C .

Luego de esto, se les depositó una solución de nanocubos cóncavos mediante goteo, se espera a que sequen y se les deposita una segunda gota sobre la primera.

El espectro Raman de los sustratos se analizó mediante un microscopio Raman *Renishaw InVia*. La adquisición de los espectros se realizó en la línea láser de 785nm, con el objetivo de microscopio de 20X, a una razón de 20 acumulaciones y 1s de tiempo de integración, y con una potencia media del láser de 4W.

Una gota de Rodamina 6G de 3 μ L con concentraciones de 10⁻⁶M, 10⁻⁸M y 10⁻¹²M, se depositó sobre la gota seca de nanocubos, y se midió su espectro Raman en líquido. El espectro Raman promedio de dichas mediciones se muestra en la figura (3).

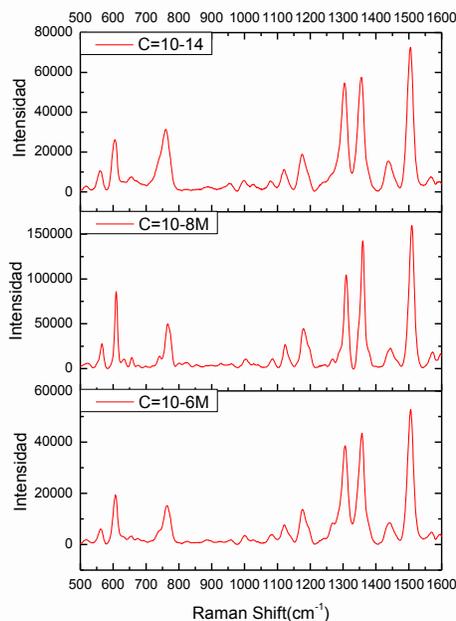


Figura 3 Espectro Raman promedio de del análisis de R6G en líquido para concentraciones de 10⁻⁶M, 10⁻⁸M y 10⁻¹⁴M.

Una vez seca la gota de rodamina depositada sobre los nanocubos, también se obtiene su espectro Raman, en un área de 5 μ m \times 5 μ m, bajo las mismas condiciones que el espectro de muestras en líquido. en la figura () se muestra un mapa de intensidades para la concentración de 10⁻⁶M, en el cual se ve la homogeneidad de la señal raman, lo que se traduce en una homogeneidad en el depósito de las nanopartículas .

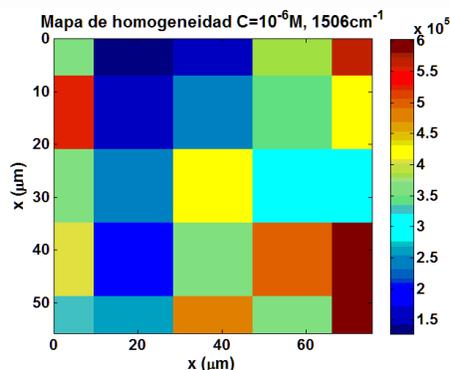


Figura 4 Mapa de homogeneidad de intensidad raman, para la banda de 1506cm-1, en la concentración de R6G de 10-6M.

3. CONCLUSIONES

Este trabajo presenta una manera alternativa de preparar sustratos sers se logró crear un sustrato SERS funcionalizado con APTS. El cual presenta alta homogeneidad, fácil de preparar y de costo accesible. Primero el sustrato fue sometido a electropulido, para luego funcionalizar su superficie con apts y después se les depositó por goteo nanopartículas cóncavas de oro. Se utilizó rodamina 6g como analito, y se midió su espectro raman en condiciones líquidas, y cuando se secó sobre la gota de las nanopartículas, logrando analizar concentraciones de 10^{-6} m, 10^{-8} m y 10^{-14} m.

BIBLIOGRAFÍA

- (1) Cao, Y., Li, D., Jiang, F., Yang, Y., & Huang, Z. (2013). Engineering metal nanostructure for SERS application. *Journal of Nanomaterials*, 2013.
- (2) Sharma, B., Fernanda Cardinal, M., Kleinman, S. L., Greeneltch, N. G., Frontiera, R. R., Blaber, M. G., ... & Van Duyne, R. P. (2013). High-performance SERS substrates: Advances and challenges. *MRS bulletin*, 38(08), 615-624.
- (3) Anuratha, M., Jawahar, A., Umadevi, M., Sathe, V. G., Vanelle, P., Terme, T., ... & Benial, A. M. F. (2014). Orientation of N-(1-(2-chlorophenyl)-2-(2-nitrophenyl) ethyl)-4-methylbenzenesulfonamide on silver nanoparticles: SERS studies. *Spectrochimica Acta Part A: Molecular and Biomolecular Spectroscopy*, 131, 261-267.
- (4)) Han, Xuemei, et al. "Highly sensitive, reproducible, and stable SERS sensors based on well-controlled silver nanoparticle-decorated silicon nanowire building blocks." *J. Mater. Chem.* 22.28 (2012): 14127-14132.
- (5) Brust, M., Bethell, D., Kiely, C. J., & Schiffrin, D. J. (1998). Self-assembled gold nanoparticle thin films with nonmetallic optical and electronic properties. *Langmuir*, 14(19), 5425-5429.
- (6) Zhang, J., Langille, M. R., Personick, M. L., Zhang, K., Li, S., & Mirkin, C. A. (2010). Concave cubic gold nanocrystals with high-index facets. *Journal of the American Chemical Society*, 132(40), 14012-14014.

APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE MINERÍA DE DATOS, PARA LA GENERACIÓN DE PRONÓSTICOS DE DISPONIBILIDAD DE AGUA EN LA CUENCA BAJA DEL RÍO SAN LORENZO

Ana Laura Herrera Prado^a, Diego Uribe Agundis^b, Arturo Ruíz Luna^c,

^aInstituto Tecnológico de Mazatlán, anlauherrera@gmail.com, analaura@itmazatlan.edu.mx,

^bInstituto Tecnológico de la Laguna, diegouribeagundis@gmail.com,

^cArturo Ruíz Luna, Centro de Investigación en Alimentación y Desarrollo, A.C., arluna@ciad.mx

RESUMEN

La Minería de Datos tiene un papel muy importante como tecnología de apoyo para explorar, analizar, comprender y aplicar el conocimiento adquirido de grandes volúmenes de datos, así como para identificar tendencias y comportamientos en la información, que faciliten una mejor comprensión de los fenómenos que nos rodean y ayudan en la toma de decisiones. En este estudio, se verificó la viabilidad del uso de diversas técnicas de minería de datos, como una herramienta computacional para predecir la disponibilidad de agua para fines agrícolas en la cuenca baja del río San Lorenzo. Este trabajo se basó en una revisión bibliográfica sobre estos temas y el análisis de repositorios disponibles en diversas instituciones mexicanas. Posteriormente, se definió, seleccionó y generó un dominio de datos. El cual se pre-procesó y transformó para entender el significado de los atributos, detectar errores de integración y lograr un dataset adecuado para construir modelos de series de tiempo. Las técnicas predictivas evaluadas fueron: Máquina de Soporte Vectorial, Regresión Lineal y Perceptrón Multicapas. El análisis y comparación de los patrones en series temporales arrojó como resultados: a) el escurrimiento del río San Lorenzo muestra dos comportamientos en periodos de tiempo distintos debido a la construcción y operación de la presa "José López Portillo" y b) las lluvias y evaporaciones registradas tienen un comportamiento estacional característico, reflejando los fenómenos meteorológicos esporádicos como huracanes o tormentas que ocurren en la región. Se obtuvieron correlaciones significativas al contrastar los resultados de las predicciones de las técnicas estudiadas, con los datos observados. Los coeficientes de correlación más altos se obtuvieron con la técnica Regresión Lineal. En conclusión, es viable el uso de técnicas de predicción para aplicarse en la generación de pronósticos de disponibilidad de agua hasta por un periodo de tres años, en la cuenca baja del río San Lorenzo.

1. INTRODUCCIÓN

En todos los sistemas hídricos donde el agua es limitada y tiene muchos usuarios, cada uno de ellos quisiera disponer siempre de cantidades suficientes de dicho recurso. Cualquier situación diferente, en muchas ocasiones produce inconformidades por parte de los usuarios, o en algunos casos, conflictos ambientales, sociales o productivos. Las autoridades encargadas de administrar el recurso, en el caso de México la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA), tienen la dificultad de distribuir el agua de la manera más equitativa. Sin embargo, en cada periodo anual existe una disponibilidad finita de agua, la cual tiene que satisfacer a más usuarios cada vez. Para elaborar un análisis de disponibilidad realista del agua, se requiere contar con registros estadísticos de las entradas, que permitan conocer de manera adecuada la variación del volumen de lluvias, escurrimientos y almacenamiento (presas, embalses o acuíferos). Con esto se tendría la posibilidad de definir la manera de aprovechar el recurso agua, con la idea de impedir que el vital

líquido se termine de forma prematura. Cabe destacar que esta información se registra constantemente en repositorios oficiales de datos, mismos que pueden ser utilizados por la Minería de Datos, (en inglés data mining, DM). La Minería de Datos, es una de las técnicas más utilizadas actualmente para analizar y extraer la información útil de grandes bases de datos. Se fundamenta en varias disciplinas, como la estadística, las técnicas de visualización de datos, los sistemas para tomas de decisión, el aprendizaje automático o la computación paralela y distribuida, con la finalidad de extraer patrones, describir tendencias, predecir comportamientos y sobre todo, producir beneficios a aquellas entidades que posean amplias bases de datos de, aparentemente, escasa utilidad [1].

La vocación agrícola del Estado de Sinaloa, además de su riqueza hidrológica basada en los once ríos que lo irrigan, requiere de una comprensión adecuada de los balances de agua. Por otro lado, la diversidad climática, topográfica y biológica con la que cuenta el Estado de Sinaloa hace necesaria la determinación de los requerimientos de agua para uso agrícola (riego) y el mantenimiento de ambientes naturales entre otros usos. Este proyecto logró verificar que la minería de datos, aplicada a las bases de datos disponibles, permite determinar la disponibilidad de agua de una cuenca en Sinaloa, como la del Río San Lorenzo. Esta información podría servir de referencia para realizar el balance hídrico de dicha cuenca en cualquier momento dentro de las fechas en las que se tenga registro, así como constituirse en una herramienta de previsión de eventos futuros como posibles crecidas o sequías.

2. TEORÍA

La Minería de Datos es una etapa del proceso de generación de conocimiento a partir de bases de datos (KDD, por las siglas en inglés de Knowledge Discovery in Databases), e incluye el análisis de grandes volúmenes de datos, con el objetivo de encontrar relaciones no conocidas y resumirlas de forma novedosa y útil para los dueños de la información [2]. Durante ese proceso, se aplican técnicas y herramientas para extraer y presentar el conocimiento implícito, previamente desconocido, potencialmente útil y comprensible. Uno de los objetivos de la minería de datos es que mediante el uso de sus herramientas se pueden predecir futuras tendencias y comportamientos, permitiendo tomar decisiones proactivas y conductivas por un conocimiento a partir de la información. Asimismo, dichas herramientas exploran las bases de datos en busca de patrones ocultos, descubriendo información predecible que un experto no puede llegar a hallar porque se encuentra fuera de sus expectativas [3].

El ciclo hidrológico determina los movimientos del agua en el sistema terrestre a través de tres procesos básicos: la precipitación, la evapotranspiración y la escorrentía. Con ellos modula el clima y la dinámica fluvial que hace posible la vida en la Tierra. Debido a la diversidad de culturas, climas, así como las actividades políticas y financieras en cada país, se requieren nuevos y mejores procedimientos para llevar a cabo una correcta gestión integrada de los recursos hídricos. Con el objeto de generar instrumentos de planeación que permitan un mayor acercamiento entre el sector privado y los usuarios comprometidos con la gestión y el aprovechamiento del agua; en los próximos años el manejo de los recursos hídricos, seguramente será cada día más complejo [4]. La clave para conocer la disponibilidad de agua en cualquier región del mundo son los balances hídricos.

Las técnicas de minería de datos se clasifican en supervisadas o predictivas y no supervisadas o descriptivas. Las técnicas predictivas se basan en análisis de patrones secuenciales, análisis de similitud en series temporales y en predicciones. El objetivo de una serie de tiempo es evaluar el comportamiento de un conjunto de datos en el pasado y en el presente con la finalidad de hacer un pronóstico o predicción del futuro o tendencia de comportamiento que seguirán los datos [5]. Los algoritmos de predicción que se probaron en el presente estudio, estuvieron basados en los

métodos de aprendizaje supervisado del tipo de: a) Máquina de Soporte Vectorial, b) Regresión Lineal y c) Perceptrón Multicapas.

3. PARTE EXPERIMENTAL

Para verificar la viabilidad del uso de diversas técnicas de minería de datos, como una herramienta computacional para predecir la disponibilidad de agua en la cuenca baja del río San Lorenzo (Sinaloa) se aplicó la metodología propuesta por Pérez y Santín [6], para lo cual : a) Se delimitaron geográfica y conceptualmente las fronteras de la cuenca baja del río San Lorenzo, la superficie que se consideró como zona de producción agrícola en la cuenca; se definió el punto de referencia para el registro del caudal hídrico y el producto agrícola que se irriga (Maíz). b) Se realizó una revisión de las bases de datos puestas a disposición por CONAGUA, INEGI, CONABIO, IMTA y SAGARPA. Se prepararon los datos a utilizar, mediante un proceso de consolidación y limpieza según las necesidades de este estudio. Se utilizó el software de código abierto de la Universidad de Waikato (WEKA) y el PASW Statistics 18.0 como software especializado para explorar los datos y buscar inconsistencias. Se generaron los repositorios con los datos respecto al Volumen de Esguerrimiento de agua en la estación hidrométrica y la Precipitación (lluvias). c) Se filtraron los atributos elegibles, se detectaron errores de integración de la base de datos, se analizaron los atributos e identificaron las herramientas de software o algoritmos de modelado. d) En este caso, fue necesario seleccionar un número efectivo de atributos, eliminar redundancias en los datos y se filtraron aquellos que eran considerados relevantes para el proceso de la minería de datos. La transformación de datos consistió básicamente en dejar los datos en el formato de entrada de la aplicación específica que se usó para realizar la minería y modelización (WEKA, PASW o EXCEL). e) Se generó un modelo propio para el cálculo de la disponibilidad de agua, basado en la Norma Oficial Mexicana NOM-011-CNA-2000 [7]. El modelo utilizado fue: Disponibilidad = $(Esguerrimiento \times 0.7) + (P \times At)$, donde: *Esguerrimiento* = Volumen de Esguerrimiento de Agua en la estación hidrométrica, *P* = Precipitación mensual y *At* = Área total cultivable destinada al maíz (objeto de este estudio). f) Las series temporales se realizaron empleando el módulo de predicciones del software WEKA y PASW. Primeramente se generó la serie temporal para la disponibilidad de agua en el río San Lorenzo durante un periodo de 18 años comprendidos entre 1994 y 2011. Esta tarea se realizó usando las técnicas: Máquina de Soporte Vectorial (SVM), Regresión Lineal (LR) y Perceptrón Multicapas (MLP). Posteriormente se calculó la predicción de la Disponibilidad de agua a futuro en el río San Lorenzo para el periodo 2009-2011.

Como principales resultados de la aplicación de las técnicas de minería de datos, se encontró que el esguerrimiento del río San Lorenzo mostró dos comportamientos en periodos de tiempo distintos debido a la construcción y operación de la presa "José López Portillo" sobre el cauce del río (1976-1991). Además, las lluvias y evaporaciones registradas en los repositorios tienen un comportamiento estacional característico, reflejando los fenómenos meteorológicos esporádicos como huracanes o tormentas que ocurren en la región (figura 1).

Los resultados de las predicciones sobre las series temporales de la Disponibilidad de agua en el río San Lorenzo en el periodo 1994-2011, usando las técnicas predictivas SVM, LR y MLP se pueden observar en la figura 2. Cabe mencionar que cuando se generaban los pronósticos más allá de tres años, los resultados de las proyecciones eran más divergentes respecto a los datos observados.

En la Tabla 1 se presenta el análisis de significatividad de las predicciones obtenidas con WEKA, para cada uno de los atributos mencionados respecto a la disponibilidad de agua mediante cada una de las tres técnicas de predicción que ofrece dicho software.

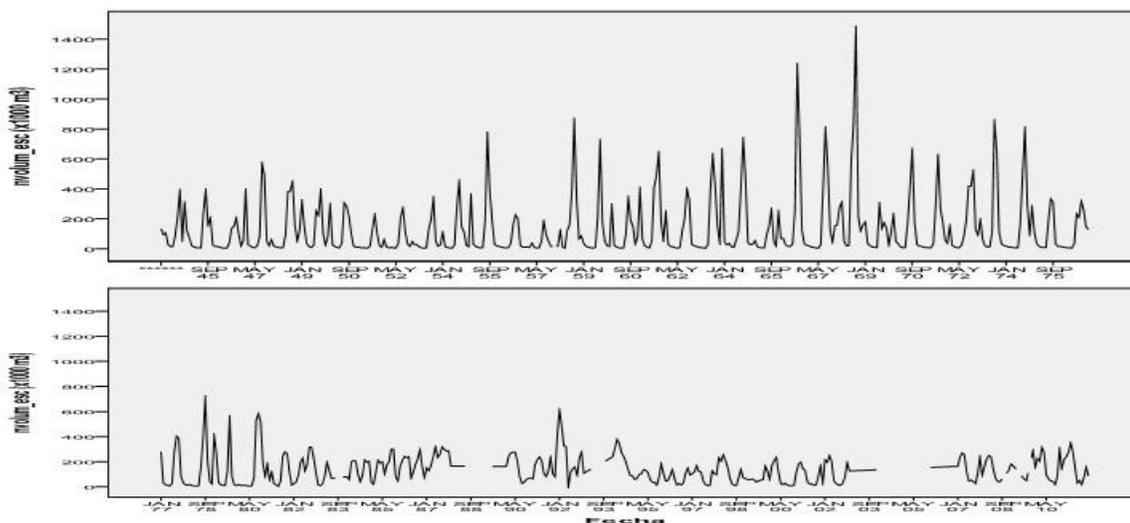


Figura 1. Comportamiento del volumen mensual de escurrimiento del río San Lorenzo en los periodos 1944-1976 y 1977-2011. © Ana-Laura Herrera-Prado.

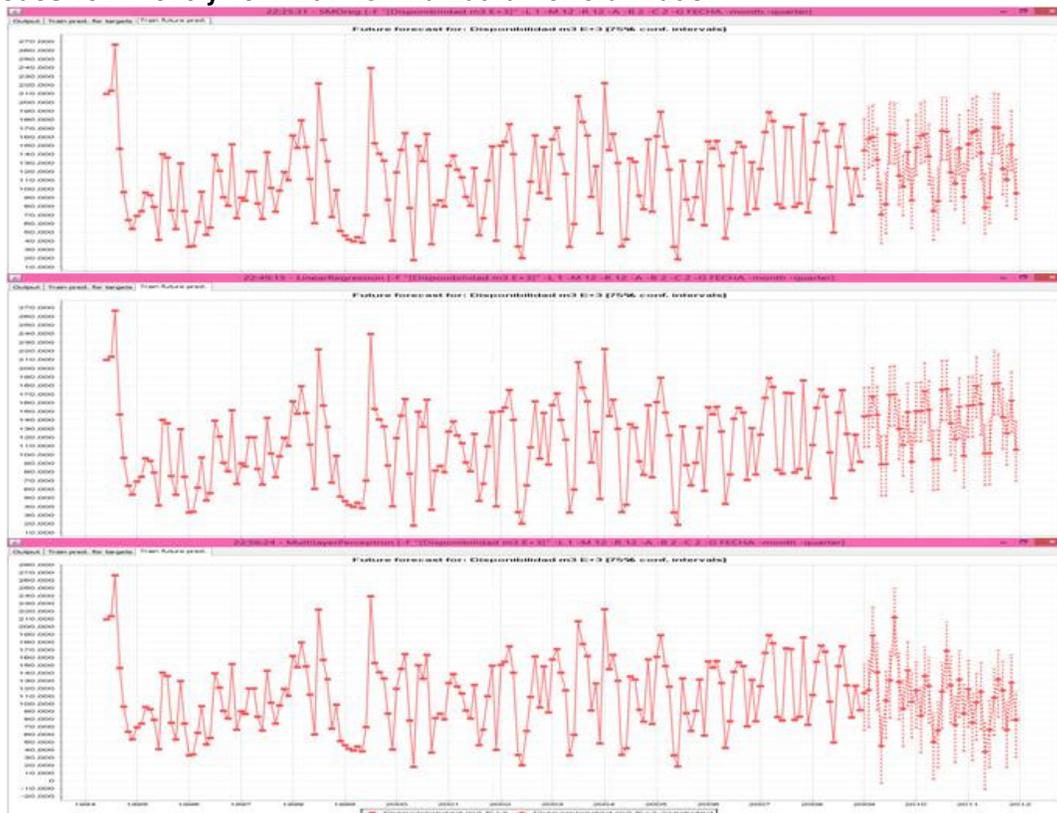


Figura 2. Predicción de la Disponibilidad de agua a futuro en el río San Lorenzo para el periodo 2009-2011, usando las técnicas a) SVM, b) LR y c) MLP. Datos observados en línea continua y predicción a futuro en línea punteada con intervalos de confianza al 75%. © Ana-Laura Herrera-Prado.

Las técnicas de predicción son comparadas por el coeficiente de correlación que se obtuvo al correlacionar las predicciones hechas por cada modelo, vs. los valores observados contenidos en el repositorio. Al aplicar cada técnica y deduciendo que todas reflejan una correlación significativa ($p < 0.05$), se concluye que las predicciones que proyecta a futuro el software WEKA pueden ser consideradas como significativas para la Disponibilidad del agua.

Tabla 1. ANÁLISIS DE SIGNIFICATIVIDAD DE LAS PREDICCIONES REALIZADAS CON WEKA. © Ana-Laura Herrera-Prado.

ATRIBUTO	TÉCNICA DE PREDICCIÓN	COEFICIENTE DE CORRELACIÓN	CORRELACIÓN SIGNIFICATIVA $\alpha = 0.05$
Disponibilidadm3+E3	SVM	0.4865	si
	LR	0.4922	si
	MLP	0.3447	si

4. CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos en este estudio, el pre-procesamiento de las bases de datos seleccionadas permite obtener repositorios con los atributos útiles para el cálculo de la disponibilidad de agua. La transformación de los datos da lugar a un solo repositorio con atributos integrados de diversos dataset, además de atributos adicionales producto de diversos cálculos y transformaciones de la información original. Dicha transformación se realiza con el propósito de adecuarlos a los programas y algoritmos que se aplican para la predicción de las series de tiempo. Por lo expuesto en este documento se concluye que es viable el uso de técnicas de predicción para aplicarse en la generación de pronósticos de disponibilidad de agua hasta por 3 años, con fines preventivos y predictivos en la cuenca baja del río San Lorenzo (Sinaloa). Donde, todas las técnicas de predicción tienen una correlación significativa con los datos observados y el coeficiente de correlación más alto se obtiene con la técnica de Regresión Lineal (LR).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. García, "RemoteMining: Aplicando minería de datos a teledetección sobre LIDAR". Ph.D..Tesis, Universidad de Sevilla, 2008, pp. 77.
- [2] U. Fayyad, G. Piatetsky-Shapiro, and P. Smyth, "From Data Mining to Knowledge Discovery in Databases". AI MAGAZINE, American Association for Artificial Intelligence. 1996. pp. 37-54.
- [3] C.C. Presser. "*Data mining*", El Cid Editor, e-libro Corp. Argentina, 2009. pp. 11.
- [4] J. Aparicio, J. Lafragua, A. Gutiérrez, R. Mejía y E. Aguilar, "Evaluación de los recursos hídricos. Elaboración del balance hídrico integrado por cuencas hidrográficas". UNESCO. Uruguay, 2006.
- [5] J. Rodríguez, A. Pierdant y C. Rodríguez, "Estadística aplicada II. Estadística en la administración para la toma de decisiones", Grupo editorial patria, S.A. de C.V. México, 2010, pp. 370.
- [6] C. Pérez and D. Santín, "Data Mining, Soluciones con Enterprise Miner". Alfaomega. México. 2006. pp. 546.
- [7] NOM-011-CNA-2000. NORMA Oficial Mexicana NOM-011-CNA-2000, "Conservación del recurso agua-Que establece las especificaciones y el método para determinar la disponibilidad media anual de las aguas nacionales". CNA, SEMARNAT. En: DOF- 17 de abril de 2002.

Obtención de hexaferrita de estroncio ($\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$) asistida por sonoquímica: efecto de la relación en volumen de H_2O :DEG

Juan Rogelio Espinoza Pérez ^a, Ana Maria Bolarín Miró ^a, Felix Sánchez De Jesús ^a y Rafael Tapia Benavides ^a

^a Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. rogelio_espinoza.p@outlook.com

RESUMEN

En este trabajo se analiza el efecto de la relación en volumen de H_2O : DEG, empleados como disolvente, para la obtención de hexaferrita de estroncio asistida mediante sonoquímica. Se prepararon soluciones con diferentes relaciones en volumen de H_2O : DEG (0:1, 1:2, 1:1 y 2:1), agregando relaciones estequiométricas de acetato de estroncio y de hierro para obtener la hexaferrita de estroncio ($\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$), posteriormente la solución fue sonicada durante 1 hora y finalmente se aplicaron tratamientos térmicos a 300, 500 y 900°C, para favorecer la síntesis de hexaferrita de estroncio. Mediante difracción de rayos X se analizó la evolución de la estructura cristalina en función del tratamiento térmico, mientras que la técnica de magnetometría de muestra vibrante (VSM) se utilizó para la caracterización magnética de los compuestos obtenidos, a través de la obtención del ciclo de histéresis. Los resultados mostraron que las soluciones con mayores proporciones en DEG favorecen la formación de la hexaferrita, mientras que las de un mayor contenido de agua propician la formación de un hidróxido de hierro con una alta estabilidad química, por lo que independientemente de la temperatura del tratamiento térmico no se logra la transformación a hexaferrita de estroncio. Las relaciones en volumen de H_2O :DEG óptimas para síntesis de hexaferrita de estroncio fueron 0:1 y 1:2, con un tratamiento térmico a 900°C durante 30 minutos.

1. INTRODUCCIÓN

Las ferritas con estructura hexagonal tipo M son materiales magnéticos duros (imanes permanentes) ampliamente producidos desde su descubrimiento en 1950, los cuales siguen siendo objeto de interés a pesar de haberse desarrollado otros materiales con propiedades magnéticas muy similares, debido a una muy buena relación desempeño/costo, lo cual ha propiciado que se haya incrementado su investigación en los últimos años [1-2].

Dentro de las hexaferritas, la $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ es especialmente interesante, debido a su estabilidad química, propiedades magnéticas y propiedades de alta frecuencia [3]. Estas ferritas se emplean en muchas aplicaciones magneto-electrónicas, como es en el caso de su aplicación como componente mayoritario en cabezales de lectura de sistemas de grabado y almacenaje de información por sus propiedades magnéticas, en la fabricación de inductores por sus propiedades electrónicas, y como absorbente de microondas (MWA) o protectores de Interferencia Electromagnética (EMI) para sistemas de transmisión de microondas, especialmente las que poseen estructura hexagonal, debido a que pueden ser aplicadas en un amplio rango de frecuencias del orden de GHz [4-5].

Las propiedades de alta frecuencia o también conocidas como propiedades de microondas de los materiales magnéticos, tales como las hexaferritas, son actualmente el objeto de interés de un sin número de investigaciones a nivel internacional [6], debido a su gran efecto sobre el desarrollo de

nuevos dispositivos para la tecnología de la información y electrónica, la cual cada vez es más exigente en su necesidad de sistemas más eficientes, selectivos, pequeños y baratos, acordes al veloz desarrollo de la sociedad actual [6-9]. Para poder desarrollar estos dispositivos útiles en altas frecuencias y de pequeño tamaño, es necesario disponer de materiales magnéticos con propiedades específicas, las cuales se logran controlando la composición química, la estructura cristalina (microestructura) y el tamaño de partícula. Lo anterior es posible controlarlo empleando nuevas técnicas de síntesis y procesamiento, alternas a las empleadas habitualmente, como son la sonoquímica, que permite ampliar el campo de aplicabilidad de los materiales magnéticos, específicamente de las ferritas hexagonales dopadas con cationes magnéticos [10].

En este trabajo se obtendrán hexaferritas de estroncio nanoestructuradas, $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ haciendo uso de sonoquímica como método de síntesis, para proporcionar la energía necesaria para producir la reacción entre los agentes precursores, los cuales serán acetatos de Fe^{+2} y Sr^{+2} , en una solución de agua con dietilen-glicol (DEG) en diferentes relaciones de volumen para determinar su efecto en la síntesis de hexaferritas de estroncio.

2. PARTE EXPERIMENTAL

El proceso es muy sencillo y consiste en someter la solución líquida formada por los acetatos metálicos y los solventes (DEG y agua) a sonicación, durante 1 hora, es necesario mantener la solución dentro de un sistema de recirculación de agua con hielo. La solución sonicada se somete a un proceso de centrifugación a 6000 rpm durante 35 minutos, con lo cual sólo es posible extraer una porción (las partículas de mayor tamaño y densidad); la porción centrifugada se procede a caracterizar. El resto de solución líquida, de la cual la centrifugación a 6000 rpm no ha sido capaz de separar, y que contiene una porción importante de polvo sintetizado, se somete a un proceso de calcinación a 260°C , hasta eliminar completamente el DEG, puesto que la temperatura de ebullición de este disolvente es de 245°C .

Una vez que se tiene el polvo del proceso de calcinación, este se caracteriza. Posteriormente se aplican tratamientos térmicos para favorecer la obtención de la hexaferrita de estroncio a diferentes temperaturas y de igual modo se caracterizan mediante DRX y MVS para determinar su estructura cristalina y propiedades magnéticas para corroborar que el polvo obtenido se trata de la hexaferrita buscada.

3. CONCLUSIONES

Se presentan en la Figura 1 macrofotografías de las soluciones líquidas después del proceso de sonicación durante una hora y centrifugadas, modificando la relación en volumen $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}$.

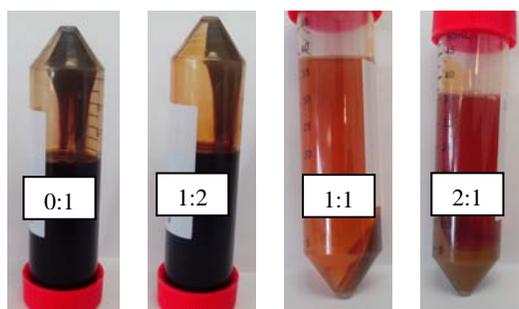


Figura 1. Macrofotografías de las soluciones centrifugadas

Es evidente la marcada diferencia de color en las soluciones y el polvo precipitado lo cual inmediatamente se asocia con los compuestos formados, por lo que para las relaciones de volumen 0:1 y 1:2 se espera algo similar y para las soluciones 1:1 y 2:1 se espera un compuesto diferente a las primeras.

Se aprecian diferencias claras entre los que tienen un exceso de DEG y en los que el exceso es de agua. En los primeros, cuando la cantidad de agua es pequeña, la cantidad del precipitado es cualitativamente menor y el color del precipitado es café muy oscuro, asociado a óxidos de hierro como la magnetita (Fe_3O_4). Mientras, para las muestras en las que se empleó un exceso de agua, la cantidad de precipitado es mayor y es de color café claro, típico de hidróxidos ($\text{Fe}(\text{OH})_2$) o oxo-hidróxidos de hierro (FeOOH).

Se presenta en la Figura 2 los difractogramas correspondientes a las síntesis realizadas mezclando cantidades estequiométricas de precursores y modificando la relación en volumen $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}$. Tal como es posible apreciar, en los sistemas en los que se introduce una gran cantidad de agua, $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}$ 1:1 y 2:1, se forman indistintamente un óxido/hidróxido de hierro (FeOOH), denominado goetita, lo anterior se debe a que al haber un exceso de agua en solución, es más estable este hidróxido que el óxido [11].

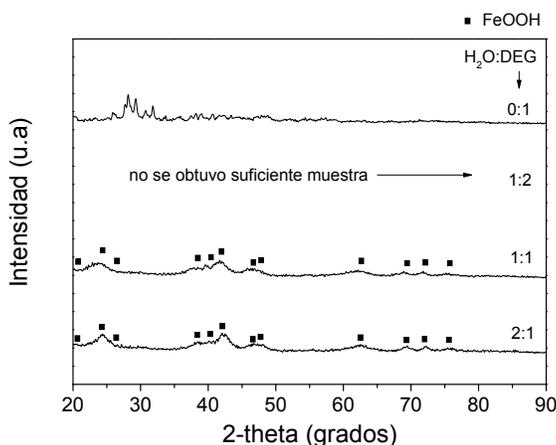


Figura 2. DRX de polvos sin tratamiento térmico

Se presenta en la Figura 3 los diagramas de difracción correspondientes a las síntesis de mezclas estequiométricas de precursores y tratadas térmicamente a 300 y 500°C, después de modificar la relación en volumen $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}$. Tal como se observa, en todos los casos a los 300°C da inicio el proceso de transformación en estado sólido hasta la obtención de óxidos. Para relaciones con exceso de agua, $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}=1:1$ y $2:1$, se obtiene una mezcla de hematita, Fe_2O_3 y magnetita, Fe_3O_4 , mientras que para relaciones con deficiencia de agua, $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}=0:1$ y $1:2$, se identifica un única fase que corresponde a magnetita (Fe_3O_4), mientras que a los 500°C cuando la cantidad de agua es elevada, $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}=2:1$ y $1:1$, se forma completamente hematita con un tamaño de cristalita mayor que a 300°C, lo cual se deduce del difractograma, el cual muestra picos más estrechos e intensos. Hay que destacar, que para el caso $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}=1:1$, se detecta claramente un desplazamiento de los picos hacia la izquierda, denotando la inclusión de cationes de Sr en la estructura cristalina o incluso, moléculas de agua que distorsionan toda la red. El comportamiento difiere cuando la proporción de DEG es mayor, donde $\text{H}_2\text{O}:\text{DEG}=0:1$ y $1:2$, donde se aprecia la estructura cristalina de Fe_3O_4 .

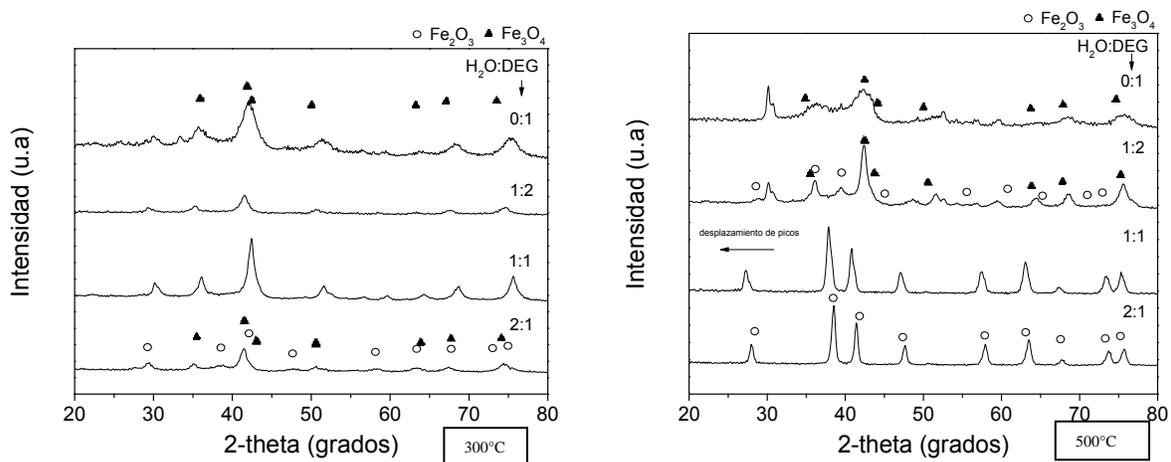


Figura 3. DRX de polvos a 300°C (izquierda) y 500°C (derecha)

Finalmente en la Figura 4 se aprecia que para las relaciones de mayor contenido de agua se obtiene un óxido de hierro y para aquellas en las de menor contenido de agua se identifica la estructura cristalina asociada con la hexaferrita de estroncio, esto cuando se aplica un tratamiento térmico a 900°C durante 30 minutos.

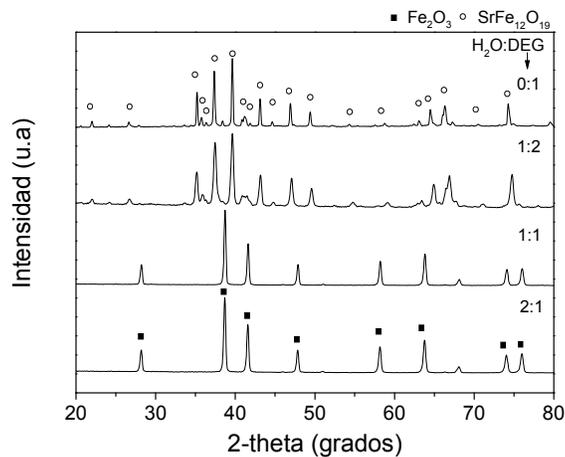


Figura 4. DRX a 900°C

En la Figura 5 se puede observar que para las relaciones de volumen 0:1 Y 1:2, el comportamiento es ferrimagnético lo cual indica un cambio en la estructura cristalina por el efecto del tratamiento térmico, esto se observó también en el difractograma de la Figura 6 donde se identificó la formación de la hexaferrita. Mientras que para las relaciones 2:1 y 1:1 no se observó algún comportamiento magnético tan significativo comparado con las relaciones de volumen 0:1 y 1:2

Finalmente, con los resultados obtenidos por DRX y MVS, podemos decir que las condiciones óptimas para la formación de la hexaferrita son con una relación de volumen 0:1 y 1:2 y un tratamiento térmico a 900°C por 30 minutos.

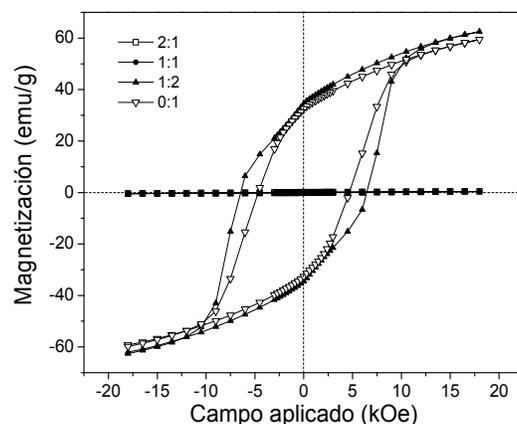


Figura 5. Ciclos de histéresis magnética para las diferentes relaciones de volumen con tratamiento térmico a 800°C

BIBLIOGRAFÍA

1. A. M. Bolarín-Miró, F. Sánchez-De Jesús, C.A. Cortés-Escobedo, S. Díaz-De la Torre, R. Valenzuela. Synthesis of M-type SrFe₁₂O₁₉ by mechano-synthesis assisted by Spark Plasma Sintering, *Journal of Alloys and Compounds* (2014 –under review).
2. R. C. Pullar, Hexagonal ferrites: A review of the synthesis, properties and applications of hexaferrite ceramics, *Progress Mat. Sci.* 57- 7 (2012) 1191-1334.
3. F. Sánchez-De Jesús, A. M. Bolarín-Miró, C.A. Cortés-Escobedo, R. Valenzuela, S. Ammar, Mechano-synthesis, Crystal Structure and Magnetic Characterization of M-type SrFe₁₂O₁₉. *Ceramics International* 40, Issue 3 (2014) 4033-4038.
4. W. Yongfei, L. Qiaoling, Z. Cunrui, L. Baodon. Effect of Fe/Sr mole ratios on the formation and magnetic properties of SrFe₁₂O₁₉ microtubules prepared by sol-gel method. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 321 (2009) 3368-3372.
5. U. Rashid, P. Southerm, J. A. Darr, S. Awan, S. Manzoor. Strontium hexaferrite (SrFe₁₂O₁₉) based composites for hyperthermia applications. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 344 (2013) 134-139.
6. B. Cruz-Franco, T. Gaudisson, S. Ammar, A.M. Bolarín-Miró, F. Sánchez de Jesús, F. Mazaleyrat, S. Nowak, G. Vázquez-Victorio, R. Ortega-Zempoalteca, R. Valenzuela. Magnetic Properties of Nanostructured Spinel Ferrites. *IEE Transactions on Magnetics*, 50-4 (2014) 1-6.
7. F. Sánchez-De Jesús, A.M. Bolarín-Miró, C.A. Cortés-Escobedo, R. Valenzuela, S. Ammar. Mechano-synthesis, crystal structure and magnetic characterization of M-type SrFe₁₂O₁₉. *Ceramic International* 40. (2014) 4033–4038.
8. R. Martínez García, V. Bilovol, L. M. Scolovsky, K. Pirota. Evidence of existence of metastable SrFe₁₂O₁₉ nanoparticles. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 323 (2011) 3022-3026.
9. Y. F. Xu, Y. Q. Ma, S. T. Xu, F. L. Zan, G. H. Zheng, Z. X. Dai. Effects of vacancy and exchange-coupling between grains on magnetic properties of SrFe₁₂O₁₉ and α -Fe₂O₃ composites. *Materials Research Bulletin*. 27 (2014) 13-18.
10. P. Jihoon, H. Yang-Ki, K. Seong-Gon, K. Sungho, S. I. Laalitha, L. Jaejin, A. Sung-Yong. Maximum energy product at elevated temperatures for hexagonal strontium ferrite (SrFe₁₂O₁₉) magnet. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 355 (2014) 1-6.
11. P. R. Palacios, L. De Los Santos Valladares, A. Bustamante, J.C. González. estudio de la deshidroxilación en el óxido férrico hidratado denominado limonite. *Revista de la Sociedad Química del Perú* 78 (2012) 198-207.

ESTUDIO SOBRE EL COMPORTAMIENTO ACADÉMICO DE LA GENERACIÓN 2009-2014 DE LAS LICENCIATURAS DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS DE LA FCFM. BUAP. ¿PODRÍA INFLUIR EN EL MEJORAMIENTO DEL CURRÍCULO DE AMBAS LICENCIATURAS?

Olga Leticia Fuchs Gómez¹, María de Guadalupe Raggi Cárdenas¹, Eugenia Erica Vera Cervantes¹ y Arturo Iván Pérez Boleaga¹

¹ Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. letyfuchs@yahoo.com.mx

RESUMEN. Se hace un análisis sobre los resultados obtenidos del comportamiento académico de la generación 2009-2014 de las licenciaturas de física y matemáticas de la FCFM. BUAP. Esta información nos ayudará a detectar el tipo de estudiantes de la FCFM que pudieran rezagarse para aplicar medidas correctivas desde un principio e identificar aquellos estudiantes cuyo perfil les permite concluir con éxito la licenciatura. Entre los resultados que encontramos se muestra que los estudiantes con puntajes de ingreso de 800 o mayores son los que tienen mayor probabilidad de éxito en los estudios de física en la FCFM BUAP. Se detectan además las materias con mayor índice de reprobación en ambas licenciaturas como son el cálculo diferencial, algebra lineal, cálculo en varias variables y matemáticas básicas, entre otras. Esta información debería ser analizada por las academias de ambas licenciaturas con el fin de mejorar el curriculum.

INTRODUCCIÓN. Uno de los problemas más preocupantes en México es la poca oportunidad que tienen los jóvenes de acceder a la Educación Superior. Ejemplo de este problema es que para este año (2015) solo el 8 % de los aspirantes a ingresar a la UNAM consiguió hacerlo. Miles de jóvenes de todos los estados se quedan año con año sin poder acceder a este tipo de estudios. Y para agrandar el problema, de los pocos que ingresan, solamente una mínima parte termina sus estudios de licenciatura. El problema se agrava cuando se trata de estudios en las áreas de Ciencias Exactas. En estas áreas se tiene un importante porcentaje de deserción y otro en cuanto al rezago escolar.

En la FCFM BUAP tenemos 5 licenciaturas: Matemáticas, Matemáticas Aplicadas, Actuaría, Física y Física Aplicada. Las razones son diversas, desde problemas socioeconómicos que presenta la población mexicana hasta la falta de habilidades cognitivas desarrolladas por los estudiantes a causa del sistema escolar que viene impactando desde el preescolar.

TEORÍA. El Modelo Académico Minerva se puso en marcha en el año 2009. La generación 2010 sería la segunda generación que concluye dentro de este Modelo. Este está basado en la teoría constructivista Sociocultural de Vigotsky y el aprendizaje significativo de la teoría Ausebeliana. Es de naturaleza humanista y se preocupa por la formación Integral de cada estudiante y el desarrollo del pensamiento complejo. Para lograr esto, se tiene que conocer por un lado las características principales del estudiantado y observar todas sus problemáticas tanto individuales como colectivas en cada cohorte y por otro ir adecuando el currículum para tener mejores resultados en cuanto a la formación de nuestros profesionistas.

Con esto en mente nos hemos dedicado a analizar el desempeño de cada estudiante de esta generación, para poder determinar posibles fallas en el currículum de las 5 licenciaturas de la FCFM BUAP.

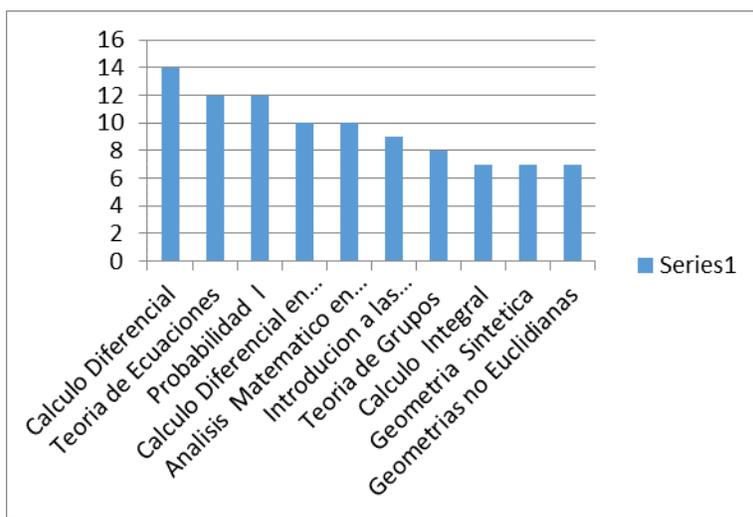
PARTE EXPERIMENTAL

Se analizó el expediente de cada estudiante de todas las licenciaturas de la FCFM BUAP detectando las materias reprobadas. Se tomó en cuenta solamente una vez cada materia reprobada por el estudiante independientemente si la reprobó 2 o más veces.

RESULTADOS.

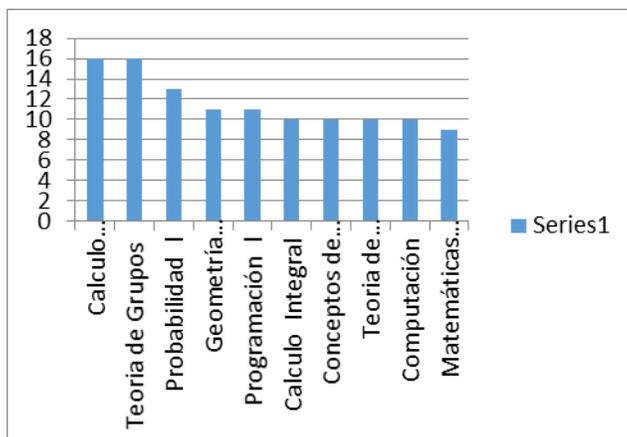
Licenciatura en Matemáticas

CURSOS	Frecuencia
Calculo Diferencial	14
Teoria de Ecuaciones	12
Probabilidad I	12
Calculo Diferencial en Varias Variables	10
Analisis Matematico en Rn	10
Introduccion a las estructuras algebraicas	9
Teoria de Grupos	8
Calculo Integral	7
Geometria Sintetica	7
Geometrias no Euclidianas	7
Computación	7
Fisica I	7



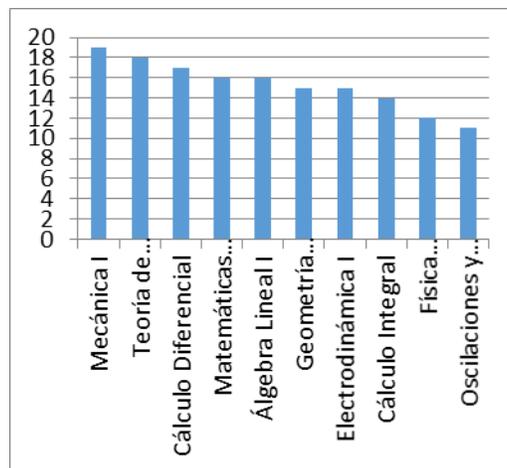
Licenciatura En Matemáticas Aplicadas

CURSOS	Frecuencia
Calculo Diferencial	16
Teoria de Grupos	16
Probabilidad I	13
Geometría Analítica	11
Programación I	11
Calculo Integral	10
Conceptos de Calculo	10
Teoria de Ecuaciones	10
Computación	10
Matemáticas Básicas	9
Problemas de Matemáticas Básicas	9
Calculo Diferencial en Varias Variables	9
Algebra Lineal I	9



Licenciatura en Física

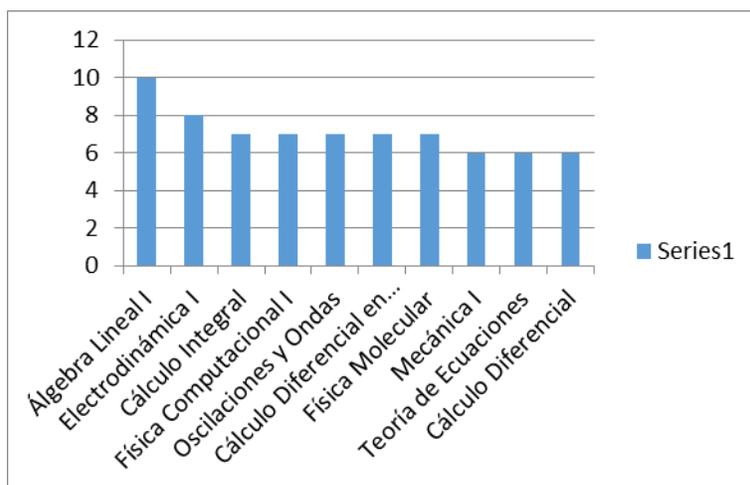
CURSOS	Frecuencia
Mecánica I	19
Teoría de Ecuaciones	18
Cálculo Diferencial	17
Matemáticas Básicas	16
Álgebra Lineal I	16
Geometría Analítica Vectorial	15
Electrodinámica I	15
Cálculo Integral	14
Física Computacional I	12
Oscilaciones y Ondas	11
Ecuaciones Diferenciales I	10
Métodos Matemáticos de la Física	10
Electromagnetismo	10
Óptica	9
Mecánica Teórica I	9



Licenciatura en Física Aplicada

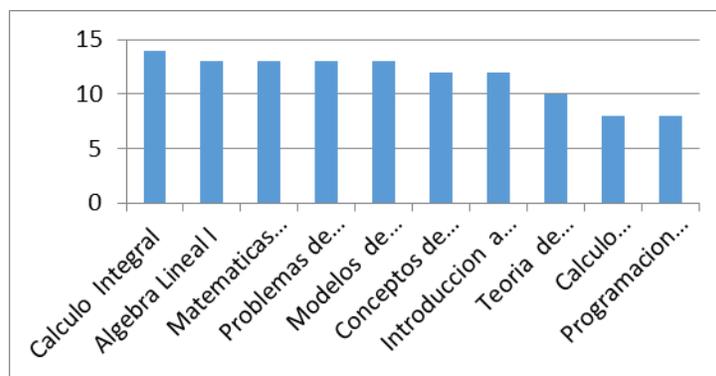
CURSOS	Frecuencia
Álgebra Lineal I	10
Electrodinámica I	8
Cálculo Integral	7
Física Computacional I	7
Oscilaciones y Ondas	7
Cálculo Diferencial en Varias	7

Variables	
Física Molecular	7
Mecánica I	6
Teoría de Ecuaciones	6
Cálculo Diferencial	6



Licenciatura en Actuaría

CURSOS	Frecuencia
Calculo Integral	14
Algebra Lineal I	13
Matematicas Basicas	13
Problemas de Matematicas Basicas	13
Modelos de Simulacion de Riesgo	13
Conceptos de Calculo	12
Introduccion a las estructuras Algebraicas	12
Teoria de Ecuaciones	10
Calculo Diferencial	8
Programacion Lineal	8
Probabilidad I	8



CONCLUSIONES

En cada una de las licenciaturas se observan diferentes problemas en la currícula. Presente en todas es la reprobación del cálculo diferencial e integral y matemáticas básicas. Los problemas se deben en algunas ocasiones al profesor que imparte la materia, ya sea porque no toma en cuenta las habilidades y conocimientos previos del estudiante o porque sus métodos de evaluación no son adecuados. Sin embargo también hay causas imputables a los estudiantes; algunas de éstas podrían ser la falta de adaptación a la universidad, la falta de hábitos de estudio y las pocas habilidades de razonamiento científico con el que ingresan a la Facultad. Por último están las fallas del mismo currículum. Pueden ser problemas del orden en las que se cursan o a los requisitos que se requieren para cursarlas. Sin embargo una vez determinadas las materias problema, se debe hacer un estudio serio en éstas para determinar las causas de reprobación.

BIBLIOGRAFÍA

1. Anton E. Lawson, *Science Teaching and the Development of Thinking*, Wadsworth Publishing Company, Belmont, California (1995).
2. Arons, A. B. y Karplus, R. (1976). Implications of accumulating data on levels of intellectual development, *American Journal of Physics*, 44, 396.
3. O. Leticia Fuchs G., Ma. Gpe. Raggi C., H. Ruiz-Estrada, Juan Nieto la actividad tutorial de la fcm dentro del modelo MINERVA. Memorias del XV taller Nuevas tendencias en la Enseñanza de la Física
4. John R., Jones, Craig H., y Charlesworth, J. (1990). Relationship of conceptions of intelligence to preferred teaching behaviors. *Action in Teacher Education*, 12, 25-29.[6] Jones,

TRANSICIÓN DE FASE ISÓTROPO-NEMÁTICO EN UN COLOIDE DIPOLAR MUY DILUIDO

Honorina Ruiz Estrada^a, Jovana Fernández Tecuapacho^a, Juan Nieto Frausto^a, Olegario Alarcón Waess^b,

^aBenemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, Puebla., hruizestrada@gmail.com,
jfrausto@fcfm.buap.mx

^bUniversidad de las Américas Puebla, Puebla, Puebla, olegario.alarcon@udlap.mx

RESUMEN:

En este trabajo se aplica la teoría de Landau-de Gennes¹ para estudiar el cambio de fase isotropo-nemático de coloides dipolares altamente diluidos expuestos a un campo externo. Esta teoría propone escribir a la energía libre de exceso de una fase ordenada como una perturbación (en un único parámetro de orden) con respecto a otra de menor orden.

Usando la energía libre y relaciones termodinámicas apropiadas, se puede calcular, por ejemplo, la capacidad calorífica y la susceptibilidad. Para relacionar las variables de estado con promedios en la escala molecular, proponemos que la susceptibilidad del sistema es igual al promedio de ensamble de la fluctuación del polinomio de Legendre de orden uno (a números de onda pequeños). Usamos esta propuesta y derivamos la energía libre de exceso, en la transición de fase isotropo-nemática, inducida por un campo magnético en un coloide dipolar altamente diluido. En este caso, la propiedad de estructura estática promedio orientacional depende de los parámetros de orden uno y dos, que se obtienen del formalismo de la ecuación de Smoluchowski². Se requerirá proponer una cerradura entre estos dos parámetros de orden. Nosotros asociamos al parámetro de orden uno con el de la escala termodinámica y obtenemos la susceptibilidad y la capacidad calorífica del sistema³.

1. INTRODUCCIÓN:

El cambio de fase isotropo-nemático en un coloide formado por partículas que además de su tamaño y masa tengan orientación se logra ya sea cambiando su estado de equilibrio, variando los parámetros del potencial de interacción a pares o aplicando campos externos como son campos magnéticos o flujos. Desde el punto de vista teórico los sistemas más sencillos de estudiar son sistemas coloidales formados por esferas con alguna propiedad vectorial en su centro de masa o moléculas lineales. Para estos modelos, y desde un punto de vista microscópico, el cambio de fase está controlado por el promedio de ensamble de un polinomio de Legendre específico. Por ejemplo, si hablamos de esferas con un momento dipolar en su centro de masa, el polinomio de Legendre involucrado es el primero y si se trata de rodillos duros, es el segundo. Desde el punto de vista termodinámico, el cambio de fase se describe usando un potencial termodinámico apropiado. El reto es cómo relacionar los promedios de ensamble con el potencial termodinámico idóneo.

Considere ahora que se tiene un coloide en presencia de un campo externo f^* . La transformada de Legendre de la energía libre de Helmholtz por partícula escalada, Φ , que cambia la variable η por su conjugada f^* es,

$$\Phi' = \Phi - f^* \eta \tag{1}$$

En esta ecuación, $f^* \equiv \beta \mu f$, donde f es la magnitud del campo aplicado, $\beta^{-1} = k_B T$ y μ la magnitud de la propiedad de orientación de una partícula, como por ejemplo, su momento magnético. Además, η y f^* son variables conjugadas. La expresión para η es,

$$\eta = - \left(\frac{\partial}{\partial f^*} \Phi' \right)_{T,V} \quad (2)$$

Ahora, la susceptibilidad del sistema, $\chi^* = \chi/\chi_0$, es la razón de cambio del parámetro de orden con respecto al campo aplicado, en el límite $f^* \rightarrow 0$

$$\chi^* = \left(\frac{\partial}{\partial f^*} \eta \right)_{T,V} = - \left(\frac{\partial^2}{\partial f^{*2}} \Phi' \right)_{T,V} \quad (3)$$

La última igualdad se obtiene considerando la ecuación (2). χ_0 es la susceptibilidad del sistema en la fase isotrópica. Además, la capacidad calorífica a volumen y f^* constantes es,

$$\frac{C_{V,f^*}}{Nk_B} = -\beta^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \Phi' \right)_{V,f^*} \quad (4)$$

Una vez que se conozca el potencial termodinámico Φ' se pueden obtener las propiedades termodinámicas del coloide e identificar el cambio de fase isotrópico-nemático. En este trabajo se considera un coloide dipolar muy diluido, se recurre a la teoría de Landau-de Gennes y se expresa a Φ' en términos del parámetro microscópico de orden uno que controla el cambio de fase isotrópico-nemático.

En la siguiente sección se presenta el marco teórico de este trabajo. En la sección 3 presentamos nuestros resultados y finalizamos con las conclusiones, donde damos las perspectivas del presente trabajo.

2. TEORÍA

De acuerdo a la teoría de Landau-de Gennes, la energía libre de exceso de Helmholtz del fluido dipolar expuesto a un campo externo está dada como una serie de potencias en el parámetro de orden, η , que controla el cambio de fase isotrópico-nemático,

$$\Delta\Phi \equiv \Phi - \Phi_0(T, V) = \sum_{i=1} \alpha_i(T, V) \eta^i \quad (5)$$

donde $\Phi_0(T, V)$ es la energía libre de la fase isotrópica. Además, $\eta = 1$ en la fase ordenada y cero en la de referencia.

Para relacionar las propiedades de la escala termodinámica con aquellas de la escala coloidal, consideramos que η es igual promedio de ensamble del primer polinomio de Legendre, conocido como "el parámetro de orden uno". Así que $\langle p_1(\cos \theta) \rangle$ es una variable de estado, en la que θ es el ángulo que forma el vector unitario que indica la orientación de la partícula con respecto a \vec{f} y el símbolo $\langle \dots \rangle$ indica promedio de ensamble usando la densidad de probabilidad de un cuerpo, propiedad que obtenemos usando el formalismo de Smoluchowski².

Otra consideración es que la susceptibilidad del coloide dipolar es igual al promedio de ensamble de la fluctuación primer polinomio de Legendre alrededor de su valor promedio,

$$\chi^* = F(k=0) \quad (6)$$

De las ecuaciones (1), (3) y (6) se concluye,

$$-F(k=0) = \left(\frac{\partial^2}{\partial f^{*2}} [\Delta\Phi - f^* \eta] \right)_{T,V} \quad (7)$$

Y de la propuesta de Landau-de Gennes, ecuación (5), se obtiene

$$-F(k=0) = \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial f^*} \right)_{T,V} \right]^2 \sum_{i=1} i(i-1) \alpha_i \eta^{i-2} + \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial f^{*2}} \right)_{T,V} \sum_{i=1} i \alpha_i \eta^{i-1} - 2 \left(\frac{\partial \eta}{\partial f^*} \right)_{T,V} - f^* \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial f^{*2}} \right)_{T,V} \quad (8)$$

Se observa que una vez que se determine η , de consideraciones microscópicas, esta expresión para $F(k=0)$, conduce al sistema de ecuaciones que deberá resolverse para determinar las $\alpha_i(V, T)$.

3. RESULTADOS

Consideramos el caso especial de un coloide dipolar suficientemente diluido, de tal manera que el cambio de fase isotropo-nemático ocurre por la aplicación de un campo externo, $f^* \equiv \beta\mu B$ donde B es la magnitud del campo magnético aplicado. Por lo tanto, el problema de muchos cuerpos se reduce al de uno expuesto al campo externo. En estas condiciones el parámetro de orden involucrado en $\Delta\Phi$ se debe exclusivamente al campo externo.

Se puede demostrar que la auto-correlación de las fluctuaciones del primer polinomio de Legendre evaluado en número de onda cero es³,

$$F(k=0) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \langle p_2 \rangle - \langle p_1 \rangle^3 \quad (9)$$

donde $p_1(x) = x$ y $p_2(x) = (3x^2 - 1)/2$ son, respectivamente, el primero y el segundo polinomio de Legendre. Para calcular los promedios de ensamble de estos dos polinomios se requiere la función de densidad orientacional de un dipolo que se obtiene usando la ecuación de Smoluchowski para una partícula coloidal en presencia de un campo magnético. Los resultados son:

$$\langle p_1 \rangle = \frac{1}{f^* (\exp\{2f^*\} - 1)} (1 + f^* + (f^* - 1) \exp\{2f^*\}) \quad (10)$$

$$\langle p_2 \rangle = -\frac{1}{f^* (\exp\{2f^*\} - 1)} (3(1 + f^*) + f^{*2} - [3(1 - f^*) + f^{*2}] \exp\{2f^*\}) \quad (11)$$

Para escribir a $F(k=0)$ sólo en términos $\langle p_1 \rangle$ se dibuja a $\langle p_2 \rangle$ en función de $\langle p_1 \rangle$ y se ajusta la curva resultante; se obtiene,

$$\langle p_2 \rangle = a_4 \langle p_1 \rangle^4 - a_3 \langle p_1 \rangle^3 + a_2 \langle p_1 \rangle^2 - a_1 \langle p_1 \rangle + a_0 \quad (12)$$

donde,

$$a_4 = 1.07514, a_3 = 1.00780, a_2 = 0.99333, a_1 = 0.05135, a_0 = 0.00104 \quad (13)$$

Se sustituye la ecuación (12) en la (9) y se obtiene,

$$-F(k=0) = -b_0 + b_1 \langle p_1 \rangle - b_2 \langle p_1 \rangle^2 + b_3 \langle p_1 \rangle^3 - b_4 \langle p_1 \rangle^4 \quad (14)$$

donde

$$b_0 = (1 + 2)a_0/3, b_1 = 2a_1/3, b_2 = 2a_2/3 - 1, b_3 = 2a_3/3, b_4 = 2a_4/3 \quad (14a)$$

Ahora, como la potencia cuarta es la más alta en $\langle p_1 \rangle$ que aparece en la ecuación (14), en la ecuación (9) el subíndice i toma únicamente los valores de 1 a 6. La expresión resultante es,

$$-F(k=0) = -w + f_2 \alpha_1 + 2f_1^2 \alpha_2 + [2f_2 \alpha_2 + 6f_1^2 \alpha_3] \langle p_1 \rangle + [3f_2 \alpha_3 + 12f_1^2 \alpha_4] \langle p_1 \rangle^2 + [4f_2 \alpha_4 + 20f_1^2 \alpha_5] \langle p_1 \rangle^3 + [5f_2 \alpha_5 + 30f_1^2 \alpha_6] \langle p_1 \rangle^4 + 6f_2 \alpha_6 \langle p_1 \rangle^5 \quad (15)$$

donde con f_1 y f_2 son, respectivamente, la primera y segunda derivada de $\langle p_1 \rangle$ con respecto a f^* y $w(f^*) = 2f_1 + f^* f_2$.

El sistemas de ecuaciones para las α_i se obtienen comparando las ecuaciones (14) y (15); se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones,

$$-b_0 = -w + f_2 \alpha_1 + 2f_1^2 \alpha_2 \quad (16a)$$

$$b_1 = 2f_2 \alpha_2 + 6f_1^2 \alpha_3 \quad (16b)$$

$$-b_2 = 3f_2 \alpha_3 + 12f_1^2 \alpha_4 \quad (16c)$$

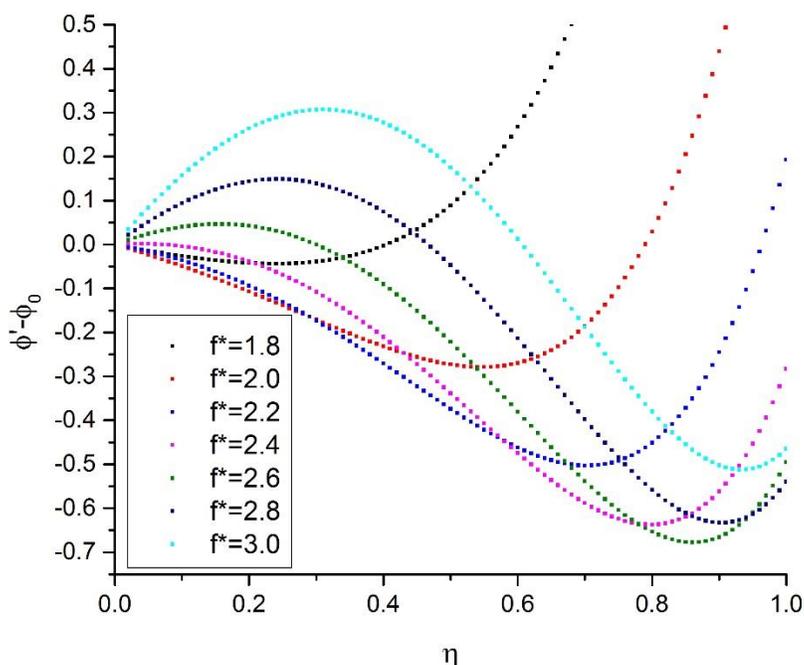
$$b_3 = 4f_2 \alpha_4 + 20f_1^2 \alpha_5 \quad (16d)$$

$$-b_4 = 5f_2 \alpha_5 \quad (16e)$$

Este sistema de ecuaciones se resuelve usando un paquete de algebra simbólica y se obtienen expresiones explícitas para las α_i involucradas. De esta manera se determina la expresión para $\Delta\Phi$ y como consecuencia para $\Delta\Phi' = \Phi' - \Phi_0 = \Delta\Phi - f^* \langle p_1 \rangle$

En la siguiente figura se presenta al potencial termodinámico $\Delta\Phi'$ como función del primer parámetro de orden, $\langle p_1 \rangle \equiv \eta$ para de diferentes valores de $f^* = 1/T^*$ con $T^* = T/T_0$ y $T_0 \equiv \mu B/k_B$. Nosotros encontramos que para $f^* < 1.71$, $\Delta\Phi'$ es una función estrictamente creciente del primer

parámetro de orden. En $f^* = 1.71$, el potencial de exceso $\Delta\Phi'$ presenta un mínimo en $\eta = 0.0217$ de valor -0.0004 y a medida que el valor de f^* se incrementa, la magnitud de la η_c tiende a 1. Por ejemplo, para $f^* = 2.0$, $\eta_c = 0.5470$ y $\Delta\Phi' = -0.2789$. Si se sigue incrementando el valor de f^* , aparece primero un máximo de $\Delta\Phi'$ seguido de un mínimo. Por ejemplo, para $f^* = 2.4$, $\Delta\Phi'$ tiene un máximo de valor (0.0016) en $\eta_{max} = 0.0360$ y un mínimo de magnitud (-0.6372) en $\eta_{min} = 0.7984$. Los máximos de $\Delta\Phi'$ corresponden a estados de equilibrio de inestabilidad y los mínimos a estados de equilibrio estables. En el caso de partículas coloidales sin orientaciones, Dhont² asegura que en la región de estados de equilibrio inestables se llegan a formar geles. La propuesta de Landau-de Gennes para la energía libre de exceso de Helmholtz está formulada para detectar el cambio de fase isotropo-nemático y no está en posibilidad de adentrarse en la fase nemática del coloide, por lo que debe tenerse cuidado al aplicarse.



4. CONCLUSIONES

En otro trabajo consideraremos coloides dipolares concentrados expuestos a un campo magnético y determinaremos la capacidad calorífica a volumen y campo externo constantes. En este caso, se requerirá la función de correlación par. Nosotros consideramos la propuesta de R. Schilling⁴ para las proyecciones de la función de correlación directa. Estamos buscando si la capacidad calorífica presenta el punto Lambda en el cambio de fase isotropo-nemático. En el caso particular que revisamos en este trabajo no observamos este comportamiento.

BIBLIOGRAFÍA

1. A Modern Course in Statistical Physics, Linda E Reichl, Third Edition, Wiley-VCH (2009).
2. An introduction to dynamics of colloids, Jan K.G. Dhont, Elsevier (1996).

3. Anisotropic magnetic susceptibility of exotic nematics in multipolar hard spherical colloids, R Ramírez-Sánchez, H Ruiz-Estrada, O Alarcón-Waess, Chem. Phys. Letts, 556, 320 (2013).
4. Mode coupling approach to the ideal glass transition of molecular liquids: linear molecules, Rolf Schilling and Thomas Scheidsteger, Phy. Rev. E, 56, 2932 (1997).

Síntesis y caracterización estructural de películas CdS impurificadas con iones Pb²⁺ por la técnica de Baño Químico

^aH. Lima Lima, ^bM. Chávez Portillo, ^aM. Hernández Lazcano, ^aM. Zamora Tototzintle, ^aO. Portillo, Moreno

a. Laboratorio de Ciencias de Materiales, Facultad de Ciencias Químicas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. P.O. Box 1067, Puebla, Pue., 72001 México.

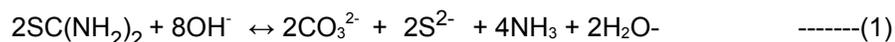
b. CIDS-ICUAP. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. P.O. Box 1067, Puebla, Pue., 72001 México.

1. INTRODUCCIÓN

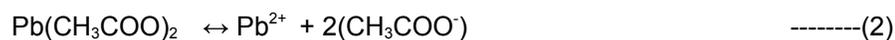
Actualmente, compuestos ternarios II-IV-VI obtenidos en películas delgadas han atraído cada vez más la atención por sus aplicaciones en óptica integrada y dispositivos fotovoltaicos. El semiconductor sulfuro de cadmio (CdS) es un material con propiedades fotovoltaicas y posee ancho de energía de banda prohibida ($E_g = 2.4$ eV) que permite ajustarlo mediante impurificación sistemática para que coincida con el E_g ideal de 1.6 eV, adecuado para la construcción de celdas solares más eficiente. Por otro lado, el Sulfuro de Plomo (PbS) es un material semiconductor preparado por combinación con los elementos de grupos IV-VI de la tabla periódica y posee $E_g = 0.41$ eV adecuado para la aplicaciones en la construcción de detectores que operan en la región de infrarrojo. [1]. También es utilizado como fotorresistencia, diodos laser, sensor de humedad y de temperatura[2]. Las películas de CdS y PbS han sido impurificadas mediante la incorporación con metales de transición, tierras raras y molécula orgánica para investigar sus propiedades estructurales, ópticas y eléctricas. En este marco de referencia, el CdS ha sido impurificado con: Fe²⁺[3], Ga²⁺, [4], Pb²⁺, [5], Co²⁺ [6]. Las películas CdS y PbS son muy sensibles a la luz, que es uno de los parámetros clave en aplicaciones como convertidores electroquímicos. Este trabajo tiene como objetivo depositar e impurificar CdS sistemáticamente, mediante la técnica de depósito por baño Químico; mediante la concentración óptima de la solución que contiene el ion Pb²⁺ así como también realizar investigación en las propiedades estructurales. En estas condiciones, es de esperarse que se deposite una solución sólida de CdS y PbS de interés porque: (a) ambos semiconductores son fotoconductores, (b) poseen banda prohibida directa e indirecta.

2. TEORÍA

Las reacciones propuestas para el crecimiento de las películas impurificadas y no impurificadas son las siguientes: La hidrólisis de la tiourea SC(NH₂)₂ genera los iones S²⁻ y CO₃²⁻ de acuerdo a la siguiente reacción



La disociación del Pb(CH₃COO)₂ produce los iones Pb²⁺ y CH₃COO⁻, de acuerdo a:

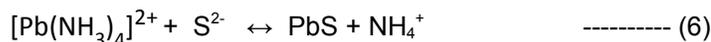


Por otro lado, puesto que se agrega CdCl₂ a la mezcla de reacción, los iones Cd²⁺ y Pb²⁺ en medio alcalino generan los siguientes hidróxidos





Los hidróxidos generados en (3) y (4) precipitan cuando se excede la k_{ps} ; los valores reportados para estos hidróxidos son: $\text{Cd}(\text{OH})_2$: $k_{sp} = [\text{OH}^-][\text{Pb}^{2+}] = 2 \times 10^{-14}$ mol/L y $\text{Pb}(\text{OH})_2$: $k_{sp} = [\text{OH}^-][\text{Pb}^{2+}] = 4.0 \times 10^{-15}$ mol/L, respectivamente [7], pero se disuelven al agregar la solución de NH_4NO_3 y de manera indirecta se forman los correspondientes iones complejos de coordinación: tetra tetra-min-cadmio (II) o tetra-min de plomo (II); las constantes de estabilidad de estos iones son: $[\text{Cd}(\text{NH}_3)_4]^{2+} = 16.24$ y $[\text{Pb}(\text{NH}_3)_4]^{2+} = 15.59$ [8] respectivamente. Por último, las reacciones en la formación de las películas CdS y PbS se presentan a continuación



Los valores de k_{ps} para CdS: $k_{ps} = [\text{Cd}^{2+}][\text{S}^{2-}] = 8 \times 10^{-28}$ mol/L y para PbS: $k_{ps} = [\text{Pb}^{2+}][\text{S}^{2-}] = 10^{-27}$ mol/L [7], son muy próximos; por lo tanto es probable la formación simultánea de CdS y PbS [9]. La reacción general para la formación del CdS impurificado con iones Pb^{2+} es:



En nuestras condiciones de trabajo el ion Pb^{2+} se incorpora en el CdS como impurificante.

3. PARTE EXPERIMENTAL

Las películas CdS y PbS son crecidas sobre sustratos de vidrio portaobjetos, mediante la técnica por baño Químico (BQ). Los sustratos se tratan químicamente con mezcla crómica ($\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7/\text{HCl}/\text{H}_2\text{O}$) durante 24 h, enjuagados con agua desionizada y finalmente secados con flujo de aire caliente. Las soluciones utilizadas para el depósito son: CdCl_2 (0.02 M), KOH (0.1 M), NH_4NO_3 (1.2 M), $\text{SC}(\text{NH}_2)_2$ (0.1 M), y se preparan con agua desionizada de resistividad $\sim 18,2$ M Ω . Las soluciones se mezclan a temperatura ambiente, se introduce el sustrato y la mezcla se calienta hasta $90 \pm 2^\circ\text{C}$, durante 45 min y posteriormente se agrega la solución impurificante. La concentración del impurificante: $\text{Pb}(\text{CH}_3\text{CO}_2)_2$ (0,05 M) es determinado previamente. Las películas CdS son impurificadas con siete niveles: 4, 6, 8, 10, 14, 20, 25, 30 ml de impurificante respectivamente. Las películas se etiquetan de la forma siguiente: (CdS0-PbS0) sin impurificar, e impurificadas CdSPb[Pb²⁺], [Pb²⁺] es el volumen de la solución del impurificante; por ejemplo, CdSPb4.

Se obtienen películas con un cambio gradual de color al variar el volumen del impurificante. Las películas CdS0 son de color amarillo intenso brillante, las películas CdSPb20 y CdSPb30 de color rojizo, CdSPb6 y CdSPb14 de color verde oscuro y las películas CdSPb10, CdSPb25y PbS0 son gris metálico similares a un espejo. El espesor (d) de las películas varía y se encuentran en el intervalo de ~ 625 -200 nm. El valor mayor de (d) corresponde a la película CdSPb30. Las diferencias de (d) en las películas, se atribuye a los diferentes volúmenes de impurificante. El análisis de la composición atómica se realiza mediante espectroscopia de dispersión de rayos X (EDRX). Algunos valores se muestran los valores en la Tabla 1 donde se aprecia que la concentración de Pb se incrementa hasta el valor de 4.36%.

Película	Concentración Atómica(%)		
	Cd	S	Pb
CdS0	49.10	50.90	0
CdSPb6	47.55	52.28	0.17
CdSPb14	47.96	49.86	2.18
CdSPb20	47.00	49.33	3.67
CdSPb30	47.80	47.84	4.36
PbS0	0	45.05	58.35

Tabla 1. Concentración atómica expresada en porcentajes de peso de los elementos Cd, S, Pb en las películas CdS0-PbSPb-PbS0 con diferentes $V[Pb^{2+}]$

Los difractogramas de rayos-X (figura 1) son registrados en un difractómetro D8 Bruker Discover Series 2 diffractometer con la línea de $Cu K_{\alpha}$ y longitud de onda $\lambda = 1.5408 \text{ \AA}$. En estos difractogramas se identifican picos correspondientes a CdS y PbS respectivamente.

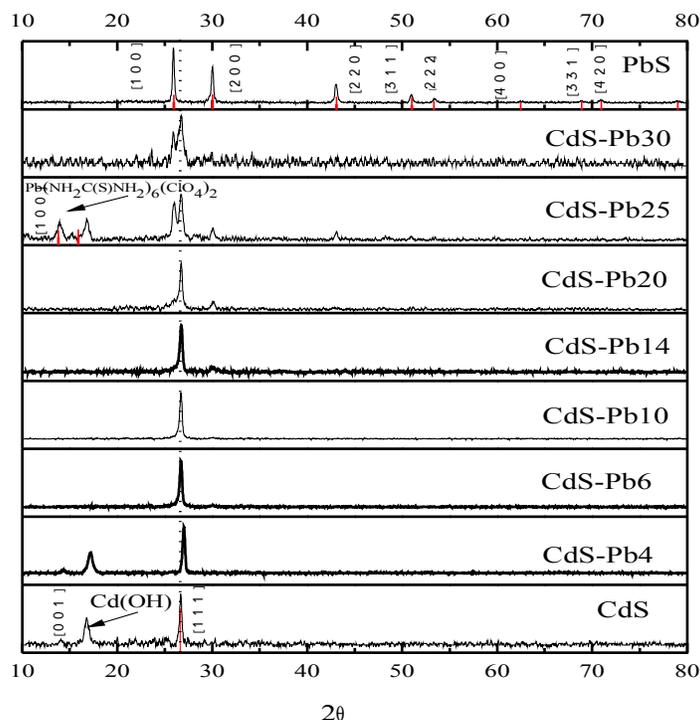


Figura 1 Difractogramas de DRX de todas las películas de CdS sin impurificar e impurificadas.

El CdS se presenta fase hexagonal o Wurtzita (W) y cubica o zinc blenda (ZB) Los máximos de intensidad de los picos en ambas fases son diferentes, es decir; la fase ZB presenta un pico con máxima intensidad en: $2\theta = 26.4^\circ$ correspondiente al plano (111), mientras que, la fase W tiene un pico de intensidad máxima en $2\theta = 28.2^\circ$ del plano cristalino (101) [10]. En los difractogramas de

las películas CdS0 y CdSPb4 se aprecia un pico localizado en $\sim 17.0^\circ$ el cual se asocia a $\text{Cd}(\text{OH})_2$. El efecto del Pb^{2+} produce transición de fase ZB \rightarrow W, por introducción del ion Pb^{2+} en las vacancias del ion Cd^{2+} para bajas concentraciones del $V_{[\text{Pb}^{2+}]}$. Los picos de difracción de las películas CdSPb4-CdSPb10 y su intensidad la relativa es afectada por el V del Pb^{2+} . Este fenómeno ha sido reportado[11]. La intensidad de los picos de las películas CdSPb4, CdSPb6 y CdSPb14 son más agudos, indicando mayor cristalinidad y para las películas CdSPb25 y CdSPb30 no coinciden exactamente con los planos reportados para las fases cristalinas ZB y W; esto puede ser debido al pequeño tamaño de los cristales. Se identifican en la película CdSPb25, picos en: $2\theta = 13.57^\circ, 15.9^\circ$ que se atribuyen al compuesto identificado como perclorato de Tiourea. $[\text{Pb}(\text{NH}_2(\text{S})\text{C}(\text{NH}_2)_2)_2](\text{ClO}_2)_2$, de acuerdo a los estándares (JDDC 053-1447). Mediante resultados de Difracción de Rayos X y utilizando la ecuación de Scherer's, también se determinó el tamaño de grano en las películas (figura 2)

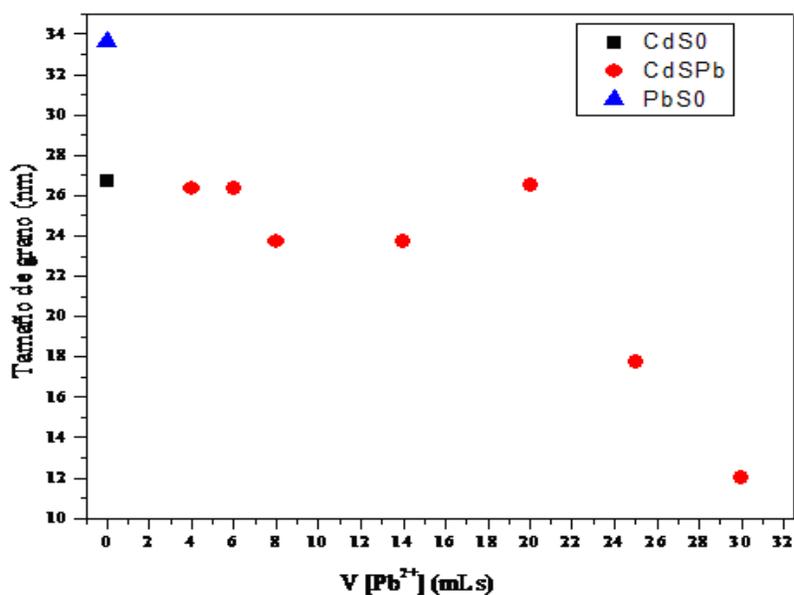


Figura 2. Gráfica del tamaño del grano (TG), en función del volumen del impurificante de todas las películas, calculados con el ancho medio del pico (111) de los difractogramas de DRX.

De la figura se observa que el tamaño de grano oscila entre ~ 33 nm y 12 nm.

4. CONCLUSIONES

Se obtuvieron películas de CdS y CdS: Pb^{2+} cuyo color variaba de amarillo intenso a gris metálico y su espesor varió con la variación del Pb^{2+} . El efecto Pb^{2+} en la estructura cristalina de las películas, mostró una deficiencia en azufre. Por XRD, se observa una transición de fase de cúbica a hexagonal. El tamaño promedio de grano disminuye con el volumen del Pb^{2+} . Esta técnica fue adecuada para introducir Pb^{2+} en CdS prácticamente sin ningún daño significativo a la red cristalina.

BIBLIOGRAFÍA

1. H. Kanasawa (1998), S. Adachi, Optical properties of PbS, *J. Appl. Phys.* 83:5997-6001.
2. J. J. Valenzuela Jáuregui (2003), R. Ramírez Bon, A. Mendoza Galván, M. Sotelo Lerma, Optical properties of PbS thin films chemically deposited at different temperatures, *Thin Solid Films* 441:104-110.
3. S. Chandramohan (2010), A. Kanjilal, S. N. Sarangi, S. Majumder, R. Sathamoorthy, Effect of Fe-ion implantation doping on structural and optical properties of CdS thin films, *Appl. Phys. A* 99: 837-842.
4. Hani Khallaf (2009), Guangyu Chai, Oleg Lupan, Lee Chow, S. Park, Alfons Schulte, Characterization of Gallium-doped CdS thin films grown by chemical bath deposition, *Appl. Surf. Sci.* 255: 4129-4134.
5. H. M. Upadhyaya (1994), S. Chandra, Chemical bath deposition of band-gap-tailored $\text{Cd}_x\text{Pb}_{1-x}\text{S}$, *J. of Mat. Sci.* 29:2734-2740.
6. S. Aksay (2011), M. Polat, T. Ozer, S. Kose, G. Gurbuz, Investigations on structural, vibrational, morphological and optical properties of CdS/Co films by ultrasonic spray pyrolysis, *Appl. Surf. Sci.* 257:10072-10077.
7. L. G. Sillen (1964), and A. E. Martell, *Lange's Handbook*, pps. 8-6 to 8-11; "Stability Constants of Metal-Ion Complexes," The Chemical Society, London, (Special Publ. No. 17).
8. Akio Yuchi (1985), Hiroko Wada, Genkichi Nakagawa, Use of ligand buffers in determination of the Stability Constants of Metal Complexes with ion-Selective Electrodes, *Analytical Sciences* 1: 19-22.
9. J. A. Dean (1987), *Lange's Handbook of Chemistry* 13th ed. (New York: McGraw-Hill) pp 5-12.
10. H. Moualkia (2009), S. Hariach, M. S. Aida, Structural and optical properties of CdS thin films grown by chemical bath deposition, *Thin Solid Films* 518:1259-1262.
11. M. Guglielmi (1998), A. Martucci, J. Fick, G. Vitrant, Preparation and characterization of $\text{Hg}_x\text{Cd}_{1-x}\text{S}$ and $\text{Pb}_x\text{Cd}_{1-x}\text{S}$ Quantum dots and doped Thin Films, *J. of Sol-Gel Sci. and Technol.* 11:229-240.

LA IMPORTANCIA DE LA LEY DE “BRAGG-GRAY” EN TÉCNICAS DE MEDICIÓN DE RADIACIONES EXTERNAS Y SU IMPACTO EN LA RADIOTERAPIA.

Carlos López Lima^{*}, Verónica Lucero Villegas Rueda y Rafael Zamorano Ulloa

Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, México D.F., UPALM-Zacatenco, carlosomega40@hotmail.es, veyarle@yahoo.com.mx, davozam@yahoo.com.

RESUMEN

El avance tecnológico de equipos de radiación depende del mejoramiento y optimización al manipular las fuentes radioactivas. En el área de oncología a un paciente con un tumor o cáncer se le aplican radiaciones (quimioterapia) usando fuentes de cobalto-60 en una o varias sesiones. Las radioterapias las evalúan tanto un físico médico como el médico oncólogo para determinar el avance de la enfermedad. Al mismo tiempo el equipo debe brindar seguridad a la persona que opera el equipo médico.

En este trabajo mostramos el problema fundamental de la cantidad de radiación que una persona recibe de una fuente radiactiva (nuclido inestable). La fuente radioactiva emite algún tipo radiación alfa, beta, gamma o neutrones que se generan del decaimiento radiactivo del átomo. Analizamos cuanta dosis absorbe (D') la persona irradiada debido a la fuente en función de la exposición (X'), con flujo (ϕ) y energía (E_0). De lo anterior mostramos como surge la teoría de Bragg-Gray que es indispensable para la construcción de un aparato que pueda medir la dosis que absorbe la persona. Como ejemplo mostramos una “cámara de aire” que utiliza el principio de un capacitor para la recolección de radiación primaria debida al efecto fotoeléctrico, efecto Compton, y en algunos casos la producción de pares que se generan con la interacción de la radiación y los átomos del gas que contiene la cámara (ionización del gas). De lo anterior, sabemos cómo medir una dosis absorbida en un medio irradiado donde se encuentra una persona y además se generaliza a medir flujos no monoenergéticos. Además de Ley de Bragg-Gray sobre la radiación que recibe un paciente mostramos cual sería la radiación que recibe el operador del equipo y damos las condiciones adecuadas del manejo de estos aparatos.

1. INTRODUCCIÓN

La dosimetría tiene como fin principal la medida de la dosis absorbida en un punto ' P ' situado en el seno de un medio irradiado. Al medir en el medio irradiado es apropiado introducir un material sensible a la radiación. Aunque este material extraño se puede introducir en cualquier estado de agregación a lo largo de la historia casi no se ha usado mas que el detector de gas y normalmente se habla de la cavidad llena de gas y su teoría de la cavidad asociada. Tal teoría fue propuesta por Bragg en 1912 y finalmente establecida por Gray en 1928 y 1936.

Es importante clarificar los conceptos y definir las magnitudes que intervienen en cualquier rama de la Física asociada a radiaciones. En la historia de algunas disciplinas como la dosimetría y la radiactividad han estado plagadas de definiciones y conceptos que han inducido a la confusión. En especial esto ha ocurrido cada vez que se ha intentado establecer o mejorar la unidad de una magnitud que no estaba previamente definida. En el campo de la dosimetría se tiene como ejemplo el 'röntgen', la unidad especial, hoy antigua y obsoleta, de la magnitud exposición.

La clarificación de los conceptos y la definición de las magnitudes es lo fundamental, mientras que la elección de las unidades tiene menos importancia. Cuando la Conferencia General de Pesas y Medidas adoptó en 1960, el Sistema Internacional de unidades (SI) vino a ser obligatorio su uso en el campo de las radiaciones ionizantes.

En 1962 ICRU animó a utilizar el nuevo sistema mientras retenía de forma temporal las unidades especiales rad, röntgen y curio, aunque se preveía abandonarlas en 1985, después de un período de transición. Para facilitar el uso del sistema SI, ICRU recomendó en 1974 la adopción de

^{*}Autor para la correspondencia. carlosomega40@hotmail.es

nombres especiales para dos de las unidades en el nuevo sistema (gray para el julio por kilogramo y becquerel para el recíproco del segundo). Fueron adoptadas por la Conferencia General de Pesas y Medidas en 1975. En el campo de la radioprotección ICRU y la Comisión Internacional de Protección Radiológica (ICRP) propusieron conjuntamente, en 1977, el nombre especial de sievert para la unidad de la magnitud básica en radioprotección, de símbolo 'H', que había sido establecida, también conjuntamente por ambas Comisiones, en 1962. Fue adoptado por la Conferencia General de Pesas y Medidas en 1979.

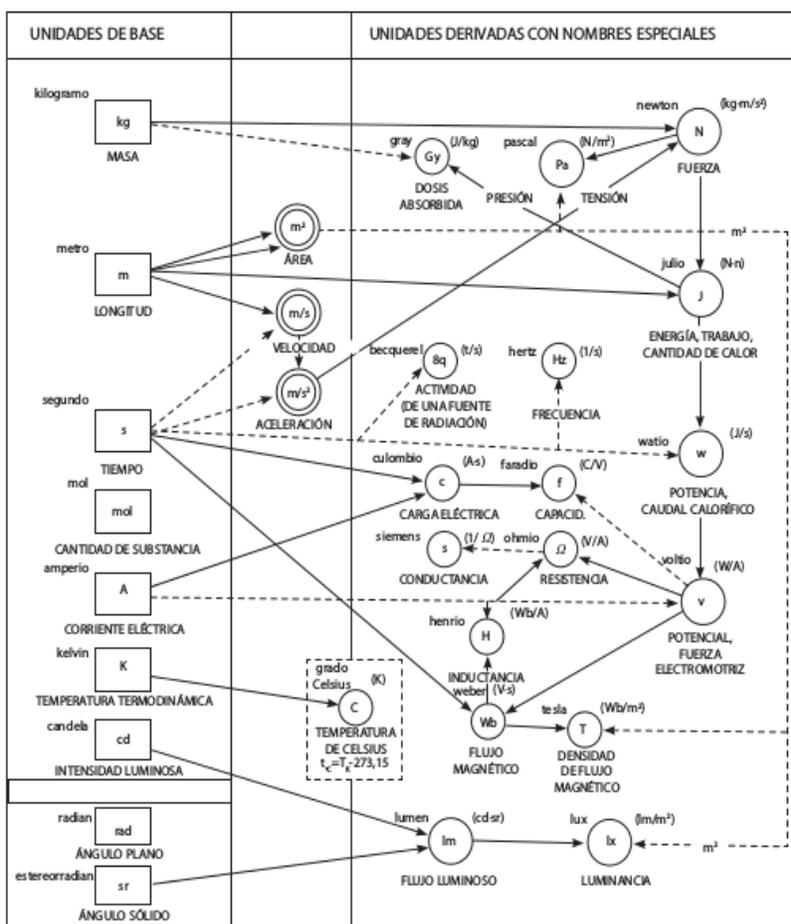


FIG. 1. Unidades de medida y su definición en Radiación.

2. TEORÍA

2.1. PROBLEMA DE LA EXPOSICIÓN MAGNITUDES ESTOCÁSTICAS Y NO ESTOCÁSTICAS

Las fluctuaciones estadísticas entre observaciones repetidas son un fenómeno bien conocido en la física. En muchas ocasiones se considera el valor medio de una serie de observaciones. Se supone que a medida que aumenta el número de observaciones dicho valor medio tiende hacia el valor esperado de la magnitud de que se trate. El valor esperado también puede aparecer en este informe bajo el nombre de "valor medio" o "media". A menudo es importante tener en cuenta las fluctuaciones estadísticas asociadas con los sucesos de deposición de energía y en consecuencia tener en cuenta la distribución de valores de la magnitud asociada y su valor medio.

Una magnitud que está sujeta a fluctuaciones estadísticas se conoce como estocástica, pero su media es una magnitud no estocástica.

El clásico ejemplo de la magnitud estocástica es la “energía específica, z de un decaimiento” y su magnitud asociada no estocástica “dosis absorbida, D ”, para ilustrar las diferencias entre magnitudes estocásticas y no estocásticas.

2.2 EXPOSICIÓN

La exposición, se denota por el símbolo ' X ', es el cociente de ' dQ ' por dm .

Donde dQ es el valor absoluto de la carga total de los iones de un mismo signo producidos en el aire cuando todos los electrones (negatrones y positrones) liberados por los fotones en una masa dm de aire han sido detenidos por completo en el seno de aire.

La definición de la exposición implica una situación ideal en la que las medidas serían imposibles a menos que estuviera establecido un equilibrio de partículas cargadas en el volumen en el que se debe medir, al menos con aproximación suficiente. Se transcribe aquí una excelente descripción del sentido de la definición y de su medición asociada.

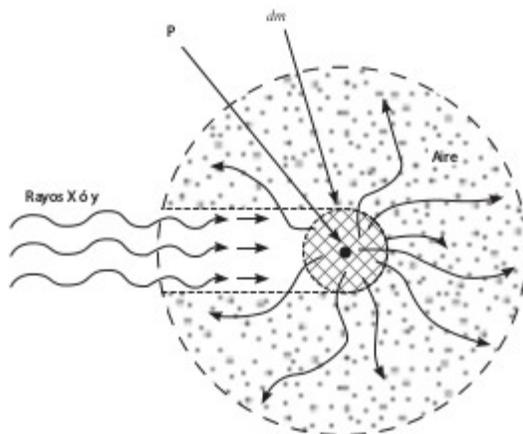


FIG. 2. Descripción esquemática de la definición de exposición y su medición asociada.

Se irradia una masa conocida de aire y se mide la ionización que se produce, esto se logra cuando los electrones que se producen en la irradiación disipan su energía en el aire del medio. Deben excluirse tanto la ionización que se debe a la absorción de la radiación de frenado emitida por los electrones como la que procede de los fotones dispersos.

Por decirlo de algún modo, tendríamos que introducir los fotones vía un túnel infinitamente estrecho “excavado” en el aire que rodea el elemento de volumen del aire en que se produce la interacción (de masa dm) centrado en el punto P . Después habría que proporcionar a los electrones secundarios generados en dm una distancia igual a su alcance máximo dentro del aire circundante, y medir la carga dQ que se produciría. También habría que evitar que los fotones que no hubieran interactuado dentro de dm lo hicieran más allá, quizá proporcionándoles otro túnel infinitamente estrecho y vacío para su salida. Por último, si la radiación de frenado que pudieran generar los electrones secundarios fuese importante, habría que tenerla en cuenta. En la práctica, al entrar y al salir del volumen de interacción, el haz de fotones tiene que atravesar el aire que lo rodea y al interactuar con él produce electrones secundarios y fotones dispersos, todos los cuales

contribuyen inevitablemente a la ionización. Se puede corregir por la presencia de los fotones dispersos; pero cuando hay que tener en cuenta la contribución de los electrones secundarios hay que invocar el principio del equilibrio de partículas cargadas o electrónico. De ese modo, pasando de la situación conceptual a la práctica, la que existe en las cámaras de ionización de paredes de aire, o cámaras de aire libre.

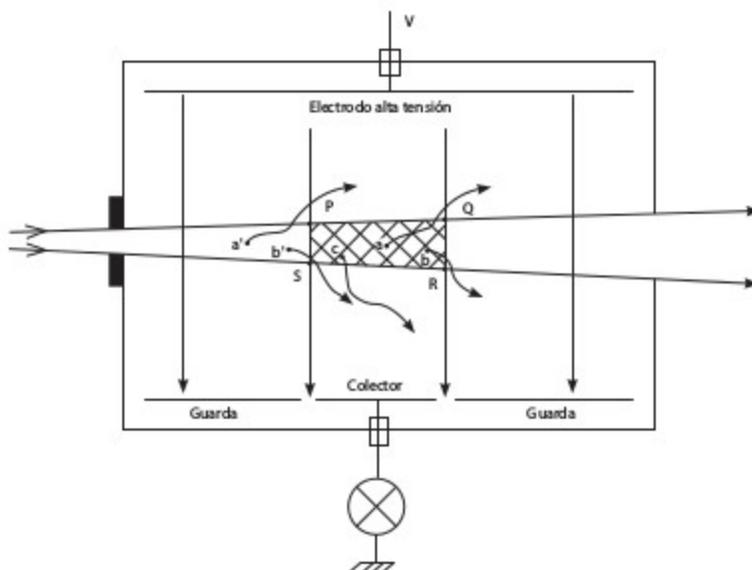


FIG. 3. Esquema de la Cámara de aire libre.

Un haz de fotones pasa por el centro del sistema de electrodos plano-paralelos, que está formado por un electrodo de alta tensión situado frente a un conjunto de tres placas coplanares que consta de un electrodo colector central dotado de electrodos de guarda a cada uno de sus lados. Se supone que el campo eléctrico que se asocia al electrodo colector carece de distorsión longitudinal. La separación entre electrodos ha de ser tal que virtualmente permita a los electrones secundarios recorrer su máximo alcance y la anchura de la placa de guarda ha de bastar para impedir que los electrones secundarios emitidos en el diafragma de entrada alcancen el volumen de colección. Por supuesto, si todos los iones fuesen formados, por así decir, "a domicilio" por la acción directa de los fotones, entonces podría afirmarse sin más distinguos que el volumen de aire que interacciona está formado por el cono truncado PQRS indicado por la zona rayada. Sin embargo, debido a que en realidad los electrones secundarios del tipo de a y de b disipan parte de su energía en formar pares de iones fuera de ese volumen colector, hay que admitir que funciona un principio de emparejamiento compensatorio por el que por cada electrón del tipo a, que se lleva fuera del volumen colector una parte de su energía, habrá otro electrón secundario correspondiente a', originado "corriente arriba" del haz, que transportará hacia dentro del volumen colector una cantidad exactamente compensatoria de energía; y lo mismo para los electrones secundarios b y b'. No hace falta postular ningún emparejamiento compensatorio para los electrones del tipo c, puesto que éstos sí disipan toda su energía dentro del volumen colector. Intuitivamente parece un poco improbable que de haber muchos pares compensándose mutuamente, la compensación pueda ser exacta y desde luego, según ROESCH (1958), en rigor sólo puede alcanzarse con un emisor β distribuido uniformemente. Roesch estudió varios casos prácticos, incluyendo la cámara de aire libre, para establecer el grado de falta de equilibrio que se debe a la atenuación exponencial de los fotones y al efecto de la ley del cuadrado de la distancia.

2.3. LA LEY DE BRAGG-GRAY

La teoría de la cavidad relaciona la dosis absorbida en el medio sensible de la cavidad con la dosis absorbida en el medio que rodea la cavidad. En ella juega un papel crítico el tamaño de la cavidad, debiendo ser suficientemente pequeña para la resolución espacial sea la requerida y para que la perturbación de la fluencia de partículas cargadas sea mínima. La cavidad se considera, si el alcance de los electrones es mucho mayor que las dimensiones de la cavidad. La dosis absorbida en el gas de la cavidad proviene casi exclusivamente de los electrones liberados en el medio que rodea la cavidad. Se habla de un detector de electrones.

Si consideramos haces de fotones, la cavidad se considera pequeña, intermedia o grande al comparar su tamaño con los alcances de las partículas cargadas (en este caso electrones) producidos por los fotones en el medio. La cavidad se considera pequeña, si el alcance de los electrones es mucho mayor que las dimensiones de la cavidad. La dosis absorbida en el gas de la cavidad proviene casi exclusivamente de los electrones liberados en el medio que rodea la cavidad. Se habla de un “detector de electrones”. En este caso son aplicables el principio o teoría de Bragg-Gray. Cuando algunas de las condiciones de Bragg-Gray al incrementar el tamaño dejan de cumplirse (cavidad intermedia), se van haciendo más significativas en el gas de la cavidad las interacciones debidas a los fotones. Es cuando el radio de la cavidad sobrepasa el alcance máximo de los electrones. BURLIN (1966,1968) elaboró una teoría que considera esta situación. Por último y cuando la cavidad es muy grande en comparación con ese alcance máximo, la dosis absorbida media en el gas de la cavidad viene determinada casi exclusivamente por lo fotones que interaccionan en él. Se puede decir que la cavidad ha evolucionado gradualmente desde comportarse como un “detector de electrones” hasta hacerlo como “un detector de fotones”.

1. En ausencia de la cavidad existiera equilibrio de partículas cargadas.
2. La fluencia de partículas cargadas o su distribución en energía y en dirección en el medio no se modifiquen por la presencia del gas en la cavidad.
3. Las interacciones entre la radiación indirectamente ionizante y los átomos del gas puedan desprejarse. Es decir, que la energía absorbida en el gas provenga exclusivamente de las partículas cargadas liberadas en el medio que rodea la cavidad.
4. La razón de poderes de frenado no varíe con la energía.
5. Las partículas secundarias cargadas pierdan su energía por un proceso de frenado continuo, esto es mediante muchos sucesos en cada uno de los cuales se pierde una pequeñísima cantidad de energía (no hay energía transportada a largas distancias).

La condición (1) implica que una fluencia uniforme de partículas indirectamente ionizantes con una atenuación puede ignorarse, no solamente en la región en que se haya vaciado la cavidad, sino también en todo el medio, al menos en una extensión igual al alcance máximo de la partícula cargada más energética.

Que se cumpla (2) es lo mismo que pedir que no haya deposición de energía en la cavidad, es decir que no pueda producirse señal. Hay que aceptar una aproximación que, de nuevo, hace jugar un papel principal al alcance de las partículas cargadas. Cuanto menor sea el tamaño de la cavidad comparada con el alcance de las partículas cargadas, tanto mejor será la aproximación mencionada. De todos modos hay un hecho ya mencionado por Gray que también ayuda a que se cumpla esta condición y que se expresa mediante el llamado teorema de Fano (FANO, 1954). Este teorema constituye otro de los pilares básicos de la dosimetría y se puede enunciar como sigue:

“En un medio de composición dada, sometido a un flujo uniforme de radiación primaria (fotones o neutrones), el flujo de la radiación secundaria es también uniforme e independiente de la densidad del medio 1 así como de las variaciones locales de la densidad”.

En particular, la introducción de una cavidad de baja densidad en un material no debe alterar la fluencia local de partículas cargadas con tal de que el material que llena la cavidad tenga la misma composición básica y en esas circunstancias no hay límite alguno para el tamaño de la cavidad. Esto es de suma importancia. Significa que, con tal de que se trate de una cavidad homogénea, es decir que su composición elemental sea la misma que la del medio que la rodea ya no hay que preocuparse de si las partículas cargadas pierden solamente una pequeña parte de su energía al atravesarla. Esto resulta particularmente útil cuando se trata de neutrones.

3. LOS EQUIPOS DE RADIO DIAGNOSTICO EN LA ACTUALIDAD

Desde el primitivo equipo de rayos X de Röntgen hasta nuestros días la evolución de la tecnología radiológica ha sido imparable. En la actualidad, el parque radiológico de un hospital moderno está constituido por una gran variedad de equipos con diseños muy distintos y con aplicaciones específicas para cada uno de ellos:

1. Los equipos convencionales usados para radiología general, es decir, proyecciones simples tanto de huesos como de partes blandas (tórax, abdomen, columnas, extremidades, etc.).
2. Los equipos telemandados utilizados en estudios más complejos del aparato digestivo o del sistema urinario. Permiten obtener imágenes- guía en tiempo real sobre un monitor de TV. Estas imágenes dinámicas se usan como referencia para la adquisición de imágenes “fijas” usadas para el diagnóstico.
3. Los equipos de tipo arco intervencionista se usan en estudios del sistema circulatorio, tanto coronario, como neurológico, como periférico, con inyección de contraste; también se utilizan en otro tipo de pruebas intervencionistas.
4. Los equipos de mamografía, específicos para la adquisición de imágenes de mama, tan importantes para el diagnóstico y prevención del cáncer de mama.
5. Los equipos de tipo radioquirúrgicos, equipos móviles que, a modo de pequeños arcos intervencionistas suelen usarse como apoyo y guía en muchas cirugías, endoscopias, artroscopias, etc.
6. El TC (Tomógrafo Computarizado) o scanner; en nuestros tiempos mal denominado TAC, por cuanto que en la actualidad la gran mayoría de TC ofrecen la posibilidad de reconstruir planos no solo Axiales, sino también coronales, sagitales y en cualquier otra dirección. Por lo tanto la A de Axial debe retirarse y TAC pasa a ser TC. El TC está ligado al desarrollo informático de finales del siglo pasado. La imagen no se obtiene de forma directa sino que se trata de una reconstrucción matemática a partir de ingentes cantidades de información que una o varias filas de detectores han registrado para muy diversas proyecciones. Para dicho cálculo es imprescindible el concurso de potentes ordenadores.
7. Los equipos portátiles son equipos convencionales móviles para la realización de radiografías. Permiten llegar hasta aquellos pacientes hospitalizados que no pueden ser desplazados a los servicios de rayos X.
8. Los equipos dentales y podológicos, especialmente diseñados para la obtención de imágenes de piezas dentales y zonas del pie respectivamente.
9. Los “Ultrasonidos” han encontrado aplicación en las imágenes de ecografía, de mala resolución pero con indicaciones muy específicas en las que se aprovecha su carácter no ionizante.

4. CONCLUSIONES

La ley de Bragg-Gray origino grandes consecuencias, entre ellas provoco grandes descubrimientos en la física y revolución la tecnológica para resolver algunos problemas y mejorarla por ejemplo. Una de las primeros problemas resuelto a computadora sobre la teoría de la cavidad es el problema del movimiento de una partícula cargada sobre un dipolo magnético el cual necesito el uso de computadoras para el cálculo de trayectorias elípticas. Otro caso es la ionización del gas por medio de esta cavidad y el descubrimiento de la radiación de fondo e inicio de la sospecha de nuevas partículas fundamentales.

Simplifica los cálculos que se sometería por medio al análisis de la teoría cuántica. Debido a reactores de investigación es posible crear isótopos radiactivos que pueden ser usado en el sector de salud para la aplicación de una radioterapia y gracias a la tecnología reciente ir afinando los cálculos de dosis equivalente en el paciente, la aplicación más precisa a una radioterapia considerando los movimientos biológicos como la respiración. Tratar tumores y la cantidad de dosis equivalente debido al órgano

Esta teoría durante el siglo XX a sido modificada para considerar otros casos debido a la radiación, como la teoría de Spencer-Attix es una que tiene la más alta aproximación que se ha desarrollado hasta el punto en comparación con medidas experimentales.

BIBLIOGRAFÍA

1. John R. Lamarsh "Introduction to Nuclear Engineering" Prentice Hall, Chapter 9, 10 pp. 466-535, 548-604
2. Herman Cember , "Health Physics", Mc Graw Hill, Chapter 5, pp. 143-181.

DESCRIPCIÓN DE ALUMNOS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS DE LA BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

Miguel A. López de la Cruz, Hortensia J. Reyes Cervantes, O. Leticia Fuchs Gómez, Jorge Dávila

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Río Verde y Av. Sn. Claudio, Col. Jardines de Sn. Manuel, C.P. 72570, Puebla, Pue.
mike23lc@gmail.com, hreyes@fcfm.buap.mx, lfuchs@fcfm.buap.mx

RESUMEN

La deserción, el atraso estudiantil, los bajos índices de desempeño y de culminación de programas de educación superior son algunas de las preocupaciones más apremiantes del país, instituciones de educación superior, directivas universitarias, docentes y padres de familia. Hemos hecho estudios de generaciones pasadas y vemos que la deserción en las carreras de la Facultad sigue siendo elevada. En este trabajo investigamos con las materias más importantes de las licenciaturas. Además se consideran las variables socioeconómicas, dado que son diferentes aspectos que conllevan a tener un mal desempeño estudiantil, estos son: sexo, puntaje de examen de admisión, si el alumno trabaja, si los recursos son suficientes o no, si el alumno vive en casa propia o no, entre otros. Se ha llevado a cabo un análisis exploratorio, univariado y bivariado, con el fin de observar el comportamiento y relación de las variables bajo estudio, además de caracterizarlos probando o descartando afirmaciones acerca de que tanto la formación académica, cuestiones sociales y económicas influyen en un alumno de ciencias. Los resultados del análisis muestran que en cada generación (2010-2013) ingresan más hombres que mujeres a la facultad, un 61% en promedio contra 39%, se observa que el 99% de los alumnos son solteros, también se observó que el número de alumnos que dice no tener recursos semanales suficientes es casi igual con el número de alumnos que trabaja, en 2010 un 25% trabaja además de estudiar, en 2012 un 17% y en 2013 el 24% también se observó que cada año aumenta el número de alumnos que poseen computadora en casa. Esta información es importante para hacer evaluaciones, toma de decisiones y encontrar factores que ayuden a tener mejoras en los índices de aprobación en la FCFM-BUAP. Un camino es mejorar la difusión de las carreras en las preparatorias.

1. INTRODUCCIÓN

Es sabido que el mayor índice de reprobación, rezago y deserción escolar se presenta en carreras de ingeniería y ciencias exactas. En este sentido la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (FCFM) de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (Buap) no es la excepción, ya que en ella se han reportado bajos índices de titulación y egreso de las licenciaturas que se imparten en dicha facultad y a pesar de todos los esfuerzos realizados este problema aún continúa.

Se han realizado estudios donde se concluye que este problema surge dentro de los primeros semestres de las licenciaturas donde se muestra un gran índice de reprobación principalmente en la materia de Matemáticas básicas y cálculo diferencial. Es por ello que nos interesamos en realizar un estudio que aborde esta situación. Dado que la reprobación es una de las diversas causas del fracaso escolar, aunque estas son varias, el principal objetivo de este trabajo es la identificación de los factores que influyen en la reprobación de estas materias.

2. METODOLOGÍA

Para llevar a cabo el presente estudio se tomó en cuenta un cuestionario hecho a los alumnos de primer ingreso de todas las licenciaturas, durante los periodos 2010, 2012 y 2013 el total de alumnos encuestados al momento de ingresar a sus carreras fue de 274, 227 y 252 respectivamente, la encuesta incluye variables socioeconómicas tales como si los alumnos trabajan, estudios de los padres, ocupación de los padres, entre otros. Por otro lado, también se analizó la historia académica de los alumnos inscritos en la facultad, información proporcionada por la Dirección de Administración Escolar (DAE), a través de sus departamentos de cómputo, que administra en sistema las historias académicas de los alumnos.

Se llevó a cabo un análisis exploratorio, el cual consistió de gráficos con el fin de observar la relación de las variables.

3. RESULTADOS

De un análisis descriptivo se observó que siempre ingresan más hombres que mujeres a la facultad 61% contra 39%. Una variable con la que se contaba era si el alumno tiene recursos semanales suficientes se obtuvo que el número de alumnos que no tienen recursos semanales suficientes es casi igual con el número de alumnos que trabajan 24.8% en 2010, 17% en 2012 y 23.4% en 2013. Por otro lado, en promedio se tiene que hay más alumnos foranes (60.2%) que de la Cd. de Puebla, más alumnos viven con sus padres (73.22%) y la mayoría viven en casa propia (65%) como se observa en las fig. 1, 2 y 3.

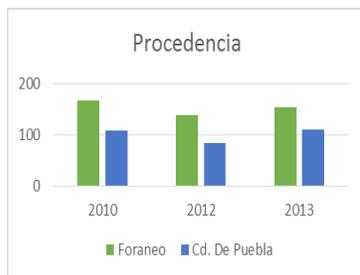


Fig. 1 Procedencia de los alumnos



Fig. 2 Hogar del alumno.

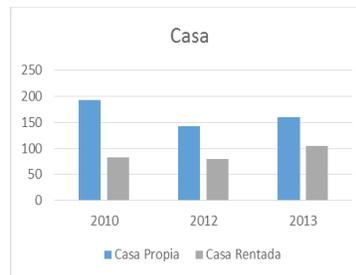


Fig. 3 Tipo de casa.

Entre las ocupaciones de los padres las más frecuentes son comerciante, campesino, profesor y obrero y se obtuvo la siguiente relación en cuanto a los puntajes de admisión resultando que salieron con mejor promedio quienes sus padres son profesores, seguidos de comerciantes, obreros y campesinos, excepto en 2012 que quienes salieron mejor fueron los hijos de comerciantes en lugar de profesores, como se observa en la tabla 1:

Ocupación	2010		2012		2013	
	%	Promedio de puntaje de examen	%	Promedio de puntaje de examen	%	Promedio de puntaje de examen
Campesino/agricultor	9.12%	667.5	6.16%	700.5	6.35%	689.93
Comerciante	15.7%	686.6	14.09%	738.93	11.9%	730.36
Docente/Profesor/Maestro	11.67%	687.03	8.37%	718.64	8.33%	756.47
Obrero	5.83%	667.83	7.04%	714.38	8.33%	709.80
Otros	57.68%	694.6	78.42%	725.48	65.09%	729.91
Total	100%	687.2	100%	725.25	100%	727.56

Tabla 1: Promedio de puntajes en relación a las ocupaciones de los padres.

Sin embargo, haciendo el promedio de las tres generaciones (2010, 2012 y 2013) quienes obtuvieron mejor resultados fueron efectivamente los hijos de profesores.

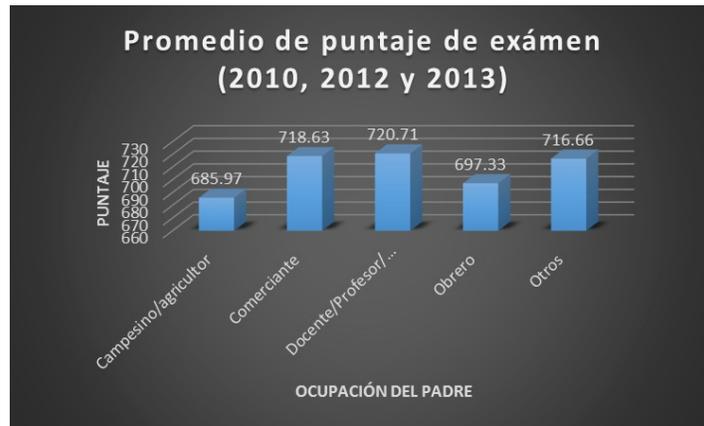
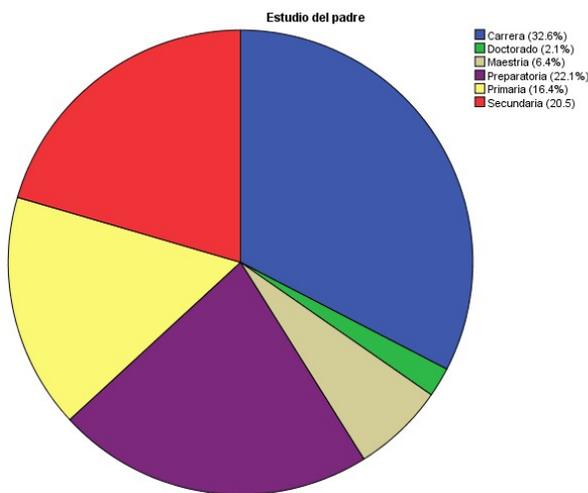


Fig. 4 Promedio de puntaje de examen en relación a la ocupación del padre.

Mientras que los puntajes más bajos son de quienes sus padres son campesinos u obreros. Por otro lado, de igual forma se analizó la ocupación de las madres, sin embargo de todas las variables que se tienen la de mayor frecuencia es ama de casa con una probabilidad de 0.5205 ligeramente mayor a la mitad de la población y el promedio de puntaje de examen de admisión de los alumnos cuyas madres son ama de casa es de 710.4 en las tres generaciones casi la media general (713.3 puntos).

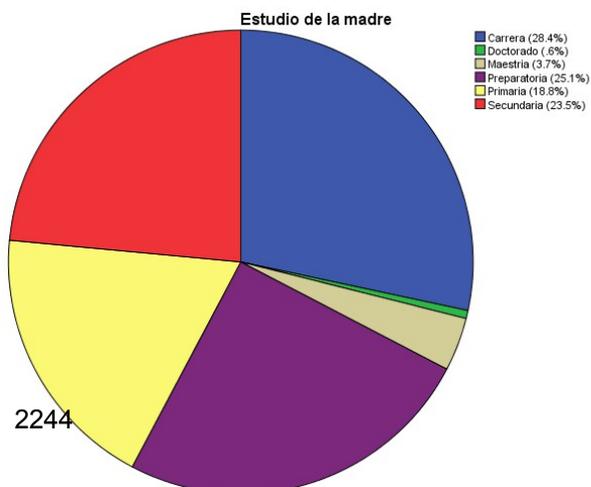
Fuertemente relacionado a esto está la escolaridad de los padres, otro aspecto que influye en el aprovechamiento de los alumnos como se muestra en los siguientes gráficos.



Se observa que el 32.6% de los alumnos sus padres estudiaron alguna carrera, seguido de preparatoria o carrera técnica con un 22.1% mientras que los menores porcentajes se registran en los padres que estudiaron maestría o posgrado que corresponde al 20.5% y doctorado o posdoctorado con el 16.4%.

Fig. 5 Porcentaje de estudios del padre.

En este caso de igual forma los mayores porcentajes son de quienes estudiaron alguna carrera (28.4%) o preparatoria



(25.1%) y los menores porcentajes son quienes estudiaron maestría o posgrado (3.7%) y doctorado o posdoctorado (0.6%).

Fig. 5 Porcentaje de estudios de la mamá.

Por otro lado, como se ha observado en otros estudios las materias de matemáticas básicas y cálculo diferencial son las más reprobadas e importantes al inició de las licenciaturas en la facultad pues en 2010 un 22.1% deserto en el primer semestre, en 2011 el 19.32% (faltan otras generaciones que no se pudo incluir por falta de información) y, en estas generaciones también se presenta un alto índice de alumnos que reprueban como se observa en las siguiente tabla:

	Matemáticas básicas	Cálculo diferencial
Calificación	Porcentaje	Porcentaje
5.0	38.2	18
6.0	9.5	5.2
7.0	16.1	13.3
8.0	20.5	32.7
9.0	11.6	20.9
10	4.2	10
Total	100.0	100

La media de las calificaciones en matemáticas básicas (2010) es de 6.705 y de cálculo diferencial es de 7.63.

Tabla 2. Porcentaje de calificaciones matemáticas básicas y cálculo Diferencial en 2010.

4. CONCLUSIONES

Los alumnos de esta población 2010, 2012 y 2013 en general, presentan las siguientes características:

- La materia que siguen reprobando es la de cálculo diferencial y matemáticas básicas.
- Los alumnos principalmente son hijos de mamá y papá con una carrera y tienen secundaria. Los mejores puntajes en el examen se encuentran con estas características.
- Entra un porcentaje no muy alto de hijos de campesinos y obreros.

Desgraciadamente siguen desertando los alumnos en el primer año. Por lo cual necesitamos crear platicas de divulgación en sus escuelas para que los alumnos estén conscientes de lo que son las carreras de ciencias y darse su tiempo para aprender los nuevos conceptos que forman parte del lenguaje matemático.

BIBLIOGRAFÍA

1. Luisa N. Méndez (2015), "Estimación de la probabilidad de egreso de estudiantes de licenciaturas en ciencias de la Buap usando Regresión Logística" Tesis de licenciatura.
2. Dzay Chulim, Narvárez Trejo, "La deserción escolar desde la perspectiva estudiantil", Universidad de Quintana Roo, 2012.
3. Joan Carles Martori I Cañas, "Análisis estadístico con SPSS para Windows", Mc Graw Hill, Volumen II, 2003.

UNA APROXIMACIÓN DE ELEMENTO FINITO PARA LA ECUACIÓN GENERALIZADA DE BURGERS-HUXLEY QUE CONSERVA LA POSITIVIDAD Y LA ACOTACIÓN

J. E. Macías-Díaz^a, I. E. Medina-Ramírez^a,

^aDepartamento de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma de Aguascalientes, jemacias@correo.uaa.mx

^aDepartamento de Química, Universidad Autónoma de Aguascalientes, iemedina@correo.uaa.mx

RESUMEN:

En este trabajo, se propone un método numérico para aproximar las soluciones de formas generalizadas de dos modelos bidimensionales famosos de la física matemática, a saber, la ecuación de Burgers-Fisher y la ecuación de Burgers-Huxley. Los modelos difusivos investigados en este trabajo consideran la inclusión de advección-convección y reacción alineales; en particular, las leyes de reacción consideradas son generalizaciones o extensiones del término correspondiente en la ecuación clásica de Fisher de dinámica de la población. En el escenario de una sola dimensión, la literatura especializada en el área da cuenta de la existencia de soluciones analíticas para ambos modelos, en forma de frentes de onda viajeras acotadas dentro de un intervalo de I de los números reales. Motivados por este hecho, se propone una metodología de elemento finito que garantiza que, bajo determinadas condiciones analíticas sobre los parámetros del modelo, estimaciones acotadas en I evolucionará discretamente para convertirse en nuevas estimaciones que igualmente estarán acotadas dentro de I . La preservación de las propiedades de la positividad y la acotación de las soluciones aproximadas se lleva a cabo utilizando la teoría de M -matrices, que son un tipo especial de matrices no singulares, reales, de forma cuadrada. Además, se establece la preservación en el dominio discreto de la antisimetría de las soluciones de los modelos estudiados. Nuestra implementación computacional del método confirma numéricamente que las propiedades de la positividad y la acotación se conservan bajo las condiciones analíticas derivadas teóricamente. La técnica es un método de dos pasos, y es consistente de primer orden en el tiempo y segundo orden en el espacio. En la práctica, nuestras simulaciones muestran una buena concordancia entre las soluciones analíticas obtenidas en el presente trabajo y las aproximaciones numéricas correspondientes.

1. INTRODUCCIÓN

El problema consiste en aproximar aquellas soluciones de ciertas ecuaciones diferenciales parciales que nunca toman valores negativos. El problema tiene su origen físico, químico y biológico en el hecho de que, para ciertas variables, no es significativo hablar de soluciones que no sean no negativas.

Actualmente, ya existe una teoría extensa sobre la existencia de soluciones no negativas para varias ecuaciones diferenciales. El problema es que, dada la complejidad de las soluciones, es prácticamente imposible determinarlas de manera analítica. Es por ello que existe una fuerte necesidad de diseñar herramientas computacionales que aproximen consistentemente las soluciones no negativas de dichas ecuaciones diferenciales. Al respecto, ya se cuentan con algunas técnicas tales para aproximar soluciones no negativas de ecuaciones tales como la ecuación de onda, así como algunas otras ecuaciones relativamente simples. Sin embargo, aún no se cuenta con herramientas para aproximar las soluciones de ecuaciones más complejas, tales

como las versiones generalizadas de la ecuación de Burgers-Huxley y la ecuación de Stefan-Boltzmann.

2. JUSTIFICACIÓN

El desarrollo de métodos computacionales que preserven la positividad de soluciones se encuentra justificado en virtud de que existen problemas físicos, biológicos y químicos en los que las soluciones que toman valores negativos no tienen ningún significado. Así, por ejemplo, en aquellas situaciones físicas en las que la variable a medir sea temperatura medida en una escala absoluta, o bien, problemas biológicos en los que se cuantifique la densidad de una población de bacterias, o bien, problemas químicos en los que la variable de interés sea la concentración de una sustancia en una solución, desde un punto de vista realista, no cabe la posibilidad de que las ecuaciones de evolución del problema arrojen mediciones negativas.

Para la mayoría de los problemas que hemos mencionado, se sabe de la existencia de soluciones analíticas que satisfacen la propiedad de positividad, aún cuando no se conocen muchas soluciones analíticas a dichos problemas. Es por esto que el diseño de métodos numéricos que preserven la positividad de soluciones a estos problemas, y que aproximen de manera consistente y estable dichas soluciones, es una prioridad computacional y matemática.

3. OBJETIVOS

Al término de este trabajo, se alcanzaron los siguientes objetivos:

- Desarrollar técnicas computacionales para aproximar soluciones de ecuaciones diferenciales parciales poblacionales, tales como la ecuación clásica de Burgers-Huxley con términos no lineales que generalicen a la ley logística, que garanticen la positividad de las aproximaciones a las soluciones.
- Desarrollar técnicas computacionales para las ecuaciones hiperbólicas generalizadas de Burgers-Huxley, que preserven la positividad de las aproximaciones y, cuando sea requerido, la acotación de las mismas dentro de un intervalo contenido en el conjunto de los reales no negativos.
- Si es posible, desarrollar técnicas similares para ecuaciones hiperbólicas que generalicen ecuaciones de la termodinámica, en la que la variable respuesta sea medida en una escala absoluta (tal como la ecuación de Stefan-Boltzmann).

4. MATERIALES Y MÉTODOS

Para alcanzar dichos objetivos, se realizaron las siguientes actividades, para cada una de las ecuaciones a estudiar:

1. Desarrollar esquemas de diferencias finitas que aproximen a las ecuaciones en cuestión.
2. Demostrar propiedades numéricas de dichos esquemas, tales como consistencia y estabilidad.
3. Verificar la eficiencia de los métodos propuestos, al compararlos directamente con soluciones conocidas de las ecuaciones bajo estudio, o bien, si tal no es posible, contra soluciones conocidas de ecuaciones aproximadas.
4. Cuando sea posible, desarrollar esquemas que aproximen consistentemente cantidades físicas significativas, tales como la energía total del sistema, y verificar si las aproximaciones son consistentes en el dominio de la razón de cambio de energía con respecto al tiempo.
5. En caso de que se realice el objetivo inmediato anterior, constatar la congruencia entre los resultados en los dominios de la solución y la energía.

5. RESULTADOS

Se desarrollaron técnicas computacionales que aproximen consistentemente las soluciones positivas de ecuaciones diferenciales parciales en las que la restricción de positividad conlleve una significancia física. Particularmente, se estudiaron versiones generalizadas de la ecuación clásica de Burgers-Huxley y de algunas otras ecuaciones en las que las variables de interés sean medidas en escalas absolutas (temperatura, densidad de población, densidad en solución, etc.). Este estudio arrojó métodos consistentes y estables para aproximar confiablemente dichas soluciones.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo, se propuso un método numérico para aproximar las soluciones de formas generalizadas de dos modelos bidimensionales famosos de la física matemática, a saber, la ecuación de Burgers-Fisher y la ecuación de Burgers-Huxley. Los modelos difusivos investigados en este trabajo consideran la inclusión de advección-convección y reacción alineales; en particular, las leyes de reacción consideradas son generalizaciones o extensiones del término correspondiente en la ecuación clásica de Fisher de dinámica de la población. En el escenario de una sola dimensión, la literatura especializada en el área da cuenta de la existencia de soluciones analíticas para ambos modelos, en forma de frentes de onda viajeras acotadas dentro de un intervalo de I de los números reales. Motivados por este hecho, se propone una metodología de elemento finito que garantiza que, bajo determinadas condiciones analíticas sobre los parámetros del modelo, estimaciones acotadas en I evolucionará discretamente para convertirse en nuevas estimaciones que igualmente estarán acotadas dentro de I . La preservación de las propiedades de la positividad y la acotación de las soluciones aproximadas se lleva a cabo utilizando la teoría de M -matrices, que son un tipo especial de matrices no singulares, reales, de forma cuadrada. Además, se establece la preservación en el dominio discreto de la antisimetría de las soluciones de los modelos estudiados. Nuestra implementación computacional del método confirma numéricamente que las propiedades de la positividad y la acotación se conservan bajo las condiciones analíticas derivadas teóricamente. La técnica es un método de dos pasos, y es consistente de primer orden en el tiempo y segundo orden en el espacio. En la práctica, nuestras simulaciones muestran una buena concordancia entre las soluciones analíticas obtenidas en el presente trabajo y las aproximaciones numéricas correspondientes.

BIBLIOGRAFÍA

1. K. P. Hadeler; K. Dietz, Nonlinear hyperbolic partial differential equations for the dynamics of parasite populations, *Comp.Math. Appl.* 9, 415–430 (1983).

EFFECTOS DE DIFRACCIÓN DEL OJO DEL GECKO PARA ILUMINACIÓN DIURNA

Elizabeth López Meléndez ^a, Luis David Lara Rodríguez ^a, Francisco Javier Renero Carrillo ^a,

^aDepartamento de Óptica , INAOE., elom@inaoep.mx, luislara@inaoep.mx, paco@inaoep.mx

RESUMEN

La resolución y sensibilidad del ojo del Gecko (*Tarentola chazaliae*) ha sido descrita en la literatura, para diferentes condiciones de iluminación y en función de la variación de la morfología de la pupila. En condiciones de máxima iluminación la pupila se transforma en cuatro orificios, su ojo es considerado multifoco en el espectro visible y el ultravioleta. En base al diagrama de mancha del ojo del Gecko se obtiene su MTF y se simulan diferentes posibles escenarios de cómo es la visión del Gecko con las MTFs, además de presentar los patrones de difracción de las diferentes morfologías de la pupila.

1. INTRODUCCIÓN

El gecko de casco (*tarentola chazaliae*) es un pequeño lagarto terrestre de la familia de los gekkonidae, este se encuentra desde el sur de Marruecos, Mauritania y el oeste del Sahara hasta Senegal, el gecko fue clasificado por primera vez como *tarentola* por François Mocquard en 1895.

Los geckos llegan a medir de 6-9 cm ver Fig.1, aunque las hembras son ligeramente mayores y se caracteriza por su cabeza abultada y con forma semejante a un casco, que le otorga su nombre, su piel es de un color gris o castaño claro a oscuro, variando de intensidad ligeramente para camuflarse. Posee varias motas más oscuras en el dorso, que es recorrido en lomo por una línea longitudinal de manchas blancas. En recientes investigaciones se ha descubierto que el gecko puede ver en el espectro visible además del ultravioleta, cuando el gecko tiene luz tenue sus pupilas son redondas y completamente abiertas; en condiciones de máxima iluminación la pupila se transforma en cuatro orificios.



Figura 1. Fotografía de un gecko nocturno de casco (*Tarentola Chazalie*)

Roth¹ estudio la pupila del gecko nocturno de casco, las dimensiones del ojo para calcular la sensibilidad óptica de estos animales. Basándose en los datos obtenidos por Roth, en este trabajo se presenta el diagrama de mancha (spot diagram) del ojo del gecko, su función de transferencia

de modulación (MTF), los patrones de difracción del gecko con su pupila en diferentes condiciones de iluminación y finalmente se muestran simulaciones de la visión del gecko.

2. ÓPTICA COMPUTACIONAL Y EVALUACIÓN GEOMÉTRICA DE LA IMAGEN

Cuando las aberraciones exceden varias veces al límite de Rayleigh, los efectos de difracción son insignificantes y el resultado del trazado de rayos puede predecir la imagen de un punto con un buen grado de precisión. Esto se hace dividiendo la pupila de entrada del sistema óptico en un gran número de áreas iguales para trazar un rayo de un punto del objeto a través del centro de cada pequeña área. La intersección de cada rayo en el plano imagen se grafica, ya que cada rayo representa una contribución similar del total de la energía en la imagen, entonces la densidad de los puntos que se grafican es una medida de la densidad de poder (irradiancia, iluminancia) de la imagen. Un rayo interceptado en este tipo de graficas es llamado "Spot diagram", i. e. diagrama de mancha², todos los rayos en este trabajo tienen simetría circular.

Un tipo de objetivo comúnmente usado para probar el desempeño de un sistema de lentes consiste en una serie de barras brillantes y opacas del mismo ancho. Diversos conjuntos de patrones con diferente espaciado son usualmente obtenidos del sistema bajo prueba, en estos patrones la línea puede ser descartada, a esto se le considera el poder resolutor del sistema, el cual es expresado por un cierto número de líneas por milímetro (a la línea se le considera una barra brillante y la otra opaca).

Un parámetro altamente usado es la evaluación de desempeño del sistema de su contraste o modulación³, contra la frecuencia espacial, esto se conoce como la función de transferencia de modulación³ (MTF), para calcular la MTF a partir de un diagrama de manchas se describe a continuación.

Se asume que ha sido calculado correctamente el diagrama de manchas. La función de propagación de línea se determina por la integración del diagrama de manchas en una dirección; en la práctica uno asume un incremento Δx y cuenta todos los puntos entre el borde de la línea y su incremento. Se normaliza N_x (el número de puntos dentro de Δx) en contra de x , esto representa la función de propagación de línea que se llama $A(x)$ (Note que la función de propagación de punto (PSF), se podría derivar a partir del cálculo de la difracción si la MTF exacta es deseada).

Se obtiene la función de transferencia de modulación de la siguiente forma:

$$A_c(v) = \frac{\sum A(x) \cos(2\pi v x) \Delta x}{\sum A(x) \Delta x}, \quad (1)$$

$$A_s(v) = \frac{\sum A(x) \sin(2\pi v x) \Delta x}{\sum A(x) \Delta x}, \quad (2)$$

$$MTF(v) = |A(v)| = \left[A_c^2(v) + A_s^2(v) \right]^{1/2}, \quad (3)$$

Donde v representa la frecuencia espacial.

Los patrones de difracción son calculados a partir de la difracción de campo cercano usando la integral de Fresnel⁴, esta se calcula con ayuda de la transformada de Fourier; la integral de Fresnel se describe en la Eq. 4.

$$U_2(x_2, y_2) = \frac{1}{i\lambda z} e^{ikz} e^{ik\left(\frac{x_2^2 + y_2^2}{2z}\right)} \iint U_1(x_1, y_1) e^{ik\left(\frac{x_1^2 + y_1^2}{2z}\right)} e^{-ik\left(\frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{z}\right)} dx_1 dy_1, \quad (4)$$

3. RESULTADOS

En la Fig.2, se muestra un corte horizontal del ojo del gecko y los respectivos radios de curvatura para cada superficie, además de sus grosores. Se asume que la distancia focal del ojo del gecko usando el modelo de Gullstrand es de 3.6 mm. Los índices de refracción entre los radios de curvatura son: $n_1=1.336$ (r_2-r_1), $n_2=1.414$ (r_3-r_2), $n_3=1.336$ (retina – r_3). Se obtienen los diagramas de mancha y la MTF para una longitud de onda en el visible de 589.29 nm.

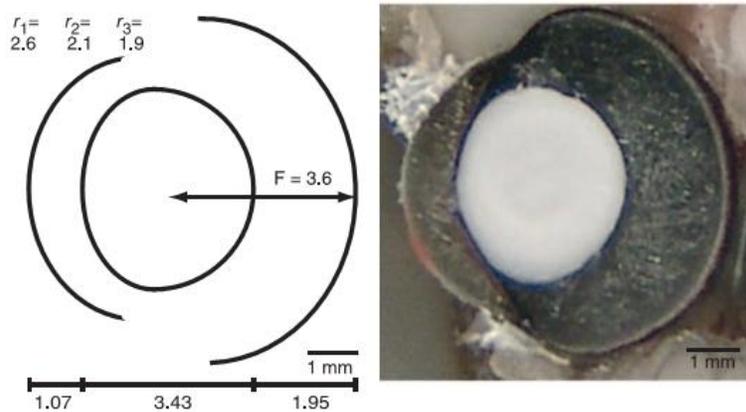


Figura 2. Radios de curvatura del sistema óptico del gecko nocturno de casco

En la siguiente tabla se dan algunos datos importantes sobre la anatomía del gecko obtenidos por Roth.

Tabla 1. Comparativa de la sensibilidad óptica del gecko nocturno de casco con el humano.

Visión de Color Confirmado	Gecko nocturno de casco (0.002 cd m ⁻²)	Humano (0.02 cd m ⁻²)
Coeficiente de absorción, k	0.035	0.035
Diámetro de pupila, $A(\mu\text{m})$	3900 ± 200	7000
Longitud focal, $f(\mu\text{m})$	3500 ± 100	16700
Diámetro del cono, $d(\mu\text{m})$	10 ± 2	1.5
Longitud del segmento externo del cono, $l(\mu\text{m})$	37 ± 5	30
Sensibilidad óptica para la luz blanca, $S_w(\mu\text{m}^2 \text{sr})$	28	0.08

En la Fig. 3 se muestra el diagrama del sistema óptico del gecko con trazado de rayos a 0° a $\pm 10^\circ$, en la Fig. 4 se presenta el diagrama de mancha de campo completo en el plano imagen, Fig. 5 muestra el diagrama de manchas en a través de focos diferentes en el plano imagen. Todas ellas con una longitud de onda con 589 nm. Se utilizó Zemax⁵ para obtener las diferentes simulaciones.

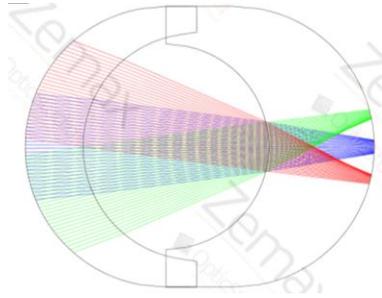


Figura 3. Diagrama del Sistema óptico del gecko nocturno de casco

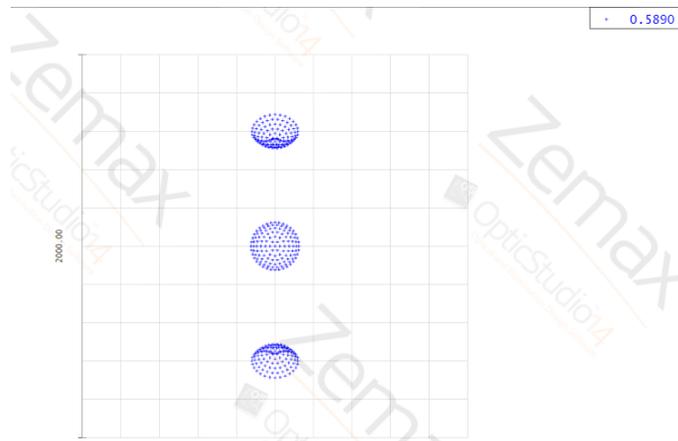


Figura 4. Diagrama de mancha de campo completo en el plano imagen

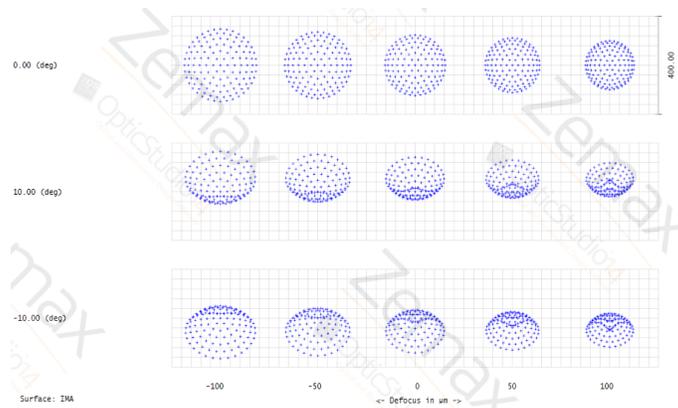


Figura 5. Diagrama de manchas a través de focos en el plano imagen.

Ahora se muestran (Fig. 6) la MTF(función de transferencia de modulación) del sistema.

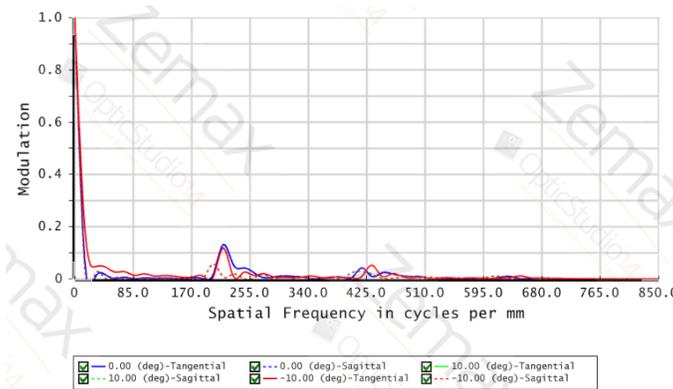


Figura 6. MTF del sistema óptico del gecko nocturno de casco.

En las siguientes figuras (Fig. 7-9) se muestran un conjunto de imágenes de entrada; las cuales son simuladas con el sistema óptico del gecko nocturno de casco propuesto por Roth, y las imágenes de salida del sistema se comparan con las de entrada. Para este trabajo solo se muestran comparativas visuales.

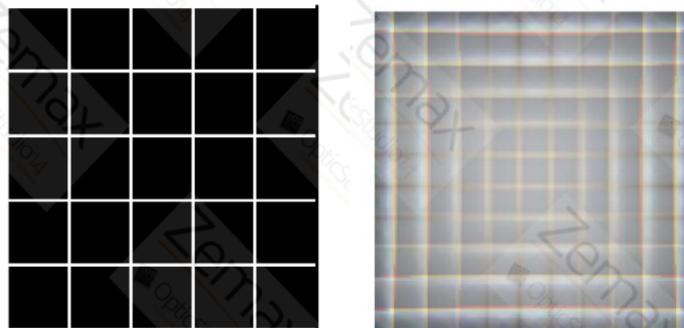


Figura 7. Imagen de Malla y su respectiva simulación.



Figura 8. Imagen de paisaje y su respectiva simulación.

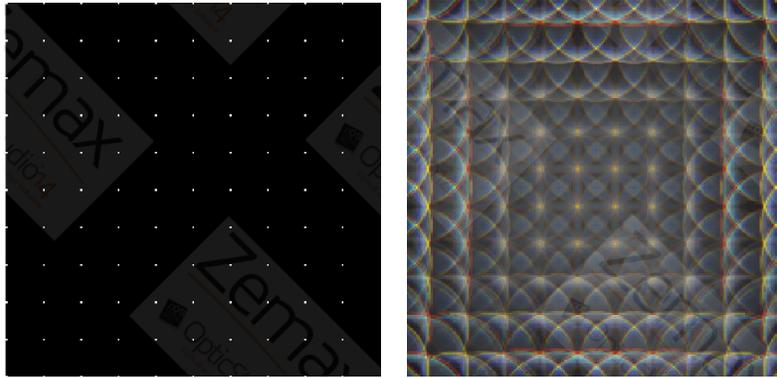


Figura 9. Imagen de malla de puntos y su respectiva simulación.

Por último se muestran los patrones de difracción de la pupila del gecko en diferentes configuraciones, para las simulaciones se usó MATLAB⁶. En la figura 10 se muestran imágenes de la pupila del gecko con diferentes condiciones de iluminación. En las figuras 11-12 se muestran los patrones de difracciones focalizadas y no focalizadas, de dos diferentes configuraciones, la primera de líneas con rombos y la segunda con círculos.

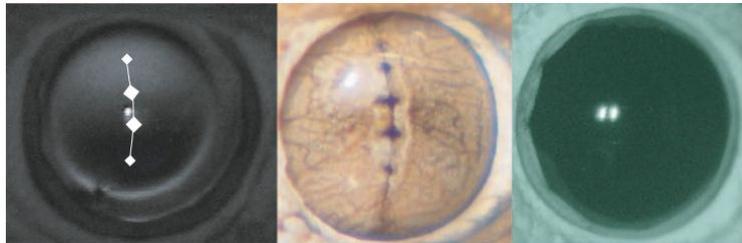


Figura 10 . De izq. a der. Imagen fotorefractometrica del ojo del gecko nocturno de casco con adaptación a la luz mostrada con líneas y rombos, pupila con luz, pupila sin luz.

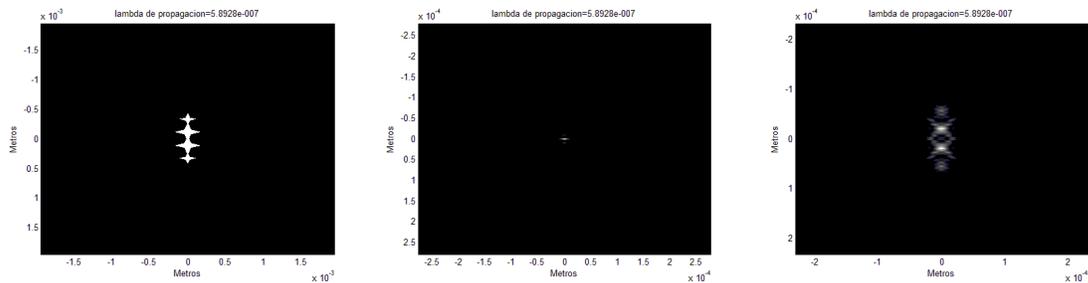


Figura 11 . De izq. a der. Pupila del gecko en forma de líneas y rombos, propagación de la pupila en foco 3.6 mm, propagación de la pupila desenfocada a 3 mm.

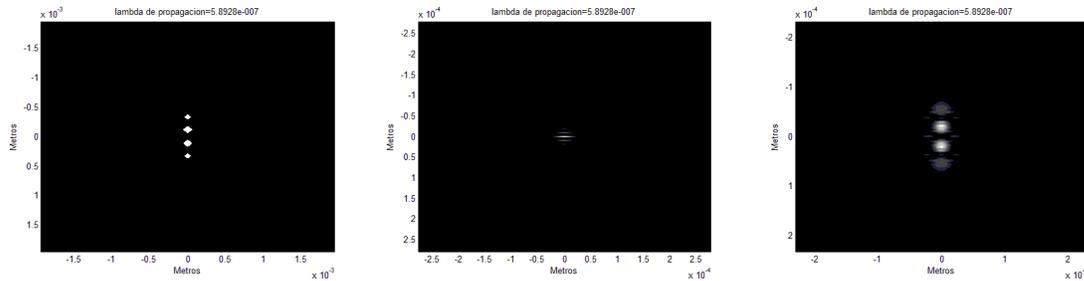


Figura 12 . De izq. a der. Pupila del gecko en forma de círculos, propagación de la pupila en foco 3.6 mm, propagación de la pupila desenfocada a 3 mm.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se discute la facilidad que tiene el gecko de casco nocturno de cambiar la forma de su pupila dependiendo de las condiciones de iluminación, se simularon los patrones de difracción de estos cambios de pupila para entender mejor sus fenómenos difractivos. También se hace un estudio y análisis del sistema óptico del ojo del gecko nocturno de casco, basado en el modelo de Roth. Para ello se calculó el diagrama de manchas del sistema óptico, su función de modulación de transferencia y simulaciones del comportamiento del sistema con diversas imágenes de entrada; observando que el sistema óptico del gecko tendría aberración de coma, esférica, cromática y tilde.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores E. Lopez M. y L. Lara R., agradecen a CONACyT y al INAOE por el apoyo con las becas doctorales, el Dr. F. Renero C. agradece al Sistema Nacional de Investigadores

BIBLIOGRAFÍA

1. Roth, L. S. V., Lundström, L., Kelber, A., Kröger, R. H. H., & Unsbo, P. (2009). The pupils and optical systems of gecko eyes. *Journal of Vision*, 9(3):27, 1–11, <http://journalofvision.org/9/3/27/>, doi:10.1167/9.3.27
2. Renero C., F.J., “Automatic Design of Lens Arrays for Optical Computing and Interconnects”, Febrero 1995, Departamento de Física Aplicada , Universidad de Osaka , Japon.
3. Smith, W. J., “Modern Optical Engineering: Design of optical systems”, McGraw hill, 2da edición, 1991.
4. Cathey, W.T. , “Optical Information Processing and Holography”, Universidad de Colorado, 1974, Wiley & Sons Inc.
5. www.zemax.com
6. www.matlab.com

MODELO MATEMÁTICO DE DIFUSIÓN DE GLUTAMATO EN EL ESPACIO SINÁPTICO

Oscar I. Torres^a, Rafael Zamorano U.^a,

^aEscuela Superior de Física y Matemáticas – Instituto Politécnico Nacional, México, D.F., oscar_qks@hotmail.com, davozam@yahoo.com

RESUMEN

En el desarrollo de las ciencias es indispensable aplicar modelos que describan matemáticamente los fenómenos que se presentan en su objeto de estudio, como lo es la sinapsis y la difusión de glutamato en ella.

Haciendo uso de los conocimientos adquiridos en el curso “Métodos Matemáticos I” de la licenciatura en Física y Matemáticas se modela el espacio sináptico como un cilindro y se resuelve la ecuación diferencial homogénea de difusión en coordenadas cilíndricas mediante el método de separación de variables. Al graficar las soluciones de acuerdo a las distintas variables es más sencillo entender de manera matemática cómo actúa el fenómeno y las posibles variaciones en su comportamiento.

En general la coordenada radial, al ser separada, está dada por la ecuación de Bessel y sus respectivas soluciones, particularizándose éstas según las condiciones de frontera que se impongan al problema. La solución a la parte temporal, por la forma de la ecuación y debido a que se está resolviendo la ecuación homogénea, queda como una exponencial decreciente. Las soluciones para nuestras dos coordenadas restantes dependen exclusivamente de nuestras condiciones de frontera, aunque solo tienen la oportunidad de ser funciones senoidales ó hiperbólicas. En el caso particular a desarrollar, la solución en el eje z , quedará como un seno hiperbólico, mientras que para la coordenada azimutal será simplemente una constante, ya que se impondrá simetría para esta variable.

1. INTRODUCCIÓN

El uso de ecuaciones diferenciales es cada vez más necesario para el estudio de diversos fenómenos en distintas áreas como la Neurobiología. Para esta Ciencia es importante conocer los procesos de comunicación neuronal. Nosotros nos centraremos en la comunicación química, la cual se da mediante difusión de diversas sustancias, como el glutamato. Este aminoácido es el principal excitador del sistema nervioso central (SNC) y co-responsable de la memoria y el aprendizaje, aunque en grandes concentraciones puede provocar neurotoxicidad, causando así la muerte de las neuronas. El tipo de comunicación neuronal denominada “química”, tiene lugar en el espacio sináptico, lugar donde es transferida la información entre neuronas. Este será el espacio físico donde se hará uso de los recursos aprendidos durante el curso “Métodos Matemáticos I”, de la ESFM-IPN.

2. METODOLOGÍA

2.1 Condiciones de frontera

Haremos consideraciones geométricas y temporales sobre el problema, a estas consideraciones las llamaremos condiciones de frontera CF.

Consideremos que el neurotransmisor no escapa del espacio sináptico. Consideremos también que la concentración en la membrana presináptica no cambia, ie, aquí para todo tiempo tendremos

u_0 , y para la postsináptica será 0. Cuando el fenómeno comienza, en $t=0$, se tendrá una distribución inicial, esta debe ser acorde a las otras CF. A esta distribución inicial le llamaremos $f = f(r, \theta, z)$. Pondremos el origen vertical $z=0$ en la membrana postsináptica. Impondremos simetría para la coordenada angular. Lo anterior se escribe de la siguiente manera:

$$u(r, \theta, z = 50nm; t) = u_0 \quad (1)$$

$$u(r, \theta, z = 0; t) = 0 \quad (2)$$

$$u(r = c, \theta, z; t) = 0 \quad (3)$$

$$u_0(r, \theta, z; t = 0) = f(r, \theta, z) \quad (4)$$

$$u(r, \theta_0, L; t) = u(r, \theta_0 + \theta, L; t). \quad (5)$$

2.2 Solución general variable a variable

Como ya se ha ido mencionando, se utilizará la ecuación de difusión

$$\nabla^2 u = D \frac{\partial u}{\partial t} \quad (6)$$

donde D es el coeficiente de difusión [m^2/s] de la sustancia y t es el tiempo.

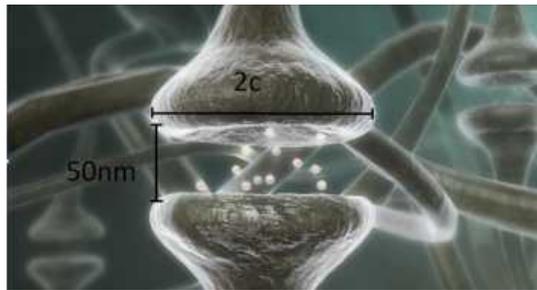


Fig.1. Sinapsis química, la hendidura sináptica tiene una altura de 50 nm por un radio c , en nuestro modelo no hay escape del neurotransmisor por las orillas.

Reescribiendo (6) en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = D \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7)$$

Aquí r es la coordenada radial, θ la angular y z la vertical. Procediendo por método de separación de variables debemos proponer que (Zill Dennis, 1996)

$$u(r, \theta, z; t) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot Z(z) \cdot T(t). \quad (8)$$

Es decir, u es una función que resulta de la multiplicación de cuatro funciones, de una variable cada una, independiente entre ellas. Al sustituir (8) en (7), y dividir entre (8) en ambos lados, se obtiene la forma extendida de la ecuación de difusión (FEED)

$$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r R(r)} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \Theta(\theta)} \frac{\partial^2 \Theta(\theta)}{\partial \theta^2} + \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = \frac{D}{T(t)} \frac{\partial T(t)}{\partial t}. \quad (9)$$

Sabemos que la concentración decae mientras el tiempo transcurre, teniendo esta información, y, dándonos cuenta que en (9) aparece sin multiplicandos de otras variables. Debemos de igualar todo a una constante, (Zill Dennis, 1996), esta primera constante debe de ser negativa, sea $-k_t^2$, ya que esperamos decaimiento temporal en la concentración, entonces;

$$T(t) = A^* e^{-\frac{k_t^2}{D} t}. \quad (10)$$

Dando un vistazo a la ecuación FEED, (9), vemos que el sumando de z aparece aislado, por las CF no se espera periodicidad, por lo tanto su constante de separación es positiva, sea k_z^2 la constante de separación para z , entonces

$$Z(z) = B^* \sinh(k_z z) + C^* \cosh(k_z z). \quad (11)$$

Donde B^* y C^* son constantes a determinar.

Sustituyendo las constantes de separación en (9), multiplicando por r^2 e igualando a cero se tiene:

$$\frac{r^2}{R(r)} \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{r}{R(r)} \frac{\partial R(r)}{\partial r} + r^2(k_z^2 + k_t^2) + \frac{1}{\Theta(\theta)} \frac{\partial^2 \Theta(\theta)}{\partial \theta^2} = 0. \quad (12)$$

Por las CF decimos que la solución angular es periódica, por lo tanto:

$$\Theta(\theta) = E^* \sin(k_a^2 \theta) + F^* \cos(k_a^2 \theta) \quad (13)$$

con E^* y F^* sus respectivas constantes a determinar. La aplicación directa de la condición de frontera (5), de periodicidad angular en la solución (15), resulta en que:

$$k_a^2 = n ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (16)$$

k_a^2 debe ser necesariamente un número entero (Zill Dennis, 1996). Ahora procedemos a solucionar para la coordenada radial. Sea

$$k_r^2 = k_z^2 + k_t^2, \quad (17)$$

Sustituyendo las constantes de separación en (9), multiplicando por $R(r)$ e igualando a cero se obtiene

$$r^2 \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + r \frac{\partial R(r)}{\partial r} + [k_r^2 r^2 - n]R(r) = 0 \quad (18)$$

que es la ecuación paramétrica de Bessel, cuyas soluciones son: (Zill Dennis, 1996)

$$R(r) = G^* J_n(k_r r) + H^* Y_n(k_r r) \quad (19)$$

con J_n función de Bessel de primer tipo de orden n , y Y_n función Bessel de segundo tipo de orden n (véase Fig. 4), G^* y H^* son una vez más, constantes a determinar. El contador n es el mismo de (16).

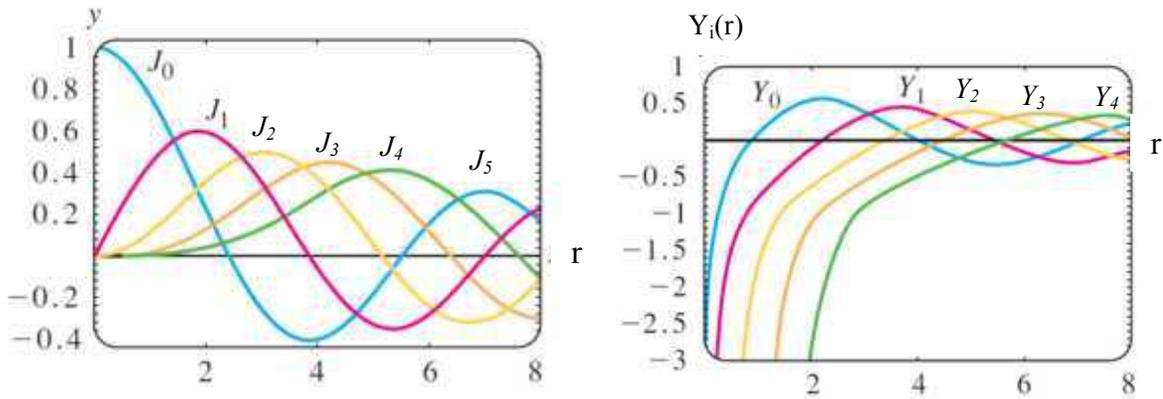


Fig.2. Del lado derecho; funciones Bessel de primer tipo para $n=0, 1, 2, 3, 4, 5$. Del lado izquierdo Funciones Bessel de segundo tipo para $n=0, 1, 2, 3, 4$. (Figura tomada de Zill Dennis, 1996)

3.- RESULTADOS

3.1 Aplicación de las condiciones de frontera y uso de las constantes de separación

A la solución, $Z(z)$, de la posición vertical, le aplicamos ahora la CF (2), evaluamos para $z=0$. Por las CF:

$$Z(z) = B^* \sinh(k_z z). \quad (20)$$

Ahora, a la solución en la coordenada angular. Debemos de tener simetría, por lo tanto la solución es una constante, así

$$k_a^2 = n = 0. \quad (21)$$

Evaluando lo anterior en la solución general para la coordenada angular

$$\Theta(\theta) = E^* \sin(0) + F^* \cos(0) = F^*. \quad (22)$$

Hemos de considerar que la concentración en cualquier punto de la membrana presináptica (en particular $r = 0$) debe de ser finita. Evaluemos para $R(r)$, apoyados de la Fig.2, y considerando que $k_a^2 = n = 0$. Así

$$R(r) = G^* J_0(k_r r). \quad (23)$$

Ya que se tienen infinitas raíces k_r ,

$$k_r \cdot c = r_i \quad (24)$$

donde r_i es la i -ésima raíz de J_0 , sustituyendo

$$R(r) = G^* J_0\left(\frac{r_i}{c} r\right). \quad (25)$$

El parámetro de relajación en el hipocampo, lugar donde tiene lugar la memoria y el aprendizaje gracias a la plasticidad sináptica que puede tener un $\tau = 1.81ms$, y el coeficiente de difusión es $D = 0.06cm^2/s$. Con base en estos datos obtenemos k_t^2 , así:

$$k_t = 5.757 cm/s. \quad (26)$$

Al sustituir en la solución temporal

$$T(t) = A^* e^{-(0.552/ms)t} \quad (27)$$

De $k_r^2 = k_z^2 + k_t^2$, (21), podemos despejar k_z^2 , y usar los resultados de (36) y (33), obteniendo que

$$k_z = \sqrt{\left(\frac{r_i}{c}\right)^2 - (33.15 cm^2/s^2)} \quad (28)$$

3.1 Solución más general y resultados numéricos

Multiplicando las soluciones particulares para obtener la general

$$u_i(r, \theta, z; t) = A \cdot J_0\left(\frac{r_i}{c} r\right) \cdot \sinh(k_z z) \cdot e^{-(0.552/ms)t}, \quad (29)$$

donde A ha absorbido las constantes a determinar de cada solución a cada variable, y u_i significa la solución para la raíz r_i . Generalizando la solución mediante la superposición de todas las u_i tenemos:

$$u(r, \theta, z; t) = \sum u_i(r, \theta, z; t) = \sum_i A_i \cdot J_0\left(\frac{r_i}{c} r\right) \cdot \sinh(k_{zi} z) \cdot e^{-(0.552/ms)t} = \sum_i A_i \cdot R_i(r) \cdot Z_i(z) \cdot T(t) \quad (30)$$

Por la distribución inicial (4)

$$f(r, \theta, z; t = 0) = \sum_i A_i \cdot J_0\left(\frac{r_i}{c} r\right) \cdot \sinh(k_{zi} z) \cdot 1 \quad (31)$$

El radio c del cilindro sináptico puede variar ampliamente, haremos uso de un valor nominal de $c = 5$, así mismo tomaremos $A_i = 10$. Usaremos solo las primeras 5 raíces de la ecuación de Bessel, esto, solo como ejemplificación.

Tabla 1. Valores radiales para las primeras cinco raíces de la función Bessel de primer tipo y orden cero, usados en (34), $R(r)$

r	$J_0\left(\frac{r_1}{5} r\right)$	$J_0\left(\frac{r_2}{5} r\right)$	$J_0\left(\frac{r_3}{5} r\right)$	$J_0\left(\frac{r_4}{5} r\right)$	$J_0\left(\frac{r_5}{5} r\right)$	$\sum_{i=1}^5 J_0\left(\frac{r_i}{5} r\right)$
-5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0
-4	0.268	-0.339	0.299	-0.183	0.035	0.080
-3	0.543	-0.347	-0.113	0.300	-0.080	0.303
-2	0.782	0.106	-0.375	-0.265	0.143	0.391
-1	0.943	0.718	0.380	0.024	-0.255	1.810
0	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	5
1	0.943	0.718	0.380	0.024	-0.255	1.810
2	0.782	0.106	-0.375	-0.265	0.143	0.391
3	0.543	-0.347	-0.113	0.300	-0.080	0.303
4	0.268	-0.339	0.299	-0.183	0.035	0.080
5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0

La distribución inicial será:

$$u_0 = f(r, z = 50nm) = u_{t_0}(z = 50nm) = \sum_i 10 \cdot J_0\left(\frac{r_i}{c} r\right) \cdot \sinh(k_{zi} \cdot 50nm). \quad (32)$$

El tiempo teórico obtenido del mismo modo de (26),

$$\tau_t = \frac{50 \times 10^{-9} m}{5.757 \times 10^{-2} m} s = 0.868 \mu s. \quad (33)$$

el cual es muy diferente de (26), la explicación se da en la discusión.

4.- Discusión

Gracias al método de separación de variables fue posible analizar el fenómeno de difusión de neurotransmisores, de manera más detallada y fundamental ya que las soluciones, como se observa en el desarrollo del presente trabajo, se separan coordenada a coordenada, permitiéndonos ver la trascendencia cada una de ellas.

Una vez se llegó a la solución general, fue posible experimentar y hacer variaciones a lo obtenido, variando parámetros, logrando así analizar desde varios aspectos el comportamiento del fenómeno con distintos valores iniciales o propios del objeto de estudio, logrando así hacer una “experimentación teórica”. Aunque no por ello los modelos han de ser puramente teóricos. Con el correcto y sencillo conocimiento de los métodos de solución, tipos de soluciones que existen según la geometría y naturaleza de los fenómenos que se traten, es posible entender gran parte de lo que ocurre en ellos haciendo modelación y simulación mediante la aplicación de las Matemáticas.

En este tipo de problemas es normal que se obtengan sumatorias para las soluciones, que, por el principio de superposición, son también soluciones, más aun, es una solución más general, aunque por lo regular son sumatorias infinitas, aquí se usaron solo los primeros cinco términos para evitar grandes tablas, e integraciones numéricas.

Remontándonos a los resultados obtenidos, en concreto al tiempo, y la diferencia tan grande que hay entre el tiempo de relajación reportado, el cual fue encontrado de manera experimental, y el obtenido de manera teórica se interpreta lo siguiente: esta diferencia puede deberse a que en el modelo simplificado no se toma en cuenta que el espacio sináptico es un complejo de canales, que existen más sustancias que deben de moverse para lograr hacer posible que el glutamato se mueva de la neurona 1 a la neurona 2. Éste neurotransmisor, a escala más integral y como se ha ido mencionando, es responsable de la memoria y el aprendizaje, esto se logra mediante la plasticidad sináptica, que consiste en una constante modificación del espacio sináptico y las CF. Además, no todo el glutamato que es liberado por la membrana presináptica es absorbido por la membrana postsináptica, y el sobrante debe de ser eliminado o reabsorbido, si se quedase allí, y se siguiese liberando, existiría neurotoxicidad, lo cual podría provocar alguna deficiencia mental, como lento aprendizaje o algún tipo de enfermedad similar al Alzheimer. Así vemos que muchos de los cambios que se pueden producir y que son parte de la plasticidad sináptica, corresponden a parámetros numéricos y/o condiciones de frontera en nuestro modelo.

Un aspecto muy importante y no trivial, es el uso de las condiciones de frontera. Saber obtener las correctas y extraer el significado físico que contienen, es necesario para lograr llevar las soluciones más allá de gráficas y tablas, dicho en otras palabras, trasladar las Matemáticas usadas al Universo tangible, donde las teorías vienen de lo que se observa que sucede en el mundo real-experimental.

BIBLIOGRAFÍA

1. Zill Dennis G, Wright Warren S. (1996). Differential Equations with Boundary-Value Problems. U.S.A. Cengage.
2. Zamorano Ulloa Rafael. (2014). Notas personales para el curso “Métodos Matemáticos I”, México. ESFM-IPN.

ANÁLISIS DE ASIMETRÍAS EN LA LÍNEA DE Mg II

M. Isabel Pérez Martínez^a

^aUniversidad Autónoma de Zacatecas, Zacatecas, Zac. iperez@uaz.edu.mx

RESUMEN :

La asimetría en las líneas, especialmente líneas de absorción que se forman en la fotosfera, están fuertemente relacionadas con movimientos de masa, turbulencias. Es decir, las asimetrías son un reflejo de los procesos magnetohidrodinámicos. Una forma de observar y medir estas asimetrías es mediante bisectores. Estas mediciones han servido de apoyo al desarrollo de modelos hidrodinámicos que describen el fenómeno de convección. En este trabajo se analizan los bisectores de la línea de emisión cromosférica de Mg II para el ciclo de actividad de una estrella de secuencia principal HD2151. Para esto se cuentan con 147 espectros de alta resolución tomados del catálogo del Explorador Internacional de Ultravioleta, que cubre un rango temporal de alrededor de 15 años. Además, se cuentan con observaciones que permiten visualizar variaciones a corto plazo.

1. INTRODUCCIÓN.

A través del estudio de las líneas de emisión cromosféricas, es posible determinar la naturaleza de los fenómenos que se desarrollan en esta capa de la estrella. Por ejemplo, a través de la emisión de la línea de Ca II, uno de los principales indicadores de actividad cromosférica, se han podido determinar ciclos de actividad fuertemente ligados a fenómenos magnéticos, uno de estos estudios fue hecho por Baliunas et al. (1995), sobre una muestra de estrellas en secuencia principal. No solo se han podido modelar fenómenos magnéticos para describir el ciclo de actividad (ver, por ejemplo, Fawzy et al. (2002a, 2002b)), Schrijver (1987) sugirió un mecanismo de calentamiento acústico como responsable de la emisión mínima en líneas de emisión cromosféricas, tanto Ca II, Mg II, Si II, entre otras, a esta emisión mínima le llamó *flujo basal*. Una de las características del flujo basal, es su independencia a la clase de luminosidad de la estrella.

Sin embargo, las líneas espectrales, a través de su perfil de línea pueden dar información acerca de los movimientos que existen en la capa estelar de donde son formados. Gray (1982, 2005) ha hecho un extenso análisis sobre el significado de asimetrías en líneas espectrales, especialmente aquellas formadas en la fotosfera de la estrella, dichas asimetrías son analizadas a partir de la técnica de bisectores. La existencia de asimetrías en líneas fotosféricas son el resultado de varios fenómenos, desde la combinación de varias líneas, como movimientos convectivos, oscilaciones o granulación. Lo mismo sucede con las asimetrías en las líneas de emisión cromosféricas, ya que al formarse cada vez más arriba de la fotosfera, son fuertemente relacionadas con vientos estelares o pérdida de masa.

En este trabajo se analizó la línea de Mg II (h+k), a través del método de bisectores propuesto por Gray (1982), en espectros tomados por un lapso de tiempo de 15 años de la estrella HD2151, que es una estrella de secuencia principal, de tipo espectral G0. Cabe mencionar que este es un primer acercamiento al análisis, a través de bisectores, de líneas de emisión cromosféricas, es decir, dicho análisis se ha restringido a líneas formadas en la fotosfera de la estrella. Gracias a la basta cantidad de observaciones de dicha estrella, se ha podido analizar su comportamiento en periodos de tiempo largos, como en corto plazo.

2. OBSERVACIONES

La línea de Mg II (h+k) es observada en la región del ultravioleta, en una longitud de onda central de 280.4 nm y 279.7 nm respectivamente, lo que significa que solo puede observarse a través de satélites espaciales. De tal forma, los espectros fueron tomados de la base de datos del Explorador Internacional Ultravioleta (IUE por sus siglas en inglés). La estrella a analizar es HD 2151, en la tabla 1 se encuentran las características generales, una estrella de secuencia principal de tipo espectral G0, y que ha sido observada por el IUE por casi 15 años. Sin embargo, para el análisis de bisectores se requiere de espectros de alta resolución, y por consistencia, que tengan el mismo tiempo de exposición. Bajo estas condiciones, se consideraron solamente 147 observaciones, en la figura 1 se encuentra un ejemplo de los espectros utilizados, centrado en la región de la línea de Mg II. De las cuales, varias de éstas fueron hechas el mismo día, esto nos permitió observar variaciones a corto plazo.

Número HD	Ascensión recta (h m s)	DEC (° ' ")	Tipo espectral	Magnitud aparente (V)	Paralaje (mas)
HD 2151	00 25 45.070	-77 15 15.29	G0V	2.79	134.07

Tabla 1. Características generales de HD 2151, datos tomados de SIMBAD

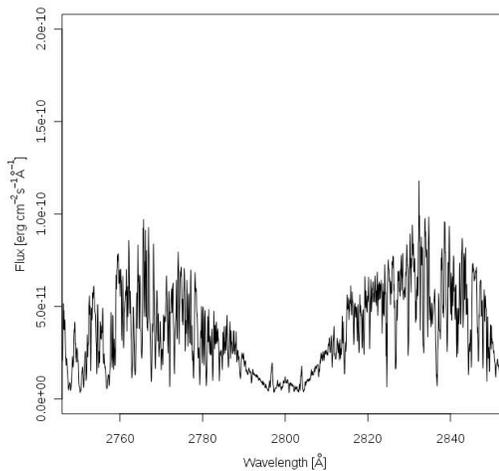


Figura 1. Espectro de alta resolución en el cual se puede observar las líneas de Mg II, alrededor de 2800 Å.

3. ANÁLISIS

Se analizó el flujo de emisión de las líneas de Mg II (h+k), a través de un simple método de integración numérica, tomando como ancho de línea la región entre 2795 Å y 2798 Å. Dentro de este mismo ancho de línea, se analizó la asimetría a través del método de bisectores propuesto por Gray (2005).

4. RESULTADOS

En la figura 2 se observa como varía el flujo de emisión de la línea de Mg II (h+k) a través del tiempo. La estrella HD2151, al ser una estrella de secuencia principal, es de esperarse que exhiba

variabilidad en el flujo de emisión, incluso, que dicha variabilidad sea cíclica. Sin embargo, no es posible determinar un ciclo de actividad a partir de las mediciones hechas, ya que existe un periodo de tiempo en el cual no ha sido observada dicha estrella, como se puede ver de la figura 2. Pero, sí se observa una variación significativa en el flujo de emisión.

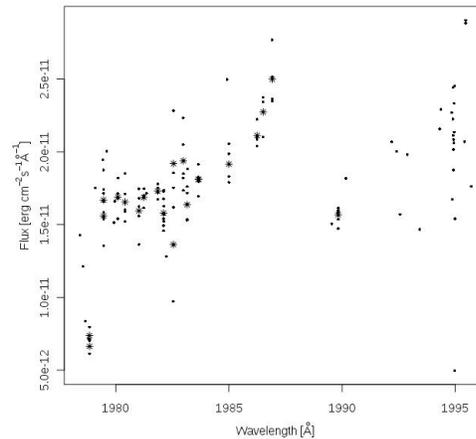


Figura 2. Flujo de emisión de las líneas Mg II (h+k), los puntos indican observaciones individuales, mientras que los asteriscos indican el promedio de las observaciones realizadas durante el mismo día.

Así mismo, se logró observar variaciones en el bisector de línea de observaciones tomadas el mismo día. En la figura 3 se muestra un ejemplo del día 27 de diciembre de 1982. Obsérvese como cambia el bisector de línea desde una forma **S** hasta exhibir un bisector casi lineal.

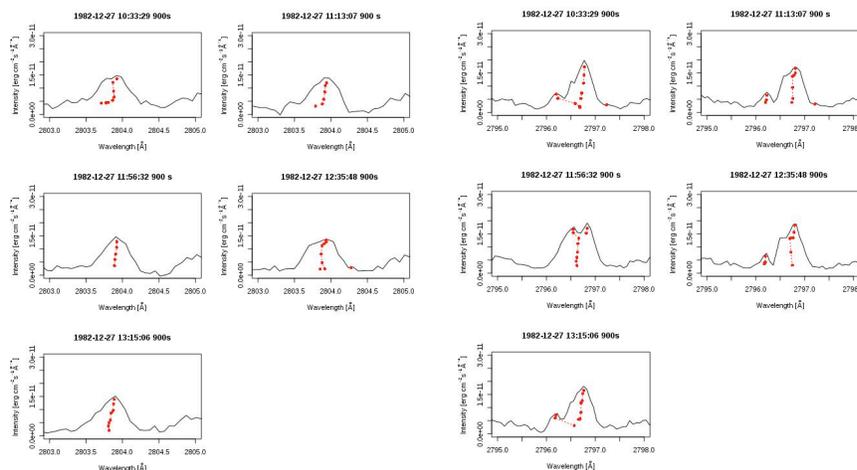


Figura 3. Bisector de línea para Mg II h, *izq.*, y Mg II k, *der.*

CONCLUSIONES

Se logró observar variaciones tanto en la emisión de flujo como en el bisector de línea. Al ser la estrella HD2151 una estrella de secuencia principal, se espera que exhiba actividad cromosférica, determinada a partir de la variación en la línea de Mg II, y que, a su vez, ocurran fenómenos relacionados con movimientos de masa, determinados por el bisector de línea y sus variaciones.

BIBLIOGRAFÍA

1. Baliunas S. L. et al., 1995, ApJ, 438, 269
2. Fawzy D., Ulmschneider P., Stepień K., Musielak Z. E., Rammacher W., 2002a, A&A, 386, 983
3. Fawzy D., Rammacher W., Ulmschneider P., Musielak Z. E., Stepień K., 2002b, A&A, 386, 971
4. Gray D. F., 1982, ApJ, 255, 200.
5. Gray D. F., 2005, PASP, 117, 711.
6. Schrijver C. J., 1987, A&A, 172, 111.

Efecto tóxico de nanopartículas de plata en clorofitas: *Chlorella vulgaris* y *Scenedesmus acutus*

Elva Guadalupe Robles Jarero^{a,*}, F. Javier Gálvez Gastélun^b, Irinea Yáñez Sánchez^c, Celso Velásquez Ordóñez^c, Ma. Luisa Ojeda Martínez^c.

^aCentro Universitario de Ciencias Biológicas y Agropecuarias. Universidad de Guadalajara, erobles38@gmail.com.

^bCentro Universitario de la Salud, Universidad de Guadalajara, galvez1975@hotmail.com

^cCentro Universitario de los Valles, Universidad de Guadalajara, irisys70@hotmail.com, celsovo7@hotmail.com, luisaojedam@yahoo.com.mx

RESUMEN.

Las nanopartículas de plata (1-100 nm) son utilizadas en la industria médica, cosmética, textil y en productos domésticos, debido a su potencial poder antibacterial. De acuerdo a esta amplia gama de aplicaciones, existe una creciente preocupación por la seguridad de su uso por el hombre y el impacto en el ambiente. El presente estudio tiene como propósito dilucidar los efectos citotóxicos que causan las nanopartículas de plata de 5-10 nm en fitoplancton de agua dulce, como *Chlorella vulgaris* y *Scenedesmus acutus* en su biomasa (Clorofila-*a*) y morfología al someterse a diferentes tratamientos *ex situ*. Materiales y método. Las microalgas se obtuvieron del Lago de Chapala, Jalisco y se mantuvieron en condiciones de laboratorio con luz blanca continua y temperatura constante de 25°C ± 1°C. Se realizaron tratamientos experimentales por triplicado: dos controles (medio de cultivo Bristol y vehículo PVP) y tres con diferentes concentraciones de nanopartículas de plata (0.01, 0.1 y 1 mg/L), durante 24 horas. Resultados. Se observaron diferencias significativas en la concentración de Clorofila-*a* en los diferentes tratamientos con nanopartículas de plata, de acuerdo al análisis estadístico ($p \leq 0.05$) principalmente con las dosis intermedia y de mayor concentración (0.1 y 1.0 mg L⁻¹), disminuyendo este pigmento hasta un 50 y 95% respectivamente. Además se apreció un impacto importante en la morfología de las microalgas respecto al grupo control, de acuerdo al análisis por microscopía electrónica de barrido (SEM). Discusión y conclusión. Los resultados de clorofila-*a* mostraron un mayor efecto en las concentraciones intermedia y alta, que los reportados por otros investigadores, asociado al menor tamaño de las nanopartículas. De acuerdo a los resultados obtenidos, concluimos que las AgNPs tienen un efecto negativo en las microalgas y estas alteraciones pueden tener graves consecuencias a mediano plazo, en la estructura y función de los ecosistemas acuáticos.

1. INTRODUCCIÓN.

Las nanopartículas de plata son arreglos ordenados de átomos de plata con un diámetro que va de 1 a 100 nm. Se estima que de todos los nanomateriales utilizados en productos para el consumo, las nanopartículas de plata (AgNPs) son las que tienen una mayor demanda. Se utilizan en electrónica, ropa, pinturas, cosméticos, bactericidas, biofungicidas, aplicaciones biomédicas, en la industria médico-farmacéutica y alimentaria [1, 2]. Debido a su tamaño, no son retenidas por los filtros de aguas residuales y existe un riesgo potencial para los ambientes naturales. Por ello, es

necesario que los productos fabricados con nanopartículas así como sus aplicaciones sean seguros tanto para la salud de las personas como del medio ambiente.

Algunos estudios han mostrado que la toxicidad intrínseca de las AgNPs depende de una serie de factores como son el tamaño, la forma, el área superficial, la carga superficial, la solubilidad y el estado de aglomeración. Asimismo, numerosas investigaciones *in vitro* indican que las AgNPs son tóxicas para las células de bacterias, plantas y mamíferos. Además, consecuencias inflamatorias, oxidativas y genotóxicas están asociadas con la exposición de AgNPs. Este estudio muestra resultados preliminares de vías de exposición y los efectos tóxicos implicados debido al incremento en su utilidad, las nanopartículas de plata pudieran ponerse en contacto con microorganismos en el ambiente y alterar, de alguna forma, el equilibrio ecológico. A pesar de que en un sentido emergente, los nuevos nanomateriales bien diseñados seguirán estudiándose y utilizándose para un amplio mundo de aplicaciones, existe también una gran preocupación por una creciente toxicidad inesperada de sus propiedades, como alta reactividad, formas complejas poco comunes y su accesibilidad a las células [3].

2. TEORÍA.

Actualmente resulta difícil evaluar adecuadamente los efectos biológicos de las nanopartículas por la cantidad de factores que intervienen en el consumo y excreción celular y el comportamiento *in vivo* de los organismos. Cualquier cambio en la composición, tamaño, morfología, ruta de exposición y dosis, pueden afectar significativamente la respuesta inmunológica y los daños provocados por las nanopartículas. Adicionalmente, estas propiedades pueden afectar los resultados de estudios de citotoxicidad o toxicológico, debido a interferencias imprevistas o controles inadecuados. Los investigadores se enfocan a realizar estudios *in vitro* para observar los resultados de toxicidad en organismos, así como los principales problemas y retos para desarrollar ensayos y su validación, en los cuales recomiendan una serie de controles que mejoren la calidad de los experimentos y la seguridad en el uso de nanopartículas en el futuro [1, 2].

En estudios realizados en ambientes experimentales con plantas y bacterias utilizando una pequeña dosis de nanopartículas de plata, se han observado efectos negativos disminuyendo en un tercio la biomasa de estos organismos. La ruta principal por la cual estas partículas entran al medio ambiente es en forma de residuo hacia las plantas de tratamiento de agua, así que éstas y otros materiales terminan en el resultado del tratamiento de aguas residuales, que posteriormente se utilizará como fertilizante en los cultivos. En experimentos *ex situ*, se ha demostrado que las partículas de plata ocasionan efectos tóxicos en microorganismos, donde, a nivel celular desencadenan estrés oxidativo debido a la generación de radicales libres de oxígeno, afectando gravemente a bacterias benéficas de suelo y agua, lo cual afecta la diversidad de los ecosistemas [1]. Los resultados demuestran que las nanopartículas de plata en los biosólidos, agregadas en concentraciones que se podrían esperar, causan daños estructurales en los ecosistemas. específicamente, las nanopartículas permiten un incremento en flujos de óxido nitroso, cambios en la composición de las comunidades de microbios, su biomasa, y actividad enzimática extracelular, así como efectos específicos de especie sobre la vegetación terrestre.

3. PARTE EXPERIMENTAL.

Las nanopartículas de plata fueron sintetizadas por reducción química de AgNO_3 y caracterizadas con espectroscopía UV visible y microscopía electrónica de transmisión (TEM). Las microalgas se obtuvieron del lago de Chapala, Jalisco y se mantuvieron en condiciones de laboratorio. Una vez que alcanzaron su crecimiento exponencial (aproximadamente 1×10^6 células/ml), se efectuó el experimento por triplicado durante 24 h con los siguientes tratamientos: control negativo, control con vehículo PVP (polivinilpirrolidona) y tres diferentes concentraciones de nanopartículas de plata: 0.01, 0.1 y 1.0 $\mu\text{g/L}$. Las muestras permanecieron en condiciones de luz blanca continua y temperatura de $25^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$, en osciladores orbitales con una velocidad de 120 rpm. Se determinó

la concentración de clorofila a (Cla) mediante una técnica espectrofotométrica y se realizó un análisis de imágenes en Microscopía electrónica de barrido (SEM) mediante un equipo marca Jeol-JSM-661 OVL. En la caracterización de AgNPs se registró una absorbancia de aproximadamente 420 nm, correspondiendo a la presencia de la plata, así como también un tamaño de partícula del orden de 5-10 nm como se observa en la Figura 1 a y b, respectivamente.

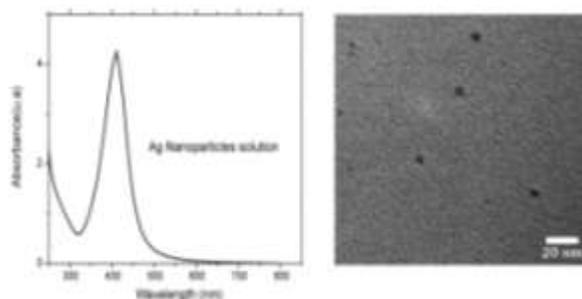


Figura 1. Análisis por Espectroscopía UV visible y TEM de AgNPs.

Para la concentración de Cla, se observó un fuerte efecto en las muestras con valores de 0.1 y 1 mg/L de AgNPs, alterando la coloración de verde brillante a un café ocre y reduciendo este pigmento significativamente 50 y 95% respectivamente. ($p \leq 0.05$), como se observa en la Figura 2.

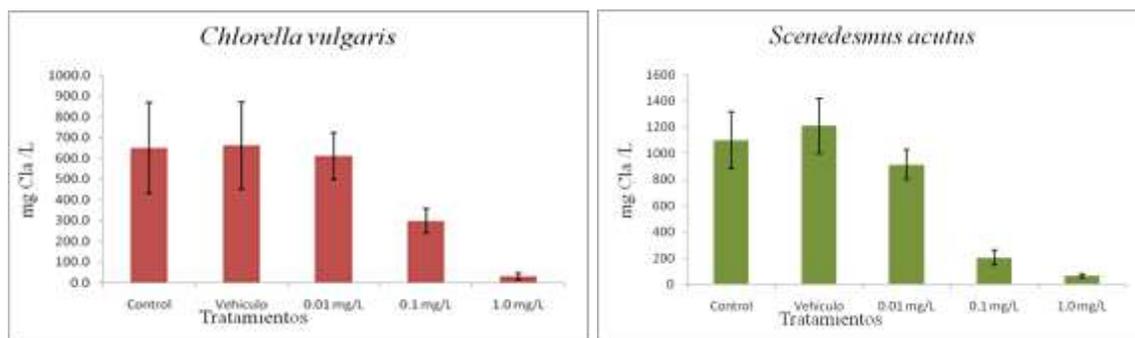


Figura 2. Contenido de Clorofila a en *C. vulgaris* y *Scenedesmus acutus*, expuestas a varias concentraciones de AgNPs.

Las imágenes SEM, señalan alteraciones en la pared celular de *C. vulgaris*, en los tratamientos con más alta concentración, con invaginaciones en su estructura externa que no se presentaron en los controles (Figura 3).

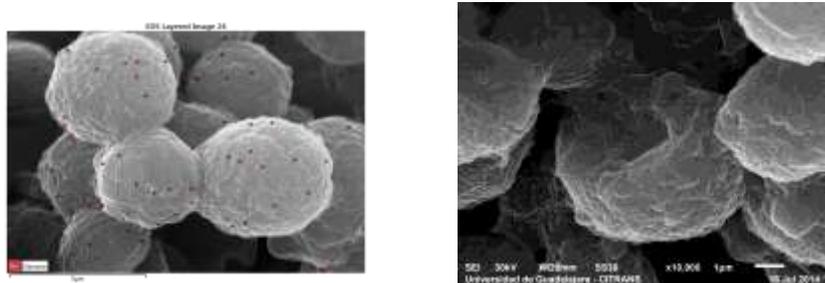


Figura 3. SEM de *C. vulgaris* expuesta a diferentes concentraciones de AgNPs.

Algunos autores [2,4] han señalado alteración de los pigmentos fotosintéticos, provocando un estado de estrés en plantas y algas por diversas condiciones ambientales y presencia de AgNPs, como se ha reportado para *Chlamydomonas reinhardtii*. Las imágenes SEM manifiestan daños dramáticos en la morfología de *C. vulgaris*, como se ha señalado en otros estudios para las clorofitas filamentosas *Pithophora oedogonia* y *Chara vulgaris* [1]. Kanhere, *et al.* (2014) reportaron cambios morfológicos muy similares a los nuestros (perforaciones en la pared celular) al exponer cepas de *Chlorella pyrenoidosa* y *Daphnia magna* al colorante verde malaquita utilizado en la industria alimentaria, e indica que también se presentaron graves alteraciones a nivel genético [5]

4. CONCLUSIONES.

De acuerdo a los resultados obtenidos, concluimos que las AgNPs tienen efectos citotóxicos importantes en clorofitas, afectado fuertemente la concentración de clorofila *a* y su morfología y que estas alteraciones pueden tener graves consecuencias a mediano plazo, en la estructura y función de los ecosistemas acuáticos.

BIBLIOGRAFÍA

1. Dash, A., Singh, A.P., Chaudahry, B., Singh, S. K. and Dash, D. 2012. Effect of silver nanoparticles on Growth of Eukaryotic green algae. *Nano-Micro Lett.* 4(3): 158-165.
2. Oukarroum, A., Bras, S., Perreault, F., Popovic, R. 2012. Inhibitory effects of silver nanoparticles in two green algae, *Chlorella vulgaris* and *Dunaliella tertiolecta*. A. Oukarroum *et al.*, *Ecotoxicology and Environmental Safety.* 78(2012):80-85
3. Lee, S.B. 2011. Nanotoxicology: toxicology and biological effect of nanoparticles for new evaluation standards. *Nanomedicine* 6(5): 759-761.
4. Navarro E, Piccapietra F, Wagner B, Marconi F, Kaegi R. (2008). Toxicity of silver nanoparticles to *Chlamydomonas reinhardtii*. *Environ Sci Technol* 42, 8959–8964.
5. J. Kanhere & R. Gopinathan & J. Banerjee. (2014). Cytotoxicity and Genotoxicity of Malachite Green on Non-Target Aquatic Organisms: *Chlorella Pyrenoidosa* and *Daphnia Magna*, *Water Air Soil Pollut* (2014) 225:2134

ESTUDIO DE LA LIXIVIACIÓN DE BATERÍAS RECARGABLES DE DISPOSITIVOS ELECTRÓNICOS

Miguel González - López^a, Leticia Hernández - Cruz^a, Alejandro Alonso - Gómez^b,

^aUniversidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Mineral de la Reforma, Hgo.,
mgl_k55@hotmail.com, lesperanza.hernandez@gmail.com

^bUniversidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, México D.F.
iq_alonso@yahoo.com.mx

RESUMEN

Hoy en día el hombre utiliza cada vez más aparatos electrónicos para “facilitarse” la vida, dichos dispositivos funcionan a base de pilas y/o baterías, las cuales después de completar su período de vida útil, son arrojadas al basurero sin recibir un tratamiento adecuado. Es por ello que la generación y acumulación de pilas/baterías agotadas, han tenido un incremento considerable y los materiales contenidos en este tipo de desechos pueden ser aprovechados, mediante estudios sistemáticos, que permitan proponer sistemas de recuperación eficientes. Debido a esto, en el presente trabajo se realizó la lixiviación de baterías agotadas de tipo ion litio (de computadoras portátiles) y de litio, éstas últimas conocidas como baterías de botón, empleadas comúnmente en relojes de pulsera. El sistema lixivante que se utilizó fue de ácido cítrico/hidracina (agente complejante/agente reductor), con la finalidad desestabilizar los óxidos que forman los electrodos de las baterías, para así lograr la solubilización de los iones metálicos presentes en estos materiales. Los licores obtenidos fueron analizados mediante espectroscopia de absorción atómica (AA), identificando metales de interés como litio, níquel y cobalto, los dos últimos fueron recuperados mediante extracción por solventes (D2EHPA (ácido di-(2-ethylhexil) fosfórico) en una concentración de 0.29M en keroseno, utilizando una relación O:A 2.2:1 y 10 % de Cyanex 272 (bis-(2,4,4-trimetilpentil) fosfínico) diluido en keroseno/decanol con una relación O:A de 1:1. Ambos sistemas se trabajaron a pH 6 y un tiempo de contacto de 30 min., y el litio presente en la solución fue separado mediante precipitación con carbonato de sodio (Na_2CO_3).

1. INTRODUCCIÓN

Algunos autores reportan que del total de metales presentes en las baterías, entre 15 y 29% son metales de tierras raras [1]. Por tanto, el creciente uso de baterías ha propiciado un aumento de la cantidad de dichos metales acumulados, sin aprovechar su re-uso potencial, por lo que se puede decir que las baterías gastadas son una fuente rica en diversos metales de interés tecnológico, como el litio y algunos elementos de tierras raras, entre otros, propiciando su estudio y re uso de estos por parte de varios investigadores.

En este sentido, Innocenzi y Vegliò [2] presentaron un proceso hidrometalúrgico para recuperar tierras raras y metales base de polvos (industrialmente obtenidos) de baterías gastadas de NiMH. Los principales metales presentes fueron níquel (29% p/p), manganeso (13% p/p), cinc (8% p/p) y tierras raras (lantano y cerio) (5% p/p), hierro (1% p/p), potasio y cobalto (2.5% p/p). Los resultados obtenidos mostraron que fueron necesarias etapas secuenciales de lixiviación para disolver casi completamente el lantano y el cerio presentes en la muestra, dando como resultado un 100% para manganeso, cobalto, cinc y tierras raras, mientras que para el níquel fue de un 99%. Finalmente obtuvieron el 99% de recuperación de tierras raras después de una precipitación selectiva con hidróxido de sodio a pH menor a 2, condiciones en las que se obtienen sulfatos de lantano y cerio.

Borges y Oliveira [3] evaluaron un método para separar elementos de tierras raras, cobalto y níquel de baterías del tipo NiMH. Esto lo hicieron mediante la lixiviación del níquel y el cobalto con ácido sulfúrico, determinando además que la temperatura no jugaba un papel importante en el proceso. Posteriormente separaron una mezcla de tierras raras mediante precipitación con una solución de NaOH. Y finalmente realizaron una extracción con D2EHPA (ácido di-2-ethylhexil fosfórico) seguido por Cyanex 272 (ácido bis-2,4,4-trimetilpentil fosfínico) para separar el cadmio, cobalto y níquel del licor de lixiviación.

Asimismo, Pietrelli et al. [4], utilizaron un método similar a los anteriores, usando ácido sulfúrico a 20 °C como solución lixiviante en las baterías del tipo NiMH, posteriormente precipitaron las tierras raras como sulfatos, caracterizados mediante difracción de rayos-X. Estos autores muestran un 80% de recuperación de tierras raras.

Por otra parte, Nan, Han y Zuo [5] describieron un proceso de recuperación de metales de valor a partir de baterías de ion-litio (LIBs). Primero realizaron un desmantelamiento de la batería y la sometieron a un proceso de lixiviación con una solución alcalina, posteriormente disolvieron los residuos con una solución de ácido sulfúrico.

De acuerdo a la revisión bibliográfica se puede observar que los procesos para el reciclado de dichas baterías están basados en lixivitaciones ácidas a temperaturas de entre 30 y 90 °C. Razón por la cual, en este trabajo se muestra el tratamiento hidrometalúrgico que se le dio a baterías de tipo ion litio, las cuales contienen metales, tales como: litio, níquel y cobalto utilizando ácido cítrico/hidracina (agente complejante/agente reductor) pero a temperatura ambiente y comparando el tiempo de reacción, la cantidad de sólido utilizada y distintos solventes utilizados en la etapa de extracción combinada con la posterior precipitación de alguno de ellos.

2. TEORIA

Las pilas y las baterías son unidades de almacenamiento de energía electroquímica, la cual es liberada en forma de electricidad cuando se acoplan a un circuito externo. Una pila consiste en una celda única, mientras que las baterías constan de varias celdas interconectadas. Clasificando a las pilas en función de su duración podemos observar dos tipos, las primarias (no recargables) y las secundarias (recargables). El contenido de las pilas es variado, ya que pueden contener metales como cadmio, litio, manganeso, mercurio, níquel, plata, plomo y cinc, ya sea en forma de componente primario o como impureza. Incluyen también un electrodo de carbón o un electrolito a base de hidróxido (generalmente de potasio o sodio) y cloruro de sodio, que funcionan como medio conductor de corriente eléctrica; contienen además plástico, papel y lámina metálica, materiales que dan recubrimiento y protección a la pila [6].

3. PARTE EXPERIMENTAL

- Procesamiento de baterías

Primeramente se desmantelaron las pilas/baterías con ayuda de unas pinzas mecánicas para retirar la cubierta plástica, la carcasa metálica y demás elementos constitutivos para tener acceso al ánodo y cátodo, las cuales son las partes esenciales ya que contienen los metales de interés.

- Lixiviación de baterías

Posteriormente las partes anódicas y catódicas de las baterías se lixiviaron (en un vaso de precipitados agitado mediante una pastilla magnética y colocado en una parrilla de agitación a temperatura ambiente) con un sistema de ácido cítrico (Hcit) (1M) /hidracina (0.5M) (agente complejante/agente reductor), con la finalidad desestabilizar los óxidos que forman los electrodos de las baterías, para así lograr la solubilización de los iones metálicos presentes en estos materiales. Los parámetros estudiados en este apartado fueron cantidad de sólido y tiempo de reacción. Para esto se realizaron lixivitaciones primeramente con 10 gramos de polvo de batería y 100 mL de la solución lixiviante; posteriormente se repitió la reacción colocando ahora 20 gramos de polvo y la misma cantidad de solución, y por último con 5 gramos de polvo, para evaluar el efecto que produce la relación sólido:líquido en la reacción. Por otra parte se estudió el efecto del tiempo en el desarrollo de la lixiviación, extendiendo de 3 horas que se realizó la reacción en un principio hasta 4.5 horas, tomando una muestra cada 30 min. Los licores obtenidos fueron analizados mediante espectroscopia de absorción atómica (AA) en un equipo marca Varian spectrAA, modelo 220.

- Extracción con solventes (SX)

Posterior a la etapa de lixiviación se realizaron pruebas de extracciones con solventes para retirar iones metálicos que interfieren con la etapa de precipitación de los metales de interés (Li). Los solventes utilizados fueron D2EHPA (ácido di-(2-ethylhexil) fosfórico) en una concentración de 0.29M en keroseno, utilizando una relación O:A 2.2:1 a un pH de 6. Con el Cyanex 272 (bis-(2,4,4-

trimetilpentil) fosfínico) se trabajó con una relación O:A de 1:1, el sistema utilizado fue 10% Cyanex 272 en Keroseno/Decanol. Ambos sistemas se trabajaron a pH 6 y un tiempo de contacto de 30 min. La solución acuosa (proveniente de los licores de lixiviación) se puso en contacto con el respectivo solvente, en las proporciones descritas previamente, en matraces Erlenmeyer con capacidad de 125mL, en un agitador ping-pong (Eberbach modelo 6000) a 90 rpm, durante 30 minutos a 25° C. Una vez pasado el tiempo de contacto, las fases fueron separadas utilizando un embudo de separación, para su posterior despojo con H₂SO₄ y análisis por AA.

- Precipitación de Li

Una vez obtenido el litio en solución y disminuido mediante SX la concentración de los iones metálicos que dificultan sus extracción (Ni, Co), se añadió al vaso de reacción una solución saturada de carbonato de sodio (Na₂CO₃) a 95°C [7], con el fin de obtener carbonato de litio (Li₂CO₃) precipitado, una vez obtenido se filtró a vacío con ayuda de un embudo Büchner y un matraz kitasato de 125 mL, realizando lavados de agua caliente.

4. RESULTADOS

En las figuras siguientes se muestran los resultados obtenidos de las diferentes lixiviaciones llevadas a cabo, comparando la cantidad de sólidos utilizada y el tiempo de reacción. En la Figura 1 (sistema con 10 gramos de polvo y 100 mL de solución lixivante), se observa que después de 3 horas de reacción se logran extraer 35.156 mg/L de Li, 106.604 mg/L de Co y 159.145 mg/L de Ni. Por otra parte, se puede observar que utilizando un sistema de 20 gramos de polvo y 100 mL de solución lixivante (Figura 2), se extraen 22.41 mg/L de Li, 92.505 mg/L de Co y 248.55 mg/L de Ni, observando que aunque la cantidad de sólido aumenta, las concentraciones de metales extraídos disminuyen para el caso de Li y Co. En el tercer caso (Figura 3) se trabajó con 5 gramos de polvo y 100 mL de solución de lixiviación durante 4.5 horas, los resultados muestran una mejor extracción de metales, llegando a obtener hasta 195.19 mg/L de Li y 621.09 mg/L de Co. Para el caso de la lixiviación de la pila de tipo botón de Li (Figura 4), se realizó la lixiviación de 5 gramos de polvo con la misma concentración de lixivante, arrojando como resultados en la solución 65.405 mg/L de Li y 0.256 mg/L de Co en un tiempo de 3 horas de reacción. En ellas puede observarse que a mayor tiempo de reacción ocurre una mayor cantidad de metales lixiviados, sin embargo al aumentar la cantidad de sólido en el sistema no implica una mayor cantidad de elementos metálicos extraída, posiblemente debido a que es demasiada la cantidad de polvo y el sistema de lixiviación sufre una saturación, terminándose los reactivos antes de poder lixiviar por completo el polvo en la reacción. Para el caso de la extracción de Ni y Co, iones que dificultan la precipitación del Li obtenido en solución, se utilizaron dos solventes, primeramente el D2EHPA (0.29M en Keroseno), logrando una extracción del 85% de Co y 85% de Ni. Posteriormente, en una nueva prueba, se utilizó Cyanex 272 (10% en Keroseno/Decanol) extrayendo únicamente un 13% de Co y 16% de Ni. Los resultados por tanto, mostraron una mayor acción de extracción para el caso del D2EHPA en el sistema utilizado. Al despojar parte de los iones metálicos (Ni, Co) de la solución fue posible la precipitación de Li₂CO₃ mediante la adición de una solución saturada de Na₂CO₃. Dando como resultado un precipitado blanco en el sistema de reacción.

Figura 1. Extracción de Li, Co y Ni con respecto al tiempo, al trabajar con 10 g de sólido ([0.5M hidracina], [1M Hcit]) a 25 °C.

Figura 3. Extracción de Li y Co con respecto al tiempo, al trabajar con 5 g de sólido ([0.5M hidracina], [1M Hcit]) a 25 °C.

Figura 2. Extracción de Li, Co y Ni con respecto al tiempo, al trabajar con 20 g de sólido ([0.5M hidracina], [1M Hcit]) a 25 °C.

Figura 4. Extracción de Li y Co con respecto al tiempo, al trabajar con 5 g de sólido (pila tipo botón-Litio) ([0.5M hidracina], [1M Hcit]) a 25 °C.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se estudió la lixiviación de baterías recargables de dispositivos electrónicos. Con los resultados obtenidos fue posible diseñar una ruta de extracción de litio y su separación

selectiva del Co y Ni. De acuerdo a los resultados obtenidos, se observó que el tiempo de lixiviación influye en gran medida en la disolución de los polvos contenidos en los dispositivos estudiados, a mayor tiempo de reacción, mayor cantidad de metales lixiviados, pasando de extraer en 3 horas 35 mg/L de Li hasta 195 mg/L del mismo, en 4.5 horas. La cantidad de sólido lixiviada es un factor determinante a considerar en la reacción. Si se añade una gran cantidad de sólido no se obtendrá una buena disolución de los metales. Ya que al lixiviar 20 gramos de polvo de batería se extrae un máximo de 22 mg/L de Li, mientras que utilizando únicamente 5 gramos de logra extraer 195 mg/L de Li. De los dos solventes estudiados se observó que con el D2EHPA se logró separar hasta un 85% de Ni y Co, metales que dificultan la precipitación del litio, mostrando mejores resultados que al usar Cyanex 272, con el cual solo se obtuvo 13% de Co y 16% de Ni. Finalmente, mediante precipitación fue posible separar selectivamente al Li de los otros metales contenidos en las baterías estudiadas.

BIBLIOGRAFÍA

1. M. Borges, L. Oliveira, "Hydrometallurgical separation of rare earth elements, cobalt and nickel from spent nickel–metal–hydride batteries", *J. Pow. Sour.*, 2010, pp. 3735-3741.
2. V. Innocenzi, F. Vegliò, "Recovery of rare earths and base metals from spent nickel-metal hydride batteries by sequential sulphuric acid leaching and selective precipitations", *J. Pow. Sour.*, 2012, pp. 184-191.
3. M. Borges, L. Oliveira, "Hydrometallurgical separation of rare earth elements, cobalt and nickel from spent nickel–metal–hydride batteries", *J. Pow. Sour.*, 2010, pp. 3735-3741.
4. L. Pietrelli, B. Bellomo, D. Fontana, M. Montereali, "Rare earths recovery from NiMH spent batteries", *Hydrometallurgy*, 2002, pp. 135-139.
5. J. Nan, et al., "Recovery of metal values from spent lithium-ion batteries with chemical deposition and solvent extraction", *J. Pow. Sour.*, Vol. 152, 2005, pp. 278–284.
6. A. Gavilán, L. Rojas, J. Barrera, "Las pilas en México: Un diagnóstico ambiental", México: Instituto Nacional de Ecología, 2009.
7. P. Zhang, et al., "Hydrometallurgical process for recovery of metal values from spent lithium-ion secondary batteries", *Hydrometallurgy*, Vol. 47, 1998, pp. 259-271.

CONCRETO DE POLVO REACTIVO COMO SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE BACHEO EN LAS PRINCIPALES CIUDADES DE MÉXICO

M. T. Fuentes-R^{1,4}, S. D. De la Torre¹, M. Díaz-C², J.R.Mendoza-F³, P. Pérez-H⁴, L. Hernandez-M⁴ y N.Ordoñez-V⁴

1. Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación e Innovación Tecnológica (CIITEC), México, D.F.
2. Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Química e Industrias Extractivas (ESIQIE), México D.F.
3. Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA), México D. F.
4. Universidad Tecnológica "Fidel Velázquez" (UTFV), Nicolás Romero, Edo. Méx.

RESUMEN

Una problemática esencial en las principales ciudades de México es el tráfico vehicular, asociado a los factores ambientales pueden afectar de manera drástica en las calles de estas ciudades, un ejemplo claro de estos daños son los baches en las calles y avenidas de México.

Actualmente en algunas avenidas y ejes viales con alta demanda vehicular están siendo repavimentados con concreto hidráulico y no con asfalto como se estuvo haciendo por años, el reemplazo de asfalto por concreto ha tenido mayores ventajas, de las cuales se puede destacar que el concreto tiene mayor habilidad de resistir las acciones de intemperismo, ataque químico, abrasión o cualquier otro proceso de deterioro, sin causar alteraciones drásticas en su composición química y sobre todo al medio ambiente.

En los últimos años se ha realizado la investigación de nuevos concretos encaminados a incrementar las propiedades mecánicas. El Concreto de Polvo Reactivo (CPR) ha demostrado ser un material que cubre todas estas expectativas, teniendo sus inicios en 1990 en Bouygues [1], Francia siendo un material de alta resistencia elaborado con una combinación especial de materiales finos los cuales al mezclarse adecuadamente obtienen diversas formas simples o complejas y puede ser utilizado como sellador de baches.

En el presente trabajo describe la aplicación del CPR como una solución en el bacheo de las grandes ciudades, aplicando tecnología en molienda de alta energía (HEM) para cemento CPC.

1. INTRODUCCIÓN

El pavimento se diseñó como una superficie artificial para el suelo. Siendo éste utilizado como vía de comunicación. Sus componentes principales son asfáltenos, resinas y aceites los cuales se han ido modificando en el transcurso del tiempo. Una de las primeras formas de pavimentación fue la calzada romana, modelo de camino usado por Roma para comunicar y expandir su Imperio. Construida con varias capas de material, esta obra de ingeniería logró que muchos tramos hayan resistido durante siglos hasta hoy en día [2]. En algunas ciudades, se usaban adoquines o cubrían con losas de piedra dispuestas de forma regular. En otros lugares se rellenaban con arena y grava, extraídas de canteras abiertas en las proximidades. Hasta el siglo XIX, los constructores de caminos contaban solamente con piedra, grava y arena para hacerlos además de agua para darle unidad a la superficie.

La primera vez que se usó el asfalto fue en 1824, para pavimentar la famosa avenida Campos Elíseos de París. Otro gran descubrimiento fue casi 50 años después, donde Edward Smedt en la Universidad de Columbia, en EEUU logró desarrollar un "asfalto moderno", de máxima densidad, estrenándose en la famosa Quinta Avenida de Nueva York, en 1877[3].

Para lograr una mezcla asfáltica se deben cumplir ciertas características, tales como: ser maleable para su fácil colocación, impermeable y resistente a la abrasión debida al tránsito. Según sus propiedades y espesores de capa, se considera que aporta determinada capacidad estructural al pavimento.

Aunque dentro de los avances en la construcción de pavimentos, se comenzó a utilizar en pavimentación vial concreto hidráulico, el cual contiene dentro de sus componentes una mezcla de cemento u otro conglomerante con agregados (finos y gruesos), aditivos y agua.

En la actualidad se han desarrollado pavimentos en otras ciudades que ayudan al medio ambiente, como el Noxer, que fueron probados por primera vez en Osaka en 1997 [4] que son bloques de concreto que capturan las emisiones por gases.

Hoy en día, empiezan a usarse diversos métodos de pavimentación impermeable para calles, caminos y banquetas de bajo impacto ambiental. En México, el utilizar Concreto de Polvo Reactivo como solución de baches, trae grandes beneficios al tráfico vehicular así como mayor durabilidad.

2. TEORÍA

La composición típica de un CPR incluye la base ligante de cemento Portland, humo de sílice (este material puede ser reemplazado por escorias de alto horno y/o ceniza volcánica (fly-ash), debido a su composición química similar), arena de cuarzo con tamaño menor a 1mm, arena de sílice fina (150- 600micras), aditivo reductor de agua (en una cantidad menor a la que se usa en el concreto tradicional), agua y en algunos casos fibras de acero (0.2mm diam). El hecho de utilizar partículas finas como agregados es un punto clave en la microestructura final del concreto, impactando en su comportamiento de alto desempeño. La resistencia típica a la compresión del CPR se encuentra en el intervalo de 200-800 mpa, en comparación con un concreto convencional que se encuentra entre los 20-40 mpa, ambos a los 28 días de fraguado. El CPR tiene la capacidad de deformarse y soportar cargas de flexión y tracción, incluso después de la fisura inicial. Además, su alta resistencia presenta una baja porosidad la cual se basa en el refinamiento de su partícula y bajo consumo de agua lo que aporta la capacidad de soportar cargas grandes y mayor durabilidad. Estas características aumentan considerablemente, debido a que es un material impermeable, por lo que hay poca penetración de cloruros y sulfatos; por tanto, es considerado un material de alta resistencia al ataque químico. Por sus constituyentes este material tiene una alta trabajabilidad por lo que se puede compactar dando la facilidad de adoptar formas complejas como los que presentan algunos de los baches del territorio nacional.

3. PARTE EXPERIMENTAL

Cuando se trabaja con polvos de diferente tamaño de partícula, el mezclado es un punto delicado debido a que este debe mantenerse constante.

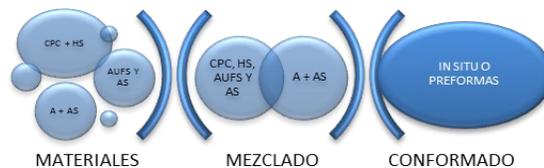


Figura 1. Diagrama del procedimiento experimental.

4. CONCLUSIONES

Tamaño de los agregados

El tamaño de partícula es el factor más importante para tener materiales con propiedades capaces de resistir el tráfico en las calles de las principales ciudades.

De los materiales utilizados, el optimizar el tamaño de partícula del CPC por medio de la molienda de alta energía (HEM) aporta en la mezcla de concreto una mejor trabajabilidad así como un fácil desplazamiento del concreto durante su vaciado. El tamaño de partícula de la base ligante se muestra en la Figura 2.

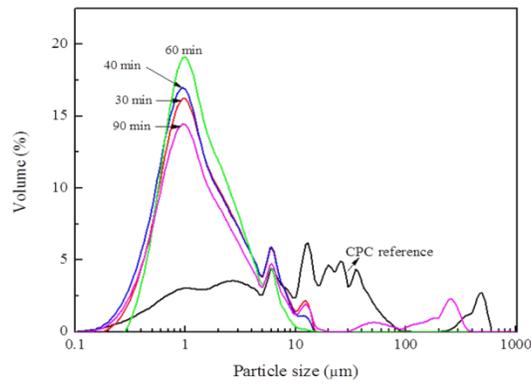


Figura 2. Distribución de tamaño de partícula del CPC.

La presencia del humo de sílice aporta en el CPR disminuye el consumo de agua en la mezcla de concreto, mejorando las propiedades mecánicas, en la Figura 3 se observa el tamaño de partícula promedio del humo de sílice.

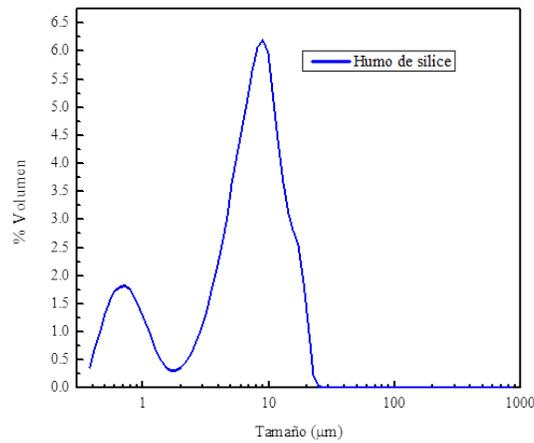


Figura 3. Distribución de tamaño de partícula del HS.

Los diversos tamaños de partícula de las arenas utilizadas oscilan en un intervalo de 150 – 600 µm. En la Figura 4 se muestra la granulometría de las arenas.

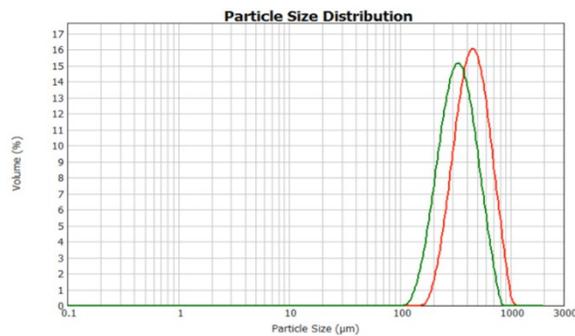


Figura 4. Análisis granulométrico de las arenas AUFS y AF.

En los concretos hidráulicos la granulometría de los agregados cambia porque es incluido dentro de sus componentes agregados finos y gruesos. De acuerdo con la norma N.CM-4-02-002/11

“Características de los materiales para pavimentos”[5], muestra en la Tabla 1 la granulometría utilizada en los pavimentos de concreto hidráulico.

Tabla 1. Granulometría requerida de los materiales para pavimentos con carpetas de concreto hidráulico.

Malla		Porcentaje que pasa
Abertura mm	Designación	
37.5	1 ½"	100
25	1"	70-100
19	¾"	60-100
9.5	⅜"	40-100
4.75	No.4	30-80
2	No.10	21-60
0.85	No.20	13-44
0.45	No.40	8-31
0.25	No.60	5-23
0.15	No.100	3-17
0.075	No.200	0-10

Los materiales citados anteriormente, muestran una granulometría muy variable alcanzando resistencias máximas los 28 días la compresión de aproximadamente 350 kg/cm².

La granulometría y el tamaño máximo del agregado afectan las proporciones relativas de los agregados, así como los requisitos de agua y cemento, la trabajabilidad, capacidad de bombeo, economía, porosidad, contracción y durabilidad del concreto. Las variaciones en la granulometría pueden afectar seriamente a la uniformidad del concreto de una revoltura a otra. Las arenas muy finas a menudo resultan antieconómicas; las arenas muy gruesas y el agregado grueso pueden producir mezclas ásperas, no trabajables, en un concreto convencional.

En contraste, los agregados del CPR son más finos lo cual permite con ayuda de los aditivos reductores de agua de alto rango obtener una relación agua-cemento de 0.38 este dado es menor al de un concreto hidráulico el cual oscila en 0.4-0.45, resistencia elevada a los 28 días (120MPa) [6] además de proporcionar una mejor trabajabilidad por su acomodo en los agregados, haciendo de éste un concreto que no requiere de vibraciones.

En México, debido a las condiciones ambientales y de tráfico se requiere un material capaz de resistir dichas circunstancias por el número de personas que cuentan con auto actualmente. Dado lo anterior, el CPR, por su naturaleza tendría menor permeabilidad, mayor resistencia, es amigable con el medio ambiente, por sus microconstituyentes, debido a que estos son obtenidos de los desechos termoeléctricos.

5. BIBLIOGRAFÍA

1. C. Shi, “High – Performance, constructions materials” , V.1, pp.91- 159.
2. Alonso M. Comportamiento y compatibilidad de cementos y aditivos superplastificantes basados en Policarboxilatos, efecto de la naturaleza de los cementos y estructura de los aditivos” Tesis doctoral, Madrid, España, 2011.
3. Loyer g. “La asesoría es vital para el éxito de una obra con emulsiones asfálticas” año v, Edición 45, Mayo 31,2011.
4. Norma N.CM-4-02-002/11 “Características de los materiales para pavimentos” vigente.
5. Sierra C. “Sustancias Reactivas nocivas en los agregados para concreto”, Tesis,

- Guatemala, 2006.
6. Fuentes M.T. et. al, "High energy milling (HEM) of Mexican minerals to produce high performance concrete (HPC)" Revista Ingeniería de Construcción RIC Vol. 29 N°3 2014.

PUNTOS DE CAMBIO EN LA FUNCIÓN DE RIESGO

Guadalupe Yoanna Arenas Martínez, Francisco Solano Tajonar Sanabria^a, Hugo Cruz Suárez^a,
Fernando Velasco Luna^a.

^aFacultad de Ciencias Fisico Matematicas, BUAP, Puebla. guadalupe_yam@hotmail.com,
ftajonar@fcfm.buap.mx, hcs@fcfm.buap.mx, fvelasco@fcfm.buap.mx.

RESUMEN

El estudio de los puntos de cambio en el análisis de supervivencia, son de vital importancia ya que estos ayudan a determinar, los cambios que se presentan durante algún evento, los primeros estudios realizados para determinar los puntos de cambio, solo se basan en un solo punto, pero se ha observado que en el área de la industria y la medicina, los eventos estudiados presentan más de un solo punto de cambio. En el área médica, este tipo de estudios es de vital importancia, por ejemplo en el estudio del cáncer o enfermedades crónicas, se puede llegar a estimar cuando los pacientes sufren algún cambio, de acuerdo al tratamiento al que están sometidos. En este trabajo se propone un método para poder determinar y estimar múltiples puntos de cambio en la función de riesgo, y poder aportar dicha información al investigador, y de esta manera se podrá dar un mejor diagnóstico.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis de supervivencia es una línea de investigación de la estadística, que nace de una teoría paralela llamada "Teoría de confiabilidad", la cual designa la probabilidad de que un sistema cumpla satisfactoriamente con su respectiva función, durante determinado periodo, así un evento que interrumpa este funcionamiento se denomina "falla".

Durante los primeros estudios realizados, este tipo de análisis se empleó sin proponer el concepto de censura, el cual, toma en consideración complicaciones que pueden surgir durante el evento en un determinado periodo de tiempo.

En el área de la medicina los análisis clínicos están dados en términos de supervivencia, la cual generalmente es sobre pacientes que son sometidos a un determinado tratamiento, estos sufren cambios durante periodos de tiempo muy pequeños. Un caso particular son los tratamientos emitidos para poder radicar el cáncer, en esta situación es de utilidad emplear el análisis de supervivencia.

El considerar la censura en este tipo de estudios, ayuda a analizar mejor el tratamiento que se está empleando sobre el paciente. Otro factor de vital importancia es el análisis de los cambios que el paciente tiene cuando es sometido al tratamiento, estos se dan en determinados periodos de tiempo, y se espera que sean durante el inicio del tratamiento.

Para poder estimar cuando ocurren los cambios, proponemos un modelo constante por tramos con múltiples puntos de cambio. Este modelo ayuda a estimar dichos puntos en periodos de tiempo muy pequeños, de tal manera que en cada tramo solo se encuentre a lo más un cambio, el uso de la función de riesgo nos proporciona la posibilidad de fallar en un determinado momento,

para poder culminar con este análisis se emplea el método secuencial, el algoritmo de Nelder Mead, y una prueba de tipo Wald.

El presente trabajo tiene como objetivo principal el análisis de un modelo de regresión con puntos de cambio, dichos cambios se considera tanto en la función de riesgo como en los parámetros de regresión, este ocurre en algún momento del tiempo, el cual es desconocido.

2. TEORIA

En muchos estudios quirúrgicos, y especialmente los relacionados con el cáncer, la variable principal que queremos valorar es el tiempo que transcurre hasta un suceso dado. A este tiempo, normalmente se le llama “supervivencia”, aunque el suceso en cuestión no tiene por qué ser la defunción. Cuando el suceso que queremos evaluar ocurre en todos los pacientes, entonces disponemos de varias técnicas estadísticas que pueden aplicarse. Sin embargo, lo más habitual es que el suceso en cuestión no se presente en todos los individuos

Los datos de supervivencia se pueden dar y estudiar con dos tipos de probabilidades diferentes: supervivencia y riesgo. La “función de supervivencia” es la probabilidad de que un individuo sobreviva desde la fecha de entrada en el estudio hasta un momento determinado en el tiempo t . Pero nuestro interés está dado sobre la “función de riesgo” que es la probabilidad de que a un individuo que está siendo observado en el tiempo t le suceda el evento en ese momento.

Definición 1. *El análisis de supervivencia es el conjunto de técnicas que permiten analizar, estudiar y modelar la variable de interés, que en este caso, representa una variable de tipo evento-tiempo.*

A lo largo de este trabajo, se considera que la variable aleatoria T , denota el tiempo transcurrido hasta que ocurre un evento específico. Este puede ser la muerte, la aparición de un tumor, el desarrollo de alguna enfermedad, dejar de fumar, fallo en maquinaria, etc. De forma más específica, T será una variable aleatoria (v.a.) continua no negativa, esto es, T toma valores en el intervalo $(0, \infty)$.

Para nuestro propósito denotaremos a T una variable aleatoria no negativa, que representa el tiempo de vida de los individuos en una población.

Sea $G(u)$ una función no decreciente, continua por la derecha, con límite a la izquierda y con un número finito de discontinuidades. Asumimos que $g(u) = G'(u)$ existe excepto en los puntos de discontinuidad de $G(u)$, donde los puntos de discontinuidad tienen la siguiente forma: $G(a_j) - G(a_{j-}) = g_j$ donde $\lim_{\Delta a \rightarrow 0} G(a - \Delta a) = G(a_{j-})$.

La función de densidad de $G(u)$ sobre el intervalo $(a, b]$ está dada mediante la integral de Riemman Stieltjes de está definida por:

$$\int_a^b dG(u) = \int_a^b g(u) du + \sum_{j: a < a_j \leq b} g_j \quad (1)$$

de donde podemos pensar que $dG(u) = g(u) du + G(u) - G(u-)$.

En general una función de distribución $F(t) = P(T \leq t)$ es continua por la derecha no decreciente con saltos en los puntos a_j , donde $P(T = a_j) = f_j$ con $f_j > 0$ y la función de densidad de probabilidad es $f(u) = F'(u)$ en los puntos donde $F(u)$ es continua.

$$P(a < T \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b dF(u) = \int_a^b f(u) du + \sum_{j: a < a_j \leq b} f_j \quad (2)$$

Si $F(t)$ es continua no tiene puntos de cambio y si T tiene una distribución discreta entonces $F(u)$ es una función discreta con $F(u) = 0$ en los puntos continuos.

Para definir a la función de riesgo se hará mediante la integral producto, para lo cual se toma $a = u_0 < u_1 < \dots < u_m = b$ una partición de $(a, b]$ con $\Delta u_i = u_i - u_{i-1}$ y el $\max(\Delta u_i) \rightarrow 0$ cuando $m \rightarrow \infty$. La integral producto de una función $dG(u)$ es definida por

$$\prod_{(a,b]} \{1 + dG(u)\} = \lim_{m \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^m \{1 + G(u_i) - G(u_{i-1})\} \quad (3)$$

Si $G(u)$ es continua para todo u en $(a, b]$ entonces $dG(u) = g(u) du$ y tenemos que

$$\prod_{(a,b]} \{1 + g(u) du\} = \lim_{m \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^m \{1 + g(u_i) \Delta u_i + o(\Delta u_i)\} = \lim_{m \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^m \{1 + g(u_i) \Delta u_i\} \quad (4)$$

donde $o(x)$ es una función de medida de una función $w(x)$ tal que $\frac{w(x)}{x} \rightarrow 0$ si $x \rightarrow 0$. Tenemos que $\log\{1 + g(u_i) \Delta u_i\} = g(u_i) \Delta u_i + o(\Delta u_i)$ para un Δu_i pequeño y tomando el logaritmo de la integral producto, en el caso continuo tenemos

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^m \{1 + g(u_i) du\} = \exp\left[\int_a^b g(u) du\right] \quad (5)$$

Si $G(u)$ tiene saltos en los puntos a_j con $j = 1, 2, \dots$, de tamaño g_j entonces

$$\prod_{(a,b]} \{1 + dG(u)\} = \prod_{(a,b]} \{1 + g(u) du\} \prod_{j: a < a_j \leq b} \{1 + g_j\}. \quad (6)$$

$h(u) = \frac{f(u)}{S(u)}$, representa la función de riesgo para T en los puntos donde $F(u)$ y $S(u)$ es continua y $h_j = P(T = a_j | T \geq a_j)$ en los valores de tiempo discreto con salto en cada a_j . La función de riesgo acumulativa está definida por la integral de Riemman Stieltjes

$$H(t) = \int_a^b dH(a) = \int_a^b h(u) du + \sum_{j: a_j \leq t} h_j \quad (7)$$

Dado la función de riesgo acumulativa, podemos obtener la función de supervivencia, para la cual se toma una partición del intervalo $(0, t]$, con $0 < u_0 < u_1 < \dots < u_m = t$ y está definida por

$$P(T \geq t) = \prod_{i=1}^m P(T = u_i | T \geq u_{i-1}). \quad (8)$$

Ahora para $\Delta u_i = u_i - u_{i-1}$ suficientemente pequeño $[u_{i-1}, u_i)$ puede tener a lo más un salto. En general tenemos que la función de supervivencia es

$$P(T \geq t) = \exp\left\{-\int_0^t h(u) du\right\} \prod_{[0,t]} (1 - h_j) \quad (9)$$

Existen varios modelos que son usados para el análisis de supervivencia como el el modelo Weibull, Gama, Gama generalizado, etc., pero solo nos enfocaremos en el siguiente

Modelo Exponencial: Esta es muy importante ya que una de sus principales características es que la posibilidad de fallar es independiente del pasado.

Sea T el tiempo de falla, para una variable aleatoria continua que toma valores positivos. Entonces T tiene una distribución exponencial si y solo si tiene una función de riesgo constante. Sea $h(t) = \alpha$ donde α es una constante positiva, entonces la función de distribución es $f(t) = \alpha e^{-\alpha t}$ con $t > 0$, con función de supervivencia $S(t) = e^{-\alpha t}$.

El modelo paramétrico con un punto de cambio más simple, es el que supone que en una muestra aleatoria de tamaño n , k sujetos tienen una función de riesgo común λ_1 y los $(n - k)$ restantes, tienen otra función de riesgo común λ_2 , con $\lambda_1 \neq \lambda_2$, este modelo se puede expresar como sigue

$$h(t) = \begin{cases} \lambda_1, & \text{si } 0 \leq t \leq \tau, \\ \lambda_2, & \text{si } t \geq \tau. \end{cases} \quad (10)$$

Donde, las constantes de riesgo λ_1, λ_2 y el punto de cambio τ son considerados desconocidos. Sin embargo, nuestro interés se centra principalmente en la detección de la presencia de puntos de cambio en la función de riesgo y por supuesto la estimación de todos los parámetros desconocidos involucrados en el modelo, ya que en algunos ejemplos de salud pública se sugiere que debido a la mejora de los tratamientos o de diagnósticos, puede haber dos o más puntos de cambios en la función de riesgo, es necesario considerar la función de riesgo con múltiples puntos de cambio.

El Modelo Constante por Tramos con Múltiples Puntos de Cambio.

Sea X_1, \dots, X_n , una muestra aleatoria de tiempos de vida o de falla, independientes idénticamente distribuidos, y C_1, \dots, C_n , los tiempos de censura que se suponen son independientes de X . Observamos las parejas (T_i, δ_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, las cuales nos darán información necesaria sobre los datos obtenidos, donde $T_i = \min(X_i, C_i)$ y $\delta_i = 1$ si $X_i \leq C_i$ y cero en cualquier otro lado. Considérese el siguiente modelo para el análisis de puntos de cambio:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \alpha_1 & 0 \leq t \leq \tau_1, \\ \alpha_2 & \tau_1 \leq t \leq \tau_2, \\ \vdots & \vdots \\ \alpha_{k+1} & t \geq \tau_k. \end{cases} \quad (11)$$

Donde $0 < \tau_1 < \dots < \tau_k$, K es el número de puntos de cambio en el modelo y los α_j es el valor de la función de riesgo entre el tiempo τ_{j-1} y τ_j , [4]. Este modelo se ha utilizado para probar la compatibilidad de los trasplantes de corazón en Stanford, California [8], también en la efectividad de los tratamientos para la prevención del cáncer [1], en el área de la industria se aplica este tipo de modelos para motores o transmisores, estos son algunos ejemplos para los cuales este modelo es aplicable.

Puesto que se ha obtenido la función de riesgo, podemos determinar de manera única a la función de densidad, la cual es una distribución exponencial por tramos y tiene la siguiente expresión

$$f(t) = \begin{cases} \alpha_1 \text{Exp}[\alpha_1 t], & 0 < t < \tau_1, \\ \alpha_2 \text{Exp}[-\alpha_1 \tau_1 - \alpha_2(t - \tau_1)], & \tau_1 \leq t < \tau_2, \\ \vdots \\ \alpha_{k+1} \text{Exp}[-\alpha_1 \tau_1 - \alpha_{k+1}(t - \tau_1)], & t \geq \tau_k. \end{cases} \quad (12)$$

En este modelo los α_i y τ_i , con $i = 1, 2, \dots$, son parámetros desconocidos, los cuales se desean determinar y estimar.

Prueba de Wald para el Modelo Constante por Tramos.

Para probar la hipótesis nula de que no hay puntos de cambio contra la alternativa que nos indica que hay un punto de cambio se puede probar la hipótesis nula, aunque este método con múltiples pruebas solo hay que probar una a la vez, para contrastar $H_0: \alpha_{k-1} - \alpha_k = 0$ vs $H_1: \alpha_{k-1} - \alpha_k \neq 0$ usamos la siguiente prueba de Wald:

$$X_w = \frac{(\widehat{\alpha}_{k-1} - \widehat{\alpha}_k)^2}{\text{Var}(\widehat{\alpha}_{k-1} - \widehat{\alpha}_k)} \sim \chi_1^2 \quad (13)$$

3. PARTE EXPERIMENTAL

El objetivo es determinar los puntos de cambio en la función de riesgo. Para generar los tiempos de vida se toma la función inversa de la distribución exponencial, mediante la distribución uniforme son generados los tiempos de vida. Se obtiene la función de log-verosimilitud de (12) y se toman los estimadores de máxima verosimilitud y se procede a realizar las pruebas de hipótesis.

Las pruebas de hipótesis se realizaran de una forma secuencial, entonces, la primera hipótesis a probar es

$$H_0: \alpha_1 - \alpha_2 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1: \alpha_1 - \alpha_2 \neq 0$$

Haciendo uso del estadístico de Wald dado en (13), y con un nivel de significancia de .13, se rechaza la hipótesis, se continua con este proceso, hasta encontrar al primer punto de cambio. De tal manera que el modelo final de la función de densidad es

$$f(t) = \begin{cases} 0.13 \exp(-0.13t) & 0 \leq t \leq 3.145 \\ 0.385 \exp(0.694 - 0.351t) & 3.145 \leq t \leq 4.147 \\ 0.351 \exp(0.662 - 0.351t) & t \geq 4.147 \end{cases}$$

4. CONCLUSIONES

El análisis de supervivencia es importante en los estudios del cáncer y trasplantes de órganos, en este tipo de padecimientos los pacientes sufren cambios durante intervalos de tiempo muy pequeños. La metodología propuesta ayuda a determinar estos cambios, lo cual es de gran ayuda para el médico encargado de dicho estudio, pues teniendo este tipo de información él puede tomar decisiones que ayuden a mejorar la calidad de vida del paciente.

Este tipo de técnica nos ayuda a determinar los puntos de cambio que hay en la función de riesgo, esta metodología se realizó con dos tipos de prueba, la de tipo Wald y de razón de verosimilitud. El modelo final encontrado utilizando la prueba de razón de verosimilitud y la de tipo Wald, arrojan el mismo resultado final, es decir, los dos pruebas son buenas, el uso de cada uno de ellas depende de los datos que se tengan para el estudio, puesto que las dos pruebas regresan el mismo modelo final podemos concluir que la metodología propuesta para poder determinar los puntos de cambio en la función de riesgo buena.

BIBLIOGRAFÍA

1. A. Noura and K. Iran, "Proportional Hazards Change Point Models in Survival Analysis ", Vol 2, 1990, pp 241-253.
2. D. Kleinbaum and M Klein, "*Survival Analysis*" Springer 2005, Chapter 6, pp 257-300.
3. H. Mathews and O. Kurtis "*Numerical Methods Using Mat lab*", Prentice Hall, Chapter 3.115-120.
4. H Ivana, Jiri, Z "Semiparametric Estimation of Hazard Function for Cancer Patients",. 2007, pp.494-513.
5. J. Chen "*Parametric Statistical Change Point Analysis*", Birkhauser, 2000, Chapter 6, pp.143-154.
6. M, Goodman, Yi Li, "Survival Analysis whit Change Point Hazard Functions", pp 40-48.
7. J Lawlees, "*Statistical Models And Methods For Lifetime Data*", Wiley-Interscience, 2006, Chapter 2, pp.16-54.
8. W. Bruce and C. Larry "Likelihood Ratio Tests For A Change point With Survival Data" 1999, pp 555-565.

Algunas observaciones sobre las inconsistencias del uso de la aproximación normal en intervalos de confianza cuando las observaciones son Bernoullis

Marcos Morales Cortes^a, Hortensia J. Reyes Cervantes^a, Félix Almendra Arao^b

^aFacultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 18 sur y Av. Sn. Claudio, Col. Sn. Manuel, C.P. 72570, Puebla, Pue.
averandmeph@gmail.com, hreyes@fcfm.buap.mx

^bUPIITA del Instituto Politécnico Nacional. Av. IPN 2580, Col Laguna Ticomán, 07340, México DF.
falmendra@ipn.mx.

RESUMEN

En la mayoría de las disciplinas del conocimiento es muy frecuente realizar experimentos Bernoulli, en donde dos posibles resultados aleatorios mutuamente excluyentes denominados éxito (E) y fracaso (F). Sus resultados son generalmente dados a través de intervalos de confianza para la estimación del parámetro p ($0 < p < 1$), de la distribución Binomial. En la literatura estadística se encuentran recomendaciones para su uso, las más conocidas son: **1)** np , $n(1-p)$ son ≥ 5 (o 10). **2)** $np(1-p) \geq 5$ (o 10). **3)** $n\hat{p}$, $n(1-\hat{p})$ son ≥ 5 (o 10). **4)** $\hat{p} \pm 3\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$ no contiene al 0 o al 1. **5)** n es suficientemente grande. **6)** n al menos ≥ 50 a menos que p sea muy pequeño. En el presente trabajo se analiza el comportamiento del intervalo de Wald también conocido como intervalo estándar (IE), por medio de sus probabilidades de cobertura, se analizan además algunos de los criterios más conocidos para su aplicación. En conclusión tenemos que mediante la prueba de Wald se construyen intervalos de confianza inestables y poco confiables. Nuestro interés en este trabajo fue mostrar estas inconsistencias ya que son intervalos de confianza muy usados en la práctica.

INTRODUCCIÓN

Un problema estadístico muy común es la estimación de los parámetros que ayudan a caracterizar una variable aleatoria. El uso de intervalos de confianza para la estimación de parámetros, nos permite hacer investigaciones sobre qué valores se pueden esperar para ese parámetro. Los intervalos de confianza dependen de la muestra aleatoria, del tamaño muestral y del nivel de confianza seleccionado. Así por tanto debemos familiarizarnos con el concepto de *Intervalo de confianza*, presentamos las siguientes definiciones relacionadas con este concepto.

Definición: Una estimación por intervalo de un parámetro θ es algún par de funciones de la muestra aleatoria \mathbf{X} , es decir, $L(X_1, X_2, \dots, X_n)$ y $U(X_1, X_2, \dots, X_n)$, que satisfacen $L(x) \leq U(x)$ para todo $x \in \Omega$. El intervalo aleatorio $[L(\mathbf{X}), U(\mathbf{X})]$ es llamado un estimador por intervalo.

Definición: Sea $[L(\mathbf{X}), U(\mathbf{X})]$ un estimador por intervalo para θ , la probabilidad de cobertura de $[L(\mathbf{X}), U(\mathbf{X})]$ es la probabilidad de que el intervalo aleatorio contenga al parámetro θ , es decir, $Pr_{\theta}(\theta \in [L(\mathbf{X}), U(\mathbf{X})])$.

Denotaremos a la probabilidad de cobertura como PC.

Definición: Sea $[L(\mathbf{X}), U(\mathbf{X})]$ un estimador por intervalo para θ , el coeficiente de confianza α es el ínfimo de las probabilidades de cobertura, es decir, $\alpha = \inf_{\theta} Pr_{\theta}(\theta \in [L(\mathbf{X}), U(\mathbf{X})])$.

Finalmente, los estimadores por intervalo junto con una medida de confianza, usualmente un coeficiente de confianza, son conocidos como intervalos de confianza.

Existen diversas formas de construir intervalos de confianza tales como:

- Invirtiendo una prueba estadística.
- Usando una variable aleatoria pivotal.
- Usando el método estadístico.
- Usando intervalos bayesianos.

En la mayoría de las disciplinas del conocimiento cuando se trabaja con individuos (objetos, animales, plantas o personas) es muy frecuente realizar experimentos Bernoulli, es decir experimentos en donde la variable aleatoria tiene únicamente dos posibles resultados aleatorios los cuales son mutuamente excluyentes denominados, éxito (E) y fracaso (F) tal que $P(X=E)=p$ y $P(X=F)=1-p$, $0 < p < 1$. Y decimos que Y es una variable aleatoria Bernoulli con parámetro p y denotamos este hecho mediante $Y \sim \text{Bernoulli}(p)$ la variable aleatoria Y tiene función de densidad,

$$(1) \quad f_Y(y) = p^y(1-p)^{1-y}, \text{ para } y=0,1 \text{ y } 0 < p < 1.$$

Sin embargo en la repetición sucesiva de estos experimentos, los investigadores están interesados en una nueva variable aleatoria definida por el número de ensayos favorables Y_i E de eventos Bernoulli, denotaremos a esta variable aleatoria por X y de esta forma X es la suma de variables aleatorias Bernoulli independientes e idénticamente distribuidas por tanto X tiene una distribución binomial con parámetro n y p , donde n es el número de ensayos y $0 < p < 1$, y así X tiene funciones de densidad y de distribución respectivamente dadas por,

$$(2) \quad f_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \text{ para } x=0, 1, \dots, n \text{ y } 0 < p < 1.$$

$$(3) \quad F_X(x) = P(X \leq x) = \sum_{i=0}^x \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}, \text{ para } x=0, 1, \dots, n \text{ y } 0 < p < 1.$$

La construcción de intervalos de confianza para estimar el parámetro p , de la distribución binomial es un problema muy frecuente en el trabajo estadístico, en la gran mayoría de los libros y textos de los cursos de estadística es presentado el intervalo de Wald obtenido por la aplicación del teorema central del límite, conocido también como intervalo estándar IE.

$$(4) \quad \text{IE} = \left[\hat{p} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right]$$

Donde $z_{\frac{\alpha}{2}}$ denota el $1-\frac{\alpha}{2}$ cuantil de la distribución normal estándar y \hat{p} es el estimador de máxima verosimilitud para p dado por,

$$(5) \quad \hat{p} = \frac{X}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i.$$

El anterior es un intervalo de confianza para p al $100(1-\alpha)\%$.

Revisando la literatura estadística podemos ver que existen varias recomendaciones para el uso del intervalo de Wald. Algunas de estas recomendaciones son:

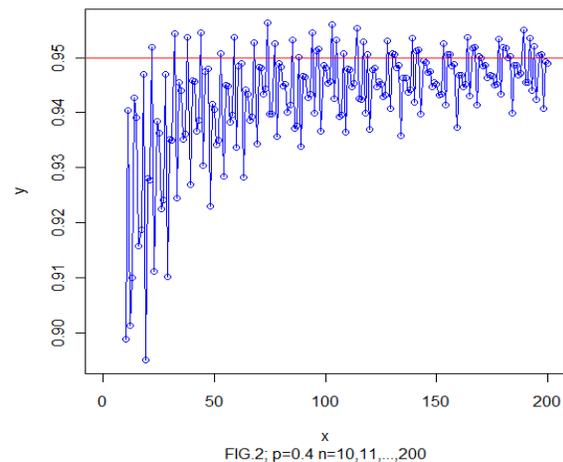
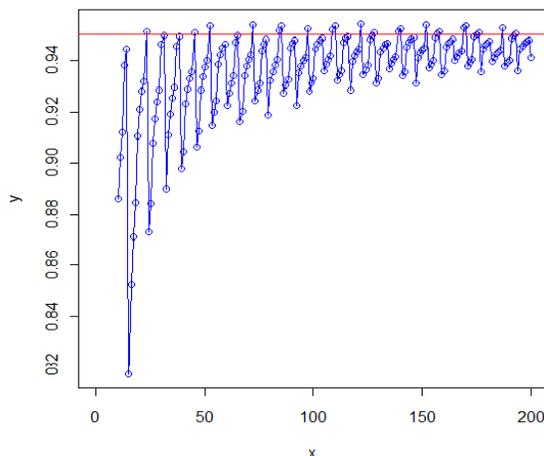
1. $np, n(1-p)$ son ≥ 5 (o 10).
2. $np(1-p) \geq 5$ (o 10).
3. $n\hat{p}, n(1-\hat{p})$ son ≥ 5 (o 10).
4. $\hat{p} \pm 3\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}$ no contenga 0 o 1.
5. n suficientemente grande
6. $n \geq 50$ a menos que p sea muy pequeño.

De esta manera, se piensa que si solamente tomamos en cuenta recomendaciones como las anteriores, el intervalo de Wald será un buen estimador por intervalo.

METODOLOGÍA

El objetivo de este trabajo es mostrar las inconsistencias que tiene el uso del intervalo de Wald aún cuando se cumplen las condiciones anteriormente mencionadas. Para esto analizaremos su probabilidad de cobertura PC, definida por $Pr_{\theta}(\theta \in [L(\mathbf{X}), U(\mathbf{X})])$, para distintos valores de p y distintos tamaños de muestra n , a un nivel de confianza del 95%. En el presente trabajo se analizaron ejemplos usando el intervalo estándar, observamos que se tienen estimaciones poco precisas cuando utilizamos valores de p que están cercanos a 0 o al 1 o cuando n es pequeña (<20), sin embargo se observará además que tal falta de precisión acontece también incluso para valores grandes de n y valores de p cercanos a 0.5.

Se realizó un programa en R y se presentan las gráficas con los resultados, tales gráficas muestran las PC de cálculos con valores fijos de p , $p=0.2$ y $p=0.4$ y n tomando valores de 10 a 200.



En la FIG.1 se observa que la PC para la mayoría de los resultados obtenidos es menor que 0.95 (el nivel nominal), de hecho solamente un pequeño porcentaje tiene $PC \geq 0.95$, esto sucede aún cuando se cumplen las condiciones mencionadas. En la FIG.2 los cálculos con $PC \geq 0.95$ ha aumentado, sin embargo, el porcentaje tal que $PC < 0.95$ es muy grande cuando $p=0.4$, aún también cuando se cumplen las condiciones anteriores.

En la mayoría de los textos de estadística se plantea que el intervalo de Wald tiene un mejor desempeño cuando $p=0.5$, veamos este caso:

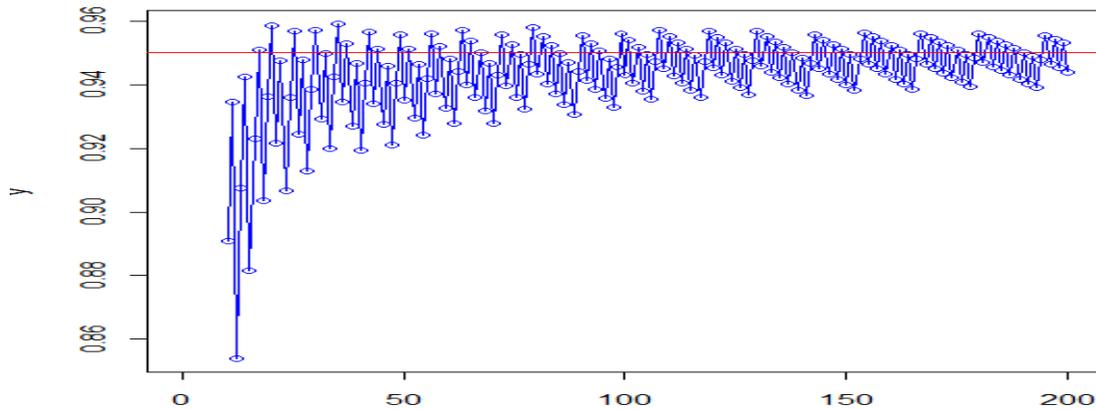


FIG.3; $p=0.5$ $n=10,11,\dots,200$

Puede verse que el número de resultados que tienen una probabilidad de cobertura menor a 0.95 disminuye pero sigue siendo muy grande.

El criterio 5 (ver abajo) trata acerca de n suficientemente grande, ¿qué tan grande?, consideremos que grande significa, $n \geq 100$, y construimos gráficas para $n=200$ FIG.4 y $n=1000$ FIG 5, y p toma los valores de 0.01, 0.02, ..., 0.99.

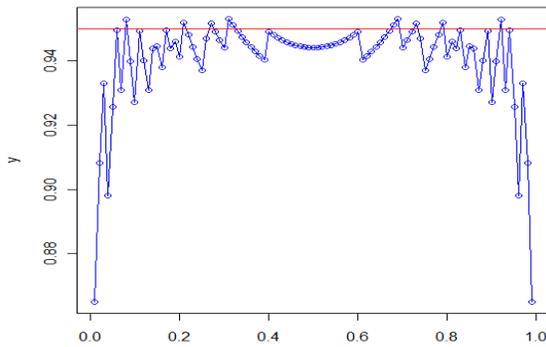


FIG.4; $p=0.01,0.02,\dots,0.99$

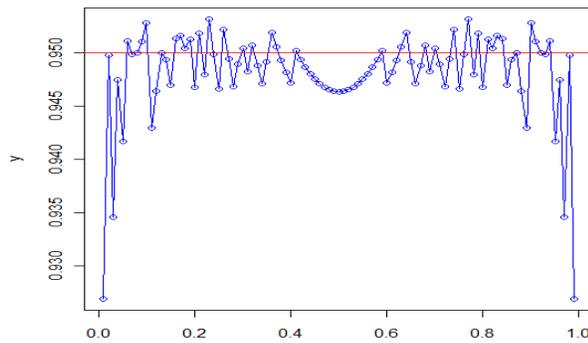


FIG.5; $n=1000, p=0.01,0.02,\dots,0.99$

De las FIG.4 y FIG.5 vemos que el número de resultados con $PC < 0.95$ es menor cuando $n=1000$ que cuando $n=200$, también vemos que en ambos casos se cumplen las condiciones arriba mencionadas y el número de resultados que cumple que $PC < 0.95$ aún es muy grande.

Podría pensarse que si aumentamos n a valores muy grandes el porcentaje de resultados con $PC < 0.95$ disminuirá. Analizamos esto de la siguiente forma: para los siguientes intervalos se calculará el porcentaje de resultados con $PC < 0.95$ cuando cumplen cada uno de los siguientes criterios:

- Criterio 1: $np \geq 5$ y $n(1-p) \geq 5$.
- Criterio 2: $np \geq 10$ y $n(1-p) \geq 10$.
- Criterio 3: $np(1-p) \geq 5$.

Criterio 4: $np(1p) \geq 10$.

Criterio 5: Diremos que n es grande si $n \geq 100$.

Criterio 6: $n \geq 50$ y p no pequeño suponga que p es pequeño si $p \leq 2$, por simetría también si $p \geq 0.8$, entonces p no es pequeña si $0.2 < p < 0.8$.

La siguiente tabla muestra el porcentaje de resultados con $PC < 0.95$ para los dos siguientes casos:

- I. p toma los valores 0.01, 0.02, ..., 0.99.
- II. p toma los valores 0.001, 0.002, ..., 0.999.

INTERVALO	CRITERIO 1		CRITERIO 2		CRITERIO 3		CRITERIO 4		CRITERIO 5		CRITERIO 6	
	I	II	I	I								
[1,500]	79.10	79.30	77.55	77.75	78.81	79.03	77.07	77.28	78.06	78.45	72.95	73.24
[501,1000]	70.50	70.39	69.89	69.97	70.49	70.39	69.88	69.96	70.50	70.78	64.28	64.39
[1001,1500]	67.15	67.10	67.15	66.83	67.15	67.10	67.14	66.82	67.15	67.33	61.55	61.54
[1501,2000]	64.92	65.11	64.92	64.90	64.92	65.11	64.92	64.90	64.92	65.27	59.93	59.93
[2001,2500]	63.53	63.55	63.53	63.40	63.53	63.55	63.53	63.40	63.53	63.70	59.05	58.62
[2501,3000]	62.90	62.79	62.90	62.64	62.90	62.79	62.90	62.64	62.90	62.86	58.42	58.15
[3001,3500]	61.42	61.81	61.42	61.68	61.42	61.81	61.42	61.68	61.42	61.89	57.20	57.35
[3501,4000]	60.94	61.24	60.94	61.16	60.94	61.24	60.94	61.16	60.94	61.31	56.63	56.96
[4001,4500]	60.62	60.59	60.62	60.51	60.62	60.59	60.62	60.51	60.62	60.67	56.71	56.49
[4501,5000]	59.50	60.10	59.50	60.02	59.50	60.10	59.50	60.02	59.50	60.18	55.68	56.18
[5001,5500]	59.53	59.75	59.53	59.67	59.53	59.75	59.53	59.67	59.53	59.75	56.11	55.83
[5501,6000]	59.3	59.45	59.3	59.37	59.3	59.45	59.3	59.37	59.3	59.45	55.7	55.65
[6001,6500]	58.45	59.12	58.45	59.04	58.45	59.12	58.45	59.04	58.45	59.12	55.24	55.40
[6501,7000]	58.62	58.88	58.62	58.79	58.62	58.88	58.62	58.79	58.62	58.88	55.09	55.29
[7500,7501]	58.20	58.66	58.20	58.58	58.20	58.66	58.20	58.58	58.20	58.66	54.85	55.17
[7501,8000]	58.12	58.22	58.12	58.13	58.12	58.22	58.12	58.13	58.12	58.22	54.95	54.83
[8001,8500]	57.75	58.12	57.75	58.03	57.75	58.12	57.75	58.03	57.75	58.12	54.98	54.76
[8501,9000]	57.32	57.95	57.32	57.86	57.32	57.95	57.32	57.86	57.32	57.95	54.27	54.58
[9001,9500]	57.59	57.70	57.59	57.62	57.59	57.70	57.59	57.62	57.59	57.70	54.55	54.44
[9501,10000]	56.80	57.39	56.80	57.30	56.80	57.39	56.80	57.30	56.80	57.39	53.88	54.23

De esta forma se observa en el primer caso, que el porcentaje de resultados con $PC < 0.95$ es muy grande y en algunas ocasiones es mayor cuando se toman los valores del caso II y como puede apreciarse estos porcentajes sobrepasan el 50%, esto también puede apreciarse en FIG1-FIG5.

Veamos qué pasa con las probabilidades de cobertura para n muy grandes. Para esto tomemos valores grandes para n, digamos $n=1000001$ y $n=2000001$ y p toma los valores de 0.01, 0.02, ..., 0.99.

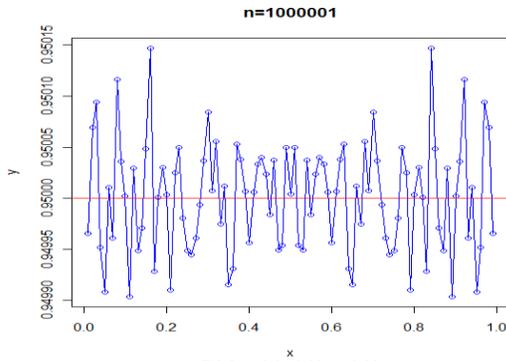


FIG.6, $p=0.01, 0.02, \dots, 0.99$

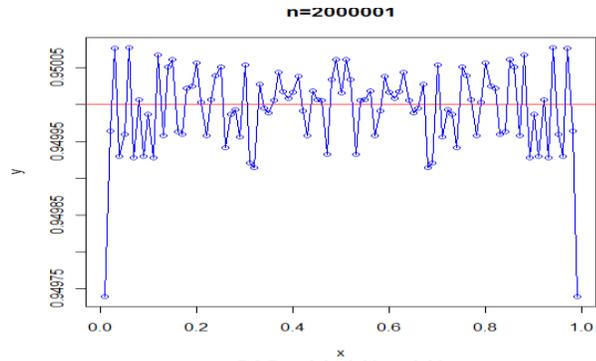


FIG.7, $p=0.01, 0.02, \dots, 0.99$

Como podemos observar el porcentaje de resultados con $PC < 0.95$ sigue siendo muy alto, sin embargo, la probabilidad de cobertura para estos resultados está muy cercana a 0.95. Podemos considerar un buen estimador por intervalo cuando se cumple que $PC \geq 0.93$.

Veamos esto con las siguientes gráficas que muestran los resultados con $PC < 0.93$ para $n=100$ y $p=0.01, 0.02, \dots, 0.99$ FIG.8 y $n=1000$ y $p=0.001, 0.002, \dots, 0.999$ FIG.9.

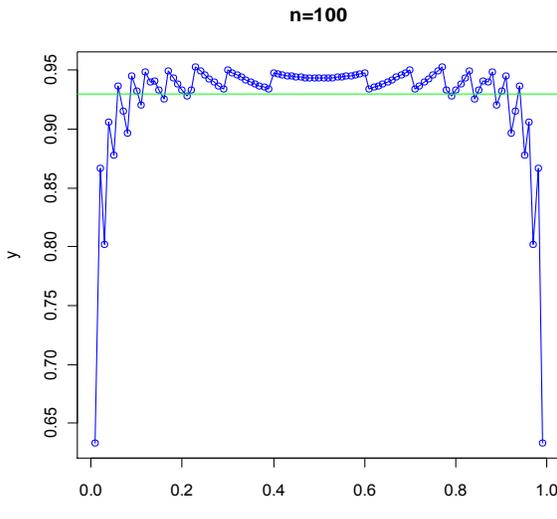


FIG.8, $p=0.01, 0.02, \dots, 0.99$

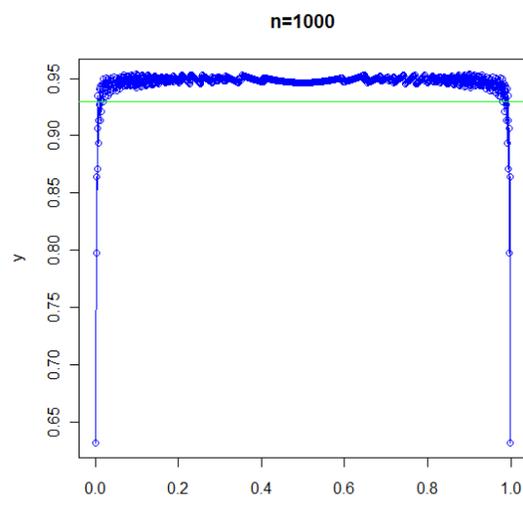


FIG.9, $p=0.001, 0.002, \dots, 0.999$

La tabla siguiente muestra los porcentajes de los resultados con $PC < 0.93$ para cada intervalo, donde p toma los valores 0.01, 0.02, ..., 0.99

INTERVALO	CRITERIO 1	CRITERIO 2	CRITERIO 3	CRITERIO 4	CRITERIO 5	CRITERIO 6
[1,500]	8.99	4.36	7.99	3.45	7.99	0.81
[501,1000]	2.40	0.99	2.38	0.97	2.40	0.00
[1001,1500]	0.93	0.93	0.93	0.89	0.93	0.00

[1501,2000]	0.49	0.49	0.49	0.49	0.49	0.00
[2001,2500]	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19	0.00
[2501,3000]	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.00
[3001,3500]	0	0	0	0	0	0

Como puede observarse si tomamos como un buen estimador al intervalo de Wald a un nivel nominal del 95% cuando la $PC \geq 0.93$, el porcentaje de los resultados con $PC < 0.93$ es muy pequeño, haciendo estas aclaraciones, el intervalo de Wald es un buen estimador por intervalo para el nivel de confianza del 95%.

CONCLUSIONES

El hecho de que la variable aleatoria es discreta provoca intervalos de confianzas inestables, a pesar de cumplir las suposiciones para su uso. Nuestro interés en este trabajo fue mostrar estas inconsistencias ya que son intervalos de confianza muy usados en la práctica.

BIBLIOGRAFÍA

1. Brown, L., Cai, D. & DasGupta, A. (2001), 'Interval Estimation for a Binomial Proportion', *Statistical Science* 16, 101–133.
2. Intervalos de confianza e intervalos de credibilidad para una proporción, (2008) *Revista Colombiana de Estadística*, volumen 31, no. 2
3. George Casella, Roger L. Berger (2002), *Statistical Inference*, Duxbury Thomson Learning.
4. Navidi W. (2006). *Estadística para ingenieros y científicos*, Mc Graw Hill.
5. Hogg, R.V. y Craig, A.T. (1978). *Introduction to Mathematical Statistics*. Cuarta Edición. Collier MacMillan International: New York.

VARIETADES ÁNGULO-MOMENTO Y VARIETADES DE CONTACTO EN DIMENSIONES ALTAS

Yadira Lizeth Barreto Felipe

Universidad del Mar, Bahías de Huatulco, Oax., yadira@huatulco.umar.mx

RESUMEN:

Las variedades ángulo-momento mixtas son una generalización de las variedades ángulo-momento que han sido estudiadas por S. López de Medrano, A. Verjovsky, V. Buchstaber, T. Panov, L. Meersseman, F. Bosio y S. Gitler. Dichas variedades son compactas y de dimensión impar mayor a tres. Aquí se demuestra que las variedades ángulo-momento mixtas son nuevos ejemplos de variedades de contacto (para un estudio mas detallado del tema se puede consultar [3]).

1. INTRODUCCIÓN

La topología de la intersección de cuádricas en \mathbb{C}^n de la forma:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j |z_j|^2 = 0, \quad \rho(Z) := \sum_{j=1}^n |z_j|^2 = 1,$$

con $Z = (z_1, \dots, z_n)$, $\lambda_j = (\lambda_j^1, \dots, \lambda_j^m) \in \mathbb{C}^m$, $m \geq 1$, $n > 2m$ y la n -tupla $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ satisfaciendo una *condición de admisibilidad*, ha sido estudiada desde hace mas de 30 años por varios matemáticos, entre los que destacan S. López de Medrano, A. Verjovsky, V. Buchstaber, T. Panov, L. Meersseman, F. Bosio y S. Gitler (ver por ejemplo [4–6, 9, 12, 13]). Dichas intersecciones son variedades de dimensión real $2n - 2m - 1$, se denotan por $\mathcal{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ y se conocen como *variedades ángulo-momento* o *variedades ángulo-momento clásicas*.

Las *variedades ángulo-momento mixtas* son una generalización de las variedades ángulo-momento obtenidas por la intersección de las siguientes cuádricas no coaxiales, dichas intersecciones también son variedades y se denotan por $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ y $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$, respectivamente (ver [3, 7]):

- Para $m = 1$ y $s \geq 1$:

$$\sum_{r=1}^s w_r^2 + \sum_{j=1}^n \lambda_j |z_j|^2 = 0, \quad \sum_{r=1}^s |w_r|^2 + \sum_{j=1}^n |z_j|^2 = 1,$$

donde $\lambda_j \in \mathbb{C}$ para toda $j \in \{1, \dots, n\}$.

- Para $m > 1$:

$$\mathbf{w}^2 + \sum_{j=1}^n \lambda_j |z_j|^2 = 0, \quad \sum_{k=1}^m |w_k|^2 + \sum_{j=1}^n |z_j|^2 = 1,$$

donde $\mathbf{w}^2 = (w_1^2, \dots, w_m^2) \in \mathbb{C}^m$ con $w_k \in \mathbb{C}$, $k \in \{1, \dots, m\}$ y $\lambda_j = (\lambda_j^1, \dots, \lambda_j^m) \in \mathbb{C}^m$ para toda $j \in \{1, \dots, n\}$.

Por otro lado, uno de los problemas fundamentales de la topología de contacto es saber cuales variedades admiten una estructura de contacto sobre ellas. En dimensión tres toda variedad admite una estructura de contacto (ver [10, 11]).

S. J. Altschuler en [1] introdujo, para dimensión tres, el concepto de *confoliaciones conductivas*; esto es, confoliaciones que tienen la propiedad de propagar “contacto” a todos los puntos de una variedad por medio de caminos con ciertas características. Estas ideas fueron generalizadas para dimensiones mayores a tres por S. J. Altschuler en conjunto con L. F. Wu en [2].

Se utilizará este método para construir una estructura de contacto sobre las variedades ángulo-momento mixtas, cabe mencionar que dicha construcción es en cierto sentido explícita. Concluyendo de este modo, que las variedades ángulo-momento mixtas son nuevos ejemplos de variedades de contacto en dimensión mayor a tres.

Notación: Se denotará por $\mathcal{K}_\alpha, \mathcal{K}_{d\alpha}, \mathcal{K}_\beta, \mathcal{K}_{d\beta}$ al núcleo de $\alpha, d\alpha, \beta, d\beta$, respectivamente.

Observación 1. Se fijará una métrica riemanniana g sobre las variedades ángulo-momento mixtas y denotaremos por $*$ al operador de Hodge para la métrica riemanniana g . Las proposiciones 2 y 4, así como los lemas 1, 2 y 3 de la siguiente sección, son independientes de la elección de la métrica riemanniana.

Las demostraciones así como un estudio más detallado de los resultados que a continuación se presentan pueden consultarse en [3].

TEORÍA

Consideremos la 1-forma real $\alpha = i \left(\sum_{r=1}^s (w_r d\bar{w}_r - \bar{w}_r dw_r) + \sum_{j=1}^n (z_j d\bar{z}_j - \bar{z}_j dz_j) \right)$ la cual, restringida al espacio tangente $\mathbf{T}_X \left(\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)} \right)$ con $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ es no trivial.

Proposición 1. Sean $m = 1, n > 3$ y $s \geq 1$. Entonces

1. Si $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ es tal que $w_1^2 + \dots + w_s^2 \neq 0$, el núcleo de $d\alpha$ en X es un subespacio de $\mathbf{T} \left(\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)} \right)$ de dimensión real uno.
2. Si $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ es tal que $w_1^2 + \dots + w_s^2 = 0$, el núcleo de $d\alpha$ en X es un subespacio de $\mathbf{T} \left(\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)} \right)$ de dimensión real tres.

Los vectores en $\mathcal{K}_{d\alpha}(X)|_{\mathbf{T}(\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)})}$ son de la forma

$$v(T, \mu; X) = -i \left(2\bar{T}\bar{w}_1 + \mu w_1, \dots, 2\bar{T}\bar{w}_s + \mu w_s, (2\Re(T\lambda_1) + \mu)z_1, \dots, (2\Re(T\lambda_n) + \mu)z_n \right)$$

donde $T \in \mathbb{C}$ y $\mu \in \mathbb{R}$.

Sea W_s el conjunto de puntos $X = (w_1, \dots, w_s, z_1, \dots, z_n) \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ tales que $w_1^2 + \dots + w_s^2 = 0$. Entonces, W_s es una subvariedad analítica real de $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ de codimensión real $2s$. Dicha variedad es singular si $s > 1$ y cuando $s = 1$ es una variedad ángulo-momento de dimensión $2n - 3$.

En el conjunto de puntos $X = (w_1, \dots, w_s, z_1, \dots, z_n) \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ tales que $w_1^2 + \dots + w_s^2 \neq 0$, la dimensión de $\mathcal{K}_\alpha(X) \cap \mathcal{K}_{d\alpha}(X)$ es cero. Se sigue que la 1-forma α es una forma de contacto en $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)} - W_s$.

En el conjunto de puntos $X = (w_1, \dots, w_s, z_1, \dots, z_n) \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ donde $w_1^2 + \dots + w_s^2 = 0$ y asumiendo $\mu = 0$, tenemos que $\mathcal{K}_\alpha(X) \cap \mathcal{K}_{d\alpha}(X)$ es un subespacio de dimensión real dos parametrizado por $T \in \mathbb{C}$.

Proposición 2. Considerando una orientación apropiada de $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$, α es una confoliación positiva:

1. $\ast(\alpha \wedge d(\alpha)^{n+s-2}) > 0$ para $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ tal que $w_1^2 + \dots + w_s^2 \neq 0$.
2. $\ast(\alpha \wedge d(\alpha)^{n+s-2}) = 0$ para $X \in W_s$.
3. El conjunto de puntos $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ tales que $\ast(\alpha \wedge d(\alpha)^{n+s-2}) = 0$ es un conjunto analítico real de codimensión real dos en $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ dado por $W = \{X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)} \mid w_1^2 + \dots + w_s^2 = 0\}$.

Lema 1. Sea $X \in W_1$. Entonces

1. Existe una curva suave parametrizada $\gamma : [-1, 1] \rightarrow \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+1)}$ tal que $|\gamma'(x)| \neq 0$ para toda $x \in [-1, 1]$.
2. $\gamma(0) = x$ y $\gamma'(0) \in [\ker(\tau)]^\perp(x)$.
3. Si $x \in [-1, 1]$ con $x \neq 0$ y $\gamma(x) \notin W_1$, $\gamma'(x) \in [\ker(\tau)]^\perp(\gamma(x)) = \mathcal{K}_\alpha(\gamma(x))$.

Lema 2. Sean $m = 1, n > 3, s > 1$ y Λ una configuración admisible. Sea

$$W = \left\{ X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)} \mid (\alpha \wedge d(\alpha)^{n+s-2})(X) = 0 \right\},$$

el conjunto analítico real de codimensión real dos, donde α es una confoliación positiva sobre $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$. Entonces α es una confoliación conductiva.

El conjunto abierto $V_W = \mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)} - W$ es conexo pues W es de codimensión real dos. Este conjunto es el conjunto donde la forma α es de contacto. De la proposición 2 y lemas 1 y 2 se sigue que la 1-forma α define una confoliación conductiva sobre $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ en el sentido de J. S. Altschuler y L. F. Wu [2].

Consideremos ahora la 1-forma real $\beta = i \left(\sum_{r=1}^m (w_r d\bar{w}_r - \bar{w}_r dw_r) + \sum_{j=1}^n (z_j d\bar{z}_j - \bar{z}_j dz_j) \right)$ la cual, restringida al espacio tangente $\mathbf{T}_X(\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)})$ con $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ es no trivial.

Proposición 3. Sean $m > 1$ y $n > 2m$. Entonces

1. Si $X = (w_1, \dots, w_m, z_1, \dots, z_n) \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ es tal que $w_r \neq 0$ para toda $r = 1, \dots, m$, el núcleo de $d\beta$ en el punto X es un subespacio de $\mathbf{T}(\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)})$ de dimensión real uno.

2. Si $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ es tal que ℓ coordenadas w_r son iguales a 0 para $\ell, r \in \{1, \dots, m\}$, el núcleo de $d\beta$ en el punto X es un subespacio de $\mathbf{T}(\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)})$ de dimensión real $2\ell + 1$.

Los vectores $v \in \mathcal{K}_{d\beta}(X)|_{\mathbf{T}(\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)})}$ son de la forma:

$$-i\left(2\bar{w}_1\bar{T}_1 + \mu w_1, \dots, 2\bar{w}_m\bar{T}_m + \mu w_m, \left(2\Re\left(\sum_{k=1}^m T_k \lambda_1^k\right) + \mu\right) z_1, \dots, \left(2\Re\left(\sum_{k=1}^m T_k \lambda_n^k\right) + \mu\right) z_n\right),$$

donde $T_k \in \mathbb{C}$ para toda $k \in \{1, \dots, m\}$ y $\mu \in \mathbb{R}$.

Sea W_ℓ el conjunto de puntos $X = (w_1, \dots, w_m, z_1, \dots, z_n) \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ tal que ℓ coordenadas w_k son iguales a cero para $\ell, k \in \{1, \dots, m\}$. W_ℓ es una subvariedad analítica real de $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ de codimensión real 2ℓ .

En el conjunto de puntos $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ donde todas las coordenadas w_k son distintas de cero, la forma β es una forma de contacto. Si $\mu = 0$ y ℓ coordenadas w_k son iguales a cero con $\ell, k \in \{1, \dots, m\}$, tenemos que $\mathcal{K}_\beta(X) \cap \mathcal{K}_{d\beta}(X)$ es un subespacio de dimensión real 2ℓ parametrizado por ℓ números complejos.

Proposición 4. Para la orientación apropiada de $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$, β es una confoliación positiva:

1. $\ast(\beta \wedge (d\beta)^{n-1})(X) > 0$ para $X = (w_1, \dots, w_m, z_1, \dots, z_n) \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ con $w_k \neq 0$ para toda $k \in \{1, \dots, m\}$.
2. $\ast(\beta \wedge (d\beta)^{n-1})(X) = 0$ siempre que $X \in W_\ell$ con $\ell \in \{1, \dots, m\}$.
3. El conjunto de puntos $X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ tal que $\ast(\beta \wedge (d\beta)^{n-1})(X) = 0$, es un conjunto analítico real de codimensión real dos en $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ dado por $\Sigma = \left\{ X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)} \mid w_1 \dots w_m = 0 \right\}$.

Lema 3. Sean $m > 1, n > 2m$ y Λ una configuración admisible. Sea

$$\Sigma = \left\{ X \in \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)} \mid \ast(\beta \wedge (d\beta)^{n-1})(X) = 0 \right\},$$

el conjunto analítico real de codimensión real dos, donde β es una confoliación positiva sobre $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$. Entonces β es una confoliación conductiva.

El conjunto abierto $V_\Sigma = \mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)} - \Sigma$ es conexo pues Σ es de codimensión real dos. Este conjunto es el conjunto donde la forma β es de contacto. La proposición 4 y el lema 3 implican que la 1-forma β define una confoliación conductiva sobre $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ en el sentido de J. S. Altschuler y L. F. Wu.

RESULTADOS

Ya se mostró que las 1-formas α y β definen confoliaciones conductivas sobre las variedades ángulo-momento mixtas $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ y $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$, respectivamente. Este hecho nos permite enunciar los siguientes resultados (para más detalle se puede consultar [3]):

Teorema 1. Sean $m = 1$, $n > 3$, $s > 1$ y $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ una configuración admisible, con $\lambda_j \in \mathbb{C}$. Las variedades $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, 1, n+s)}$ admiten estructuras de contacto.

Teorema 2. Sean $m > 1$, $n > 3$ tal que $n > 2m$ y $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$ una configuración admisible en \mathbb{C}^m . Las variedades ángulo-momento mixtas $\mathbf{M}_1^{(\Lambda, m, n)}$ asociadas a Λ , son variedades de contacto.

CONCLUSIONES

Las variedades ángulo-momento mixtas son nuevos ejemplos de variedades de contacto en dimensión mayor a tres con una topología muy rica.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Altschuler, S. J., “A geometric heat flow for one-forms on three dimensional manifolds”, *Illinois Journal of Mathematics*, Vol. 39, no. 1, pp. 98-118, 1995.
- [2] Altschuler, S. J. and Wu, L. F., “On deforming confoliations”, *J. Differential Geometry*, Vol. 54, pp. 75-97, 2000.
- [3] Barreto, Y. and Verjovsky, A., “Moment-angle manifolds, intersection of quadrics and higher dimensional contact manifolds”, *Moscow Mathematical Journal.*, Vol. 14, No. 4, pp. 669-696, 2014.
- [4] Bosio, F and Meersseman, L., “Real quadrics in \mathbb{C}^n , complex manifolds and convex polytopes”, *Acta Math.*, Vol. 197, pp. 53-127, 2006.
- [5] Buchstaber, V. M. and Panov, T. E. “Torus actions and their applications in Topology and Combinatorics”, *University Lecture Series, AMS*, 2002.
- [6] Gitler, S. and López de Medrano, S., “Intersections of quadrics, moment-angle manifolds and connected sums”, *Geom. Topol.*, Vol. 17, No. 3, pp. 1497-1534, 2013.
- [7] Gómez, V. and López de Medrano, S., “Topology of the intersections of quadrics II”, *Boletín de la Sociedad Matemática Mexicana* Vol. 20, pp. 237-235.
- [8] López de Medrano, S., “The topology of the intersection of quadrics in \mathbb{R}^n ”, *Springer-Verlag. Lectures Notes in Mathematics*, Vol. 1370, pp. 280-292, 1989.
- [9] López de Medrano, S. and Verjovsky, A., “A new family of complex, compact, non-symplectic manifolds”, *Bol. Soc. Bras. Mat.*, Vol. 28, No. 2, pp. 253-269, 1997.
- [10] Lutz, R., “Sur la géométrie des structures de contact invariantes”, *Annales de L’Institut Fourier*, Vol. 29, No. 1, pp. 283-306, 1979.
- [11] Martinet, J., “Formes de contact sur les variétés de dimension 3”, *Proceedings of Liverpool Singularities Symposium 2*, Vol. 209, pp. 142-163, 1971.
- [12] Meersseman, L., “Construction de variétés compactes complexes”, *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math.*, Vol. 325, No. 9 pp. 1005-1008, 1997.
- [13] Meersseman, L. and Verjovsky, A., “Holomorphic principal bundles over projective toric varieties”, *J. Reine Angew. Math*, Vol. 572, pp. 57-96, 2004.

UN MODELO COMPUTACIONAL POSITIVO Y EFICIENTE EN LA SIMULACIÓN DE MATERIALES BIOLÓGICOS COMPLEJOS

J. E. Macías-Díaz^a, I. E. Medina-Ramírez^a,

^aDepartamento de Matemáticas y Física, Universidad Autónoma de Aguascalientes, jemacias@correo.uaa.mx

^aDepartamento de Química, Universidad Autónoma de Aguascalientes, iemedina@correo.uaa.mx

RESUMEN:

Partiendo de un sistema complejo de ecuaciones diferenciales parciales alineales que modela la dinámica de crecimiento de películas biológicas, se proporcionará un modelo de diferencias finitas para aproximar sus soluciones. Las variables de interés se miden en escalas absolutas, de ahí que la necesidad de preservar la positividad de las soluciones sea una restricción matemática sumamente relevante. En este trabajo, ofrecemos una discretización numérica de nuestro modelo matemático que es capaz de preservar el carácter no negativo de aproximaciones cuando se satisfacen condiciones adecuadas en el modelo y los parámetros computacionales. Al contrario que el modelo no lineal que motiva este reporte, nuestra técnica numérica es un método lineal que puede ser representado vectorialmente. El hecho de que nuestro método es un esquema que conserva la positividad, se establece utilizando ciertas propiedades de matrices con inversas positivas. Las simulaciones de computadora corroboran la validez de las conclusiones teóricas.

1. INTRODUCCIÓN

El crecimiento de películas biológicas (tales como la proliferación de colonias de bacterias), así como el de películas delgadas en el contexto de la química analítica, son problemas de interés en las ciencias factuales y la tecnología en vista de las múltiples aplicaciones que poseen. Así, por ejemplo, la forma particular en la que se desarrolla una biopelícula tiene importancia vital en el análisis de eficiencia de procesos de bio-remediación, mientras que el crecimiento de biopelículas es de interés en el diseño de celdas fotovoltaicas, fotosensores y materiales semiconductores.

Desde un punto de vista matemático, la modelación del crecimiento de biopelículas y películas delgadas es un tema interesante, en vista de la complejidad que conlleva el describir cuantitativamente la participación de los agentes involucrados en dichos procesos. Ciertamente, existen varias perspectivas para atacar dichos problemas, algunas de ellas, de hecho, yacen en el terreno de la ciencia teórica de la computación (como el uso de autómatas y la teoría de dominios); sin embargo, desde un punto de vista más bien matemático, la modelación mediante sistemas acoplados de ecuaciones diferenciales es la perspectiva más socorrida, pues los procesos se pueden ver desde un punto de vista natural como fenómenos alineales genéricos de reacción-difusión.

Cabe mencionar que, en el contexto de las ecuaciones diferenciales parciales, los modelos propuestos distan aún de ser realistas. Más aún: los modelos existente, de hecho, aún cuando han sido simplificados fenomenológicamente, distan mucho de ser sencillos sino que, al contrario, son modelos en los que las soluciones exactas son desconocidas en su gran mayoría. Por esta razón, muchos estudios se han dedicado a proponer metodologías computacionales para aproximar las soluciones de dichas ecuaciones diferenciales.

El propósito inicial del presente estudio es tratar de proponer sistemas de ecuaciones diferenciales que describan más fielmente la dinámica de crecimiento de biopelículas y películas delgadas. Los modelos a obtenerse serán, evidentemente, complejos en su naturaleza, por lo que no es de esperarse que se puedan elucidar soluciones exactas para problemas arbitrarios de valor inicial y/o de frontera. En su defecto, parte de la investigación consistirá en tratar de establecer propiedades interesantes de las soluciones, tales como la positividad, la acotación y la monotonía de crecimiento. Hecho esto, se diseñarán técnicas numéricas confiables que aproximen las soluciones de dichos modelos, y que garanticen la preservación de las principales características de las soluciones.

2. JUSTIFICACIÓN

En el contexto de las ciencias naturales, muchos problemas conllevan la medición de variables en escalas absolutas. Por ejemplo, un problema de esta naturaleza es la investigación de la evolución temporal de la distribución de temperaturas en un incendio forestal, donde la selección más evidente de escala para la variable de interés es Kelvin. En muchos casos, los modelos matemáticos realistas que involucran variables tales como la temperatura y la presión, pueden ser reformulados mediante un cambio de variables en términos de ecuaciones donde las variables dependientes de relevancia son medidas en escalas absolutas.

Otro ejemplo de modelos genéricos en los que las variables bajo investigación son medidas de manera natural en escalas absolutas, son aquellos sistemas de ecuaciones que describen la dinámica del crecimiento de tamaños de poblaciones o de densidades de población. En tales modelos, la noción de positividad es una condición inherente a los problemas, independientemente de si las ecuaciones gobiernan la dinámica de una población discreta o una población continua. Existe una gran variedad de ecuaciones matemáticas que modelan dinámicas poblacionales; para la mayoría de ellas, el diseño de un aparato analítico que garantice la existencia de soluciones positivas es un problema de gran trascendencia matemática, como lo evidencian algunos reportes recientes de investigación.

Es importante mencionar que la investigación analítica de muchos modelos poblacionales ha producido muchos manuscritos que reportan acerca de características cualitativas de las soluciones de dichas ecuaciones; sin embargo, la falta de expresiones analíticas exactas para las soluciones positivas de cada problema de valor inicial y/o de frontera asociado a estos modelos es un hecho bien conocido. En vista de esta limitante, el diseño de métodos numéricos confiables para aproximar las soluciones positivas de tales modelos se ha convertido en una alternativa plausible que ha arrojado resultados satisfactorios en el área de la física computacional.

En general, el problema de describir un fenómeno realista puede considerar la condición de acotación como una característica adicional de las soluciones. En el contexto de la dinámica de poblaciones, la noción de acotación es sumamente relevante. Aquí, las limitaciones espaciales así como las carencias de los recursos pueden limitar la velocidad de crecimiento de la población y, en última instancia, podrían acotar el tamaño mismo de la población. Desde un punto de vista físico, uno podría pensar en el crecimiento de colonias de bacterias dentro de un ambiente espacialmente cerrado o controlado (tal como una caja de Petri cerrada), o en un ambiente en el que el alimento es limitado.

Como en el caso de la positividad, existen muchos resultados cualitativos en la literatura acerca de la existencia de soluciones acotadas para muchos modelos poblacionales (algunos en forma de soluciones de onda viajera, de hecho); sin embargo, la solución exacta para cada condición inicial

y/o de frontera admisible es difícil de calcular. Como se mencionó arriba, dicha dificultad se ha resuelto numéricamente con el diseño de métodos numéricos que garanticen la conservación de la acotación de perfiles iniciales.

En vista de estas limitaciones físicas y matemáticas, se pretende partir de modelos matemáticos realistas que describan la dinámica de crecimiento de biopelículas y películas delgadas, para encontrar a continuación las características analíticas de sus soluciones, y diseñar ulteriormente métodos numéricos confiables que preserven dichas características (además de las consabidas condiciones de estabilidad, convergencia y consistencia que son esenciales en todo método computacional).

3. OBJETIVOS

OBJETIVOS MEDIATOS

- Proponer modelos matemáticos en el estudio de biopelículas y películas delgadas, y estudiar las características de sus soluciones.
- Diseñar métodos numéricos en el estudio de la dinámica de biopelículas y películas delgadas.

OBJETIVOS INMEDIATOS

- Se propondrán modelos matemáticos realistas que describan el crecimiento de películas biológicas y películas delgadas.
- Se estudiarán las soluciones de dichos modelos, y se demostrarán proposiciones relacionadas con las características analíticas de dichas soluciones. Se probarán teoremas de existencia y unicidad de soluciones de los modelos considerados.
- Principalmente, se desarrollarán métodos computacionales basados en esquemas de diferencias finitas para aproximar las soluciones de los sistemas de ecuaciones diferenciales parciales que rigen el crecimiento de biopelículas y de películas delgadas.
- Se validarán computacionalmente las técnicas numéricas propuestas, y se determinarán las principales propiedades analíticas de dichos métodos, tales como la preservación de la positividad, la acotación y la monotonía de las soluciones. Así mismo, se determinará la estabilidad de los métodos, su consistencia y su convergencia.

4. RESULTADOS

En el presente proyecto, se propusieron modelos matemáticos para la descripción física de la dinámica de crecimiento de películas biológicas y películas delgadas. Los modelos están dados en términos de ecuaciones diferenciales parciales o, más generalmente, en términos de sistemas acoplados de ecuaciones diferenciales parciales en los que se consideran los distintos elementos que toman parte en dichos fenómenos. Se estudiaron las características de las soluciones de dichos modelos, tales como la existencia, unicidad, positividad, acotación y monotonía. Se propusieron métodos numéricos en diferencias finitas para aproximar las soluciones de dichas ecuaciones diferenciales, procurando que las características propias de las soluciones analíticas de los modelos se vean preservadas por las aproximaciones computacionales. Los resultados derivados de este protocolo serán sometidos para su consideración en revistas internacionales indizadas.

5. CONCLUSIONES

Partiendo de un sistema complejo de ecuaciones diferenciales parciales alineales que modela la dinámica de crecimiento de películas biológicas, se proporcionó un modelo de diferencias finitas

para aproximar sus soluciones. Las variables de interés se miden en escalas absolutas, de ahí que la necesidad de preservar la positividad de las soluciones sea una restricción matemática sumamente relevante. En este trabajo, ofrecemos una discretización numérica de nuestro modelo matemático que es capaz de preservar el carácter no negativo de aproximaciones cuando se satisfacen condiciones adecuadas en el modelo y los parámetros computacionales. Al contrario que el modelo no lineal que motiva este reporte, nuestra técnica numérica es un método lineal que puede ser representado vectorialmente. El hecho de que nuestro método es un esquema que conserva la positividad, se establece utilizando ciertas propiedades de matrices con inversas positivas. Las simulaciones de computadora corroboran la validez de las conclusiones teóricas.

BIBLIOGRAFÍA

1. K. P. Hadeler; K. Dietz, Nonlinear hyperbolic partial differential equations for the dynamics of parasite populations, *Comp.Math. Appl.* 9, 415–430 (1983).

UN MODELO MATEMÁTICO PARA EL SONIDO DE LA LETRA “B”

José Siddhartha García Sánchez¹ y Alicia Campos Valencia¹

¹Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, siddharthagarcia@yahoo.com.mx

RESUMEN

Mediante la teoría de la transformada de Fourier se construirá un modelo matemático que represente una onda sonora para del sonido de la letra “B”, para esto se ocupará la serie y los coeficientes de Fourier.

A través de la experimentación por medio de un generador de ondas se hará una comparación de los resultados teóricos y prácticos.

1. INTRODUCCIÓN

A pesar de que todos los días escuchamos sonidos muy pocas veces nos preguntamos cómo se generan, ya que puede parecer ser algo muy sencillo, sin embargo implica un proceso complejo e importante porque los sonidos juegan un papel fundamental para la comunicación entre las sociedades.

Actualmente no se tienen registros suficientes de la contaminación auditiva sin embargo gran parte de la sociedad presenta algún problema auditivo que no necesariamente tiene que ser por sonidos que se encuentran lejos de nuestra vida cotidiana por ejemplo el ruido de los automóviles e incluso el escuchar música con un volumen superior al recomendado y que claramente tiene efectos negativos en los ámbitos sociales y educativos.

2. TEORÍA

A partir de una oscilación, es decir un movimiento de ida y vuelta, se produce una onda que es un movimiento en el espacio y tiempo.

Las ondas cuentan con ciertas propiedades como: valles (puntos más bajos), crestas (puntos más elevados), frecuencia (f), periodo (T) y amplitud que es la distancia que va desde el punto medio hasta la cresta o valle, esta última propiedad tiene una mayor importancia porque es la base para determinar el sonido y que este resulte diferente.

Sin embargo existen ondas simples que forman ondas complicadas y ambas están determinadas por dos tipos de ondas, las senoidales y cosenoidales, reciben ese nombre porque al determinarlas se utilizan las funciones trigonométricas seno y coseno, respectivamente.

El primer tipo corresponde a las ondas que tienen un origen en un punto diferente de cero mientras que el segundo tipo tiene un origen en cero, aunque también existen otras ondas que su oscilación no tiene como posición de equilibrio cero.

Una vez que se obtuvo la base teórica sobre las características de las ondas y el como se puede encontrar desde las ondas simples hasta el tamaño de la amplitud de cada una de ellas.

Para determinar las ondas simples que componen a una onda complicada se usará la serie de Fourier pero esa fórmula utiliza valores infinitos por lo que se optó por los coeficientes que utilizan valores discretos.

Transformada de Fourier

$$F\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{i\alpha x} dx$$

Transformada discreta de Fourier

Considere una función f definida en el intervalo $[0, 2p]$ puede escribirse como una serie compleja de Fourier,

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega x} \quad \text{donde} \quad C_n = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} f(x) e^{-in\omega x} dx \quad \text{con} \quad \omega = \frac{2\pi}{2p} = \frac{\pi}{p}$$

la frecuencia angular fundamental y $2p$ es el periodo fundamental.

Lo que hacen los coeficientes de Fourier es que calcula las componentes de una onda periódica extrayendo un solo período de ella y encontrando el área de ese período para una frecuencia determinada por medio de tres filtros, uno para ondas que sólo presentan una línea recta, es decir, su oscilación es cero y los otros filtros para ondas senoidales y cosenoidales.

Dichos coeficientes primero calculan el área que ocupa una onda a través de integrales y posteriormente esa área se multiplica por seno o coseno según sea su caso ya que si se suma el área de una onda coseno (sin importar el tamaño de la amplitud) siempre se obtendrá como resultado cero porque las ondas cuentan con partes positivas y negativas y al momento de sumarlas estas se cancelan, es por eso que primero se multiplica por una onda con el mismo periodo para que así sólo se obtenga parte positiva y que ahora el resultado sea diferente a cero y por último se multiplica por $2/T$.

Una forma para facilitar los cálculos que incluyen integrales es por medio de su operación contraria que es la derivación, una vez que se obtuvieron los resultados de la amplitud de cada onda se puede hacer una superposición de las ondas, para comprobar si se obtienen los resultados.

3. PARTE EXPERIMENTAL

Después de construir nuestro modelo, trataremos de probar los coeficientes adquiridos a través de la teoría usando una superposición de generadores de onda.

Materiales:

- Generadores de onda
- Osciloscopio
- Bocina
- Cables diversos
- Fuente de electricidad
- Computadora
- Ensamble

Computadora
(software Ableton
Live)
Generador de ondas



Osciloscopio
Visor gráfico de la
onda obtenida a
través del modelo



Bocina
Sonido obtenido a partir
del modelo teórico
insertado en el
osciloscopio



El desarrollo de nuestro experimento está centrado en el uso de software. En concreto uso del Software "Ableton Live" que hará la función de un múltiple generador de onda el cual nos permitirá hacer la superposición de las ondas sencillas en nuestro trabajo. Dicho software a través del computador estará conectado a un osciloscopio que nos permitirá observar la onda generada con las ondas simples inscritas en Ableton, y a su vez dicho osciloscopio está conectado a una bocina que es la salida final de la onda y nos permite escuchar la traducción de la onda generada por la superposición en sonido. Si recordamos el objetivo principal de nuestro trabajo lo que se tiene como meta final es tener un modelo teórico para el sonido de la letra "b" y a través de éste experimento podemos observar que tan cercana es nuestra predicción teórica con el dato experimental que en éste caso es un sonido. También tenemos otra salida que es gráfica y es la onda obtenida y que se muestra en el osciloscopio para poder compararla con la gráfica que genera el sonido de la letra "b", es decir, podemos recurrir al dato gráfico que se obtiene con cualquier ecualizador para ver la onda y compararla con la nuestra que es obtenida a través de nuestro modelo.

4. CONCLUSIONES

Hemos obtenido un modelo teórico que permite dar una idea muy general sobre las ecuaciones que representan sonidos elementales como es el de una vocal. En particular se logró obtener un modelo bastante preciso que nos puede dar un panorama de lo elaborado que puede ser modelar sonidos. El trabajo desarrollado aquí nos permite ampliar nuestro panorama del quehacer científico, como estudiante de nivel medio superior el desarrollo de teoría, manipulación de equipo y software especializado de laboratorio para lograr nuestros objetivos me ha permitido tener una mejor idea de lo robusto que es el desarrollar ciencia.

BIBLIOGRAFÍA

1. Aventuras con Fourier del Transnational College of LEX, publicado por la Dirección General de Publicaciones y Fomento. Editorial de la UNAM. 1ª edición.
2. Física Conceptual. Paul G. Hewitt. ed. Addison-Wesley. Iberoamérica. 2ª edición.
3. Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones de modelado. Dennis G. Zill. ed. Matemáticas Thomson. 6ª edición.

EFFECTO DEL TAMAÑO DE PARTÍCULA SOBRE LAS PROPIEDADES MAGNÉTICAS DE SrFe₁₂O₁₉

F. Pedro-García ^a, F. Sánchez-De Jesús ^a, A. M. Bolarín-Miró ^a, F. N. Tenorio Gonzales ^a.

^a Área Académica de Ciencias de la Tierra y Materiales, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Pachuca, Hidalgo. frndopdro@hotmail.com, fsanchez@uaeh.uaeh.edu.mx, abolarin@ueah.edu.mx, felipe_n58@hotmail.com.

RESUMEN

En este trabajo se analiza la relación del tamaño de partícula y la estructura cristalina de polvos de hexaferrita de estroncio (SrFe₁₂O₁₉) sobre sus propiedades magnéticas. El polvo de hexaferrita fue obtenido mediante molienda de alta energía durante 5 h sobre mezclas estequiométricas de óxidos de estroncio (SrO) y de hierro (Fe₂O₃), posteriormente se aplicó un tratamiento térmico (TT) de 2 h a 800° C y se realizó, mediante molienda, el refinamiento del tamaño de partícula (RTP) durante diferentes tiempos (0, 0.5, 1, 1.5 y 3 h). Los resultados de difracción de rayos X (DRX) muestran que el RTP no modifica la estructura cristalina de la hexaferrita de estroncio. La microscopía electrónica de barrido (MEB) junto con la técnica de difracción láser, permitieron concluir que al incrementar el tiempo de RTP hasta 3 h, comienza a observarse el fenómeno de aglomeración de partículas de SrFe₁₂O₁₉, dicha aglomeración propicia la formación de partículas de mayor tamaño. Para determinar el tamaño de partícula de las muestras, se utilizó la técnica de difracción de luz láser, midiendo tamaños que oscilan desde los 6.76 µm sin RTP y hasta los 3.2 µm con un RTP de 1.5 h, tiempos de RTP más prolongados generan pequeños incrementos de tamaño de partícula, acorde con resultados experimentales de artículos reportados por otros autores, lo cual se debe a las soldaduras en frío entre partículas pequeñas. Finalmente, se evalúan los efectos del tamaño de partícula sobre la magnetización al máximo campo aplicado (18 kOe) y la coercitividad del polvo de hexaferrita, apreciándose una reducción en los valores de M_S y H_C al disminuir el tamaño de partícula.

1. INTRODUCCIÓN

Las hexaferritas de estroncio (SrFe₁₂O₁₉) han generado un gran interés en las últimas décadas debido a sus buenas propiedades magnéticas, estabilidad química, y de bajo costo en comparación con los compuestos de tierras raras. [1] Las hexaferritas de estroncio son materiales magnéticos duros que se pueden sintetizar por diferentes métodos, destacando el convencional [2-3], sol-gel, pol-yol y mecano-síntesis. Este último ha demostrado muy buenos resultados en la obtención de material y propiedades magnéticas, en especial magnetización de saturación y coercitividad en rangos de 40 a 60 emu/g y 3000 a 5700 kOe respectivamente [4-6] atribuyendo sus altos rangos de propiedades magnéticas al proceso en el cual se reportan defectos internos. [7]

Desde el descubrimiento de las hexaferritas en 1950 han sido ampliamente estudiadas en su síntesis y propiedades físicas, uno de los aspectos de mucho interés en el estudio de este tipo de material es el tamaño de partícula debido a que la coercitividad depende en gran medida de las propiedades físicas del polvo del material, esto se debe a la anisotropía magnetocristalina. [8] obedeciendo la teoría de monodominio y multidominio.

En este trabajo se analiza el efecto de un tratamiento de RTP de 0.5, 1, 1.5 y 3 h sobre polvos de $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ obtenidos mediante mecano-síntesis para observar el comportamiento de las propiedades del material comparadas con su tamaño de partícula.

2. PARTE EXPERIMENTAL

El proceso para obtener la hexaferrita de estroncio fue mediante mecano-síntesis (MS) o molienda reactiva de una mezcla estequiométrica de polvos de óxidos comerciales de estroncio (SrO) y de hierro III (Fe_2O_3), durante 5 h en un molino de alta energía seguido de un tratamiento térmico (TT) de 800°C durante 2 h, y posteriormente el polvo sintetizado fue sometido a un refinamiento de tamaño de partícula (RTP) en un molino de alta energía durante 0.5, 1, 1.5 y 3 h con metanol, como agente de control a 0.25 ml, posteriormente se caracterizaron las diferentes muestras, primero fue sometida a difracción de rayos X (DRX) en un difractómetro Equinox con fuente de Co para comprobar la formación de las fases de la hexaferrita. La morfología y el tamaño de partícula se estudió mediante microscopía electrónica de barrido (MEB) con un microscopio JEOL a 20 kV, seguido de un análisis de distribución de tamaños de partícula con un equipo Beckman Coulter y finalizando con su caracterización magnética mediante un magnetómetro de muestra vibrante (MMV) Microsense V7 a un campo aplicado máximo de 18 kOe.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Figura 1 se presentan los difractogramas del material obtenido del proceso mecanoquímico y tratamiento térmico y sometido a reducción de tamaño de partícula, en el cual se pueden distinguir los picos correspondientes a la estructura típica de la hexaferrita (ICSD 16158, P63mmc). En los patrones graficados b) y c), los cuales tienen RTP de 1 y 3 horas respectivamente, se pueden observar que el RTP no modifica las fases de la hexaferrita conservando así su estructura, sólo se observa un ensanchamiento de los picos asociados a la disminución del tamaño de cristal.

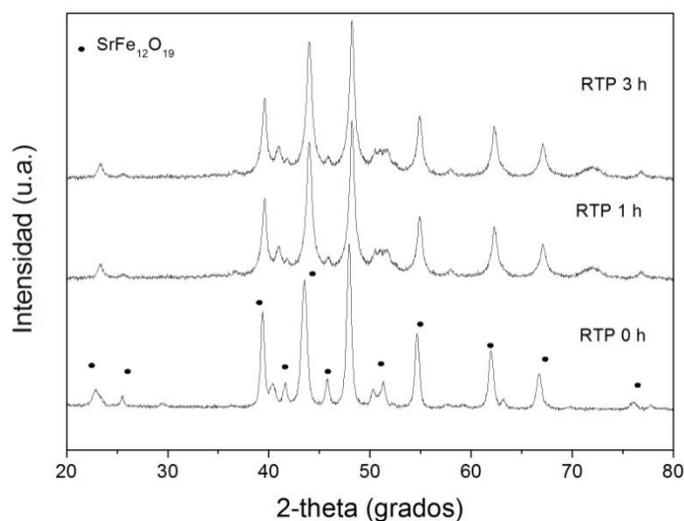


Figura 1. Patrones de difracción de $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ obtenida por mecano-síntesis con: a) RTP 0h, b) RTP 1 h y c) RTP 3h.

En la Figura 2 se muestran el primer cuadrante de la gráfica del ciclo de histéresis magnéticos de la $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ sometida a RTP de 0, 0.5, 1, 1.5 y 3 horas, y las micrografías del material a una remolienda de 0, 1 y 3 horas; en el ciclo de histéresis se puede observar una disminución gradual de la magnetización de saturación y de la coercitividad al incrementar el tiempo de re-molienda. En las micrografías se observa la reducción de tamaño de partícula de 0 h a 1 h de RTP además de

una clara aglomeración en la micrografía de 3 h de RTP. Las Figuras 1 y 2 indican que el RTP está afectando las propiedades magnéticas, debido a su efecto sobre el tamaño y morfología de las partículas, más no la estructura del material, por lo tanto se realizó el análisis de las propiedades del tamaño respecto al tiempo.

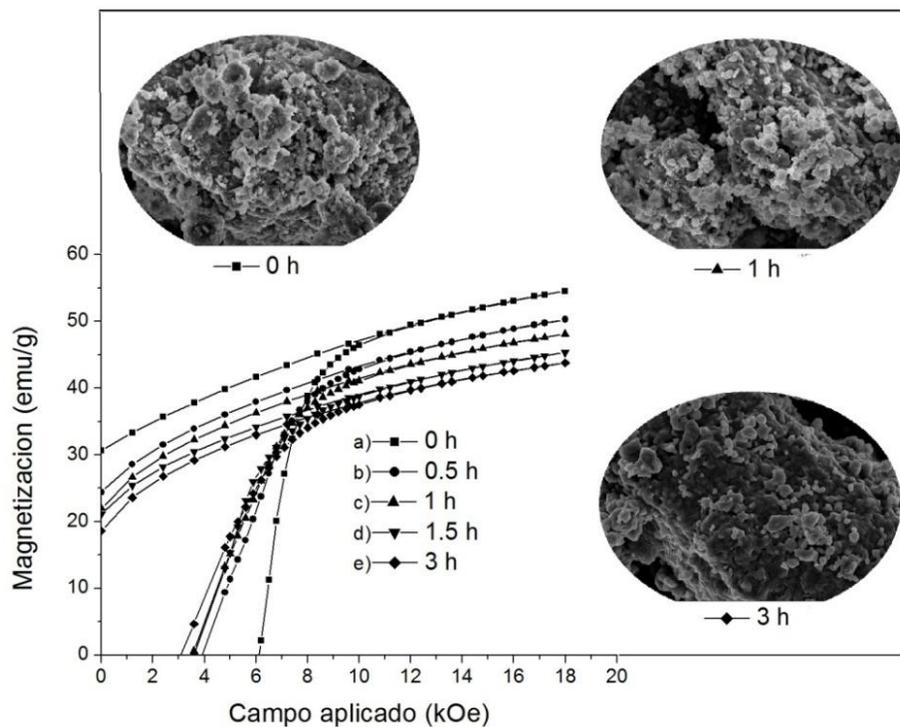


Figura 2. Cuadrante 1 del ciclo de histéresis de $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ con: a) RTP 0h, b) RTP 0.5 h, c) RTP 1 h, d) RTP 1.5 h, y e) RTP 3 h

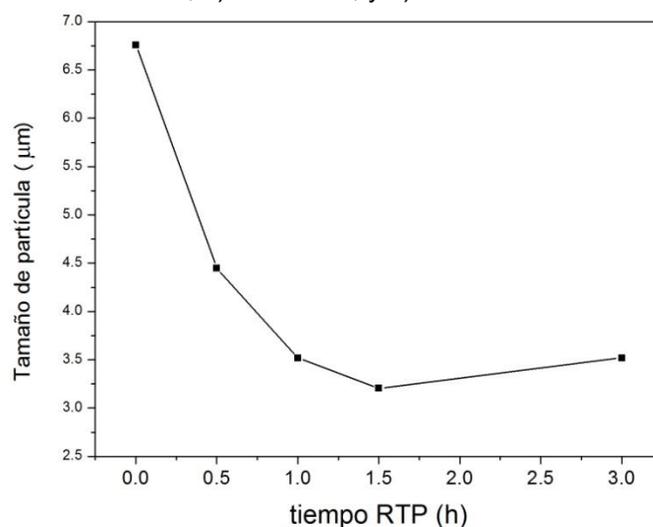


Figura 3. Efecto del tiempo de RTP sobre el tamaño de partícula.

En la Figura 3 se muestra el tamaño de partícula contra el tiempo de molienda, observando que el tamaño promedio de las muestras sin RTP es de $6.67 \mu\text{m}$, al incrementa el RTP a 1.5 h se obtiene el menor tamaño de partícula ($3.205 \mu\text{m}$), pero también se observa un incremento en el tamaño cuando el RTP de 3 h, atribuyendo este fenómeno a aglomeraciones por soldadura en frío.

En la Figura 4 observa el efecto del tamaño de partícula sobre la coercitividad, apreciando una disminución de su valor al disminuir el tamaño de partícula. Lo anterior no tan sólo se justifica por una disminución del tamaño de partícula, sino también se debe al incremento de defectos producidos por el trabajo en frío o deformación a la que se somete a los polvos durante el proceso de molienda de alta energía.

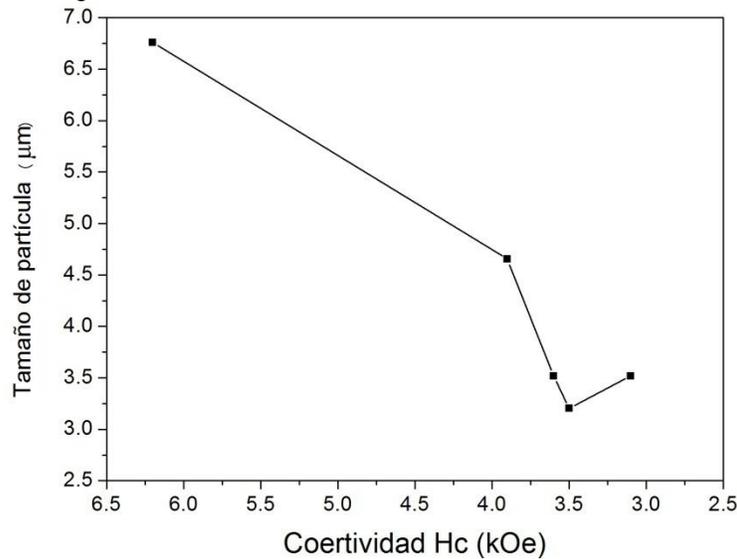


Figura 4. Efecto del tamaño de partícula sobre la coercitividad.

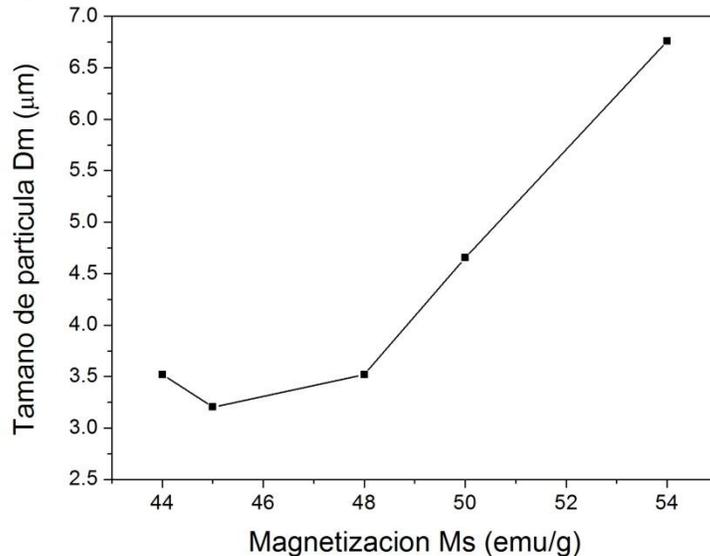


Figura 5. Efecto del tamaño de partícula sobre la magnetización de saturación.

En la Figura 5 se presenta el efecto de mayores tiempos de re-molienda (RTP) sobre la magnetización a 18 kOe (máximo campo aplicado). En esta figura es posible apreciar una ligera disminución de la magnetización con el tiempo, lo cual se considera puede ser posible a que una pequeña porción de la hexaferrita de estroncio se descompone a los óxidos precursores ($\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{SrO}$), ocasionando una modificación de la composición intrínseca de la hexaferrita y por lo tanto, una disminución en la magnetización.

4. CONCLUSIONES

Los polvos sintetizados y sometidos a refinamiento de tamaño de partícula durante diferentes tiempos de reducción de tamaños de partícula (RTP), 0.5, 1, 1.5 y 3 h no se ven afectados en su estructura cristalina pero si en sus propiedades magnéticas, debido a que en RTP reduce el tamaño del material sintetizado. En los tiempos de 3 h se comienza a observar aglomeración de material, confirmando esto por micrografía, en la cual observamos aglomeración de partículas y refutándolo con analizador de tamaño de partícula, el cual confirma el incremento en los valores, lo cual se interpreta como aglomeración. Al disminuir el tamaño de partícula se disminuyen las propiedades magnéticas de coercitividad y magnetización.

BIBLIOGRAFÍA

1. Z.T. Zi, Y.P. Sun, X.B. Zhu, Z.R. Yang, J.M. dai, W.H. Song, "Structural and magnetic properties of $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ hexaferrite synthesized by a modified chemical co-precipitation method", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, pp. 1-2.
2. T.M.H. Dang, V.D. Trinh, D.H. Bui, M.H. Phan, D.C. Huynh, "Sol-gel hydrothermal synthesis of strontium hexaferrite and relation between their crystal structure and high coercivity properties". *Adv. Nat. Sci.: Nanosci Nanotech. Vol 3*, 2012, pp. 025015-022021
3. M. Jean, V. Nachbaur, J. Bran, J-M. Le Breton, "Synthesis and characterization of $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ powder obtained by hydrothermal process", *J. Alloys Comp. Vol 496*, 1, 2010, pp. 306-312.
4. F. Sanchez-De Jesús, A.M. Bolarín Miró, C.A. Cortés-Escobedo, R. Valenzuela, S. Ammar. "Mechanosynthesis, Crystal structure and magnetic characterization of M-type $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ ", *Ceramics international. Vol. 40*, 2014, pp. 4033-4038.
5. J.H. Luo, "Preparation of strontium ferrite powders by mechanochemical process". *Applied Mechanics and Materials. Vol. 110*, 2012, pp. 1736-1740.
6. R.W. Tiwary, S.P. Narayan, O.P. Pandey, "Preparation of strontium hexaferrite magnets from celestite and blue dust by mechanochemical route, *J. Mining Metall. Vol. 44B*, 2008, pp. 91-100.
7. J. Sort, J. Nogués, S. Suriñach, J.S. Muñoz, M.D. Baro, "Coercivity enhancement in ball-milled and heat-treated Sr ferrite with iron sulphide", *J. Metastable Nanocrystalline Mat. Vol. 15*, 2003, pp. 599.
8. R.C. Pullar, "Hexagonal ferrites: A review of the synthesis, properties and applications of hexaferrite ceramics", *Progress Mat. Sci., Vol. 57*, 7, 2012, pp. 1191-1334.

ESTUDIO DE LA ENTROPÍA DE SHANNON DE LA DINÁMICA NO LINEAL DE DOS OSCILADORES DE DUFFING NO DISIPATIVOS ACOPLADOS

G. Arroyo Correa^a, J. Vega Cabrera^a, C. H. Mendoza Pérez^a

^a Facultad de Ciencias Físico-Matemática, UMSNH, Morelia, Mich.,
garroyo@umich.mx, vcabrea@umich.mx, carloschmp@yahoo.com

RESUMEN

En este trabajo se estudia numéricamente la dinámica no lineal de dos clases de osciladores del tipo Duffing sin término de amortiguamiento y perturbados armónicamente. Para la clase analizada se estudia la sincronización entre dos osciladores idénticos mediante el comportamiento de la entropía de Shannon, tanto del acoplamiento unidireccional como bidireccional, en función de la amplitud de la perturbación y del parámetro de acoplamiento. Los resultados numéricos muestran diferencias marcadas tanto en la forma de sincronización como en la naturaleza de los sistemas. Se investiga también la posibilidad de la sincronización entre sistemas no idénticos. Se agradece el apoyo del programa CIC-UMSNH 2015.

1. INTRODUCCIÓN

El ingeniero alemán Georg Duffing propuso en 1918 un modelo para explicar el comportamiento del pandeo de una viga al colocarse encima de ella un peso. Duffing encontró que este comportamiento podría ser modelado por una ecuación similar a la de una masa atada a un resorte no lineal. El modelo de Duffing está descrito por la ecuación:

$$\ddot{x} + \delta \dot{x} - x + x^3 = \gamma \cos(\omega t), \quad (1)$$

en donde δ , γ y ω son parámetros que pueden ser variados. El punto y doble punto en la Ec. (1) denotan primera y segunda derivada con respecto al tiempo. Este modelo se ha usado en problemas relacionados con circuitos electrónicos no lineales y en oscilaciones de barras magnetoelásticas [1]. De la Ec. (1) se pueden considerar las siguientes dos variantes sin término de disipación ($\delta = 0$):

$$\ddot{x} - x + x^3 = \gamma \cos(t), \quad (2)$$

$$\ddot{y} + y^3 = \gamma \cos(t). \quad (3)$$

Con el cambio de variables $\dot{x} = u$, $\dot{y} = v$, las Ecs. (2) y (3) se transforman en:

$$\dot{x} = u \quad (4)$$

$$\dot{u} = \gamma \cos(t) + x - x^3$$

$$\dot{y} = v \quad (5)$$

$$\dot{v} = \gamma \cos(t) - y^3$$

Shannon en su trabajo clásico acerca de la teoría de la comunicación [2], estableció resultados generales tanto para la información transmitida en sistemas discretos como continuos. En este

esquema planteado por Shannon resulta interesante rescatar el concepto de entropía asociada con una señal. La idea básica de este concepto se puede describir en los siguientes términos. Supóngase que se tiene un conjunto de puntos definidos en un plano. Se define una malla (cuadrícula) la cual se divide en N celdas rectangulares idénticas. El número de puntos contenidos en una celda dividido entre el número total de puntos del mapa da la probabilidad de ocupación p_i de la i -ésima celda. La entropía de Shannon E_s se define como:

$$E_s = -\sum_{i=1}^N p_i \ln(p_i), \quad (6)$$

en donde \ln denota el logaritmo natural. En un trabajo previo aplicamos la Ec. (6) para estudiar experimentalmente el comportamiento de la entropía de Shannon en un sistema mecánico caótico [3].

2. TEORÍA

En este trabajo se presenta un estudio numérico de la dinámica no lineal del sistema dinámico definido cuando se acoplan los sistemas descritos por las Ecs. (4) y (5), tanto en acoplamiento unidireccional como bidireccional, usando un enfoque entrópico. El sistema analizado está descrito por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u + k_1(y - x) \\ \dot{u} &= \gamma \cos(t) + x - x^3 \\ \dot{y} &= v + k_2(x - y) \\ \dot{v} &= \gamma \cos(t) - y^3 \end{aligned} \quad (7)$$

Cuando $k_1=k_2$ se tiene acoplamiento bidireccional, en tanto que $k_2=0$ define acoplamiento unidireccional.

Se calcula numéricamente la entropía de Shannon del sistema (7) como función de la amplitud de la perturbación γ y del parámetro de acoplamiento $k_{1,2}$. La entropía se calcula de acuerdo a la Ec. (6) sobre el espacio de la señal de sincronización XY .

3. RESULTADOS

La Fig. 1 muestra el estado dinámico por separado de los osciladores descritos por las Ecs. (4)-(5) para los diferentes valores de la amplitud de perturbación γ analizadas en este trabajo. La Fig. 2 muestra el estado de la señal de la sincronización (plano XY) del sistema (7) cuando no existe sincronización ($k_1=k_2=0$) para los distintos valores de γ mostrados en la Fig. 1. De estas figuras es evidente la caoticidad a medida que γ aumenta. En este trabajo estaremos interesados en acoplamiento de estados caóticos en ambos osciladores. Las Figs. 3-4 presentan el comportamiento de la entropía de Shannon del sistema (7) como función del parámetro de acoplamiento, tanto en modo bidireccional como unidireccional. De estas figuras es evidente que hay un amplio rango de valores del factor de acoplamiento en el cual se alcanza una buena sincronización de los dos osciladores. En ambas figuras se puede notar que el acoplamiento bidireccional favorece más rápidamente la sincronización de los osciladores.

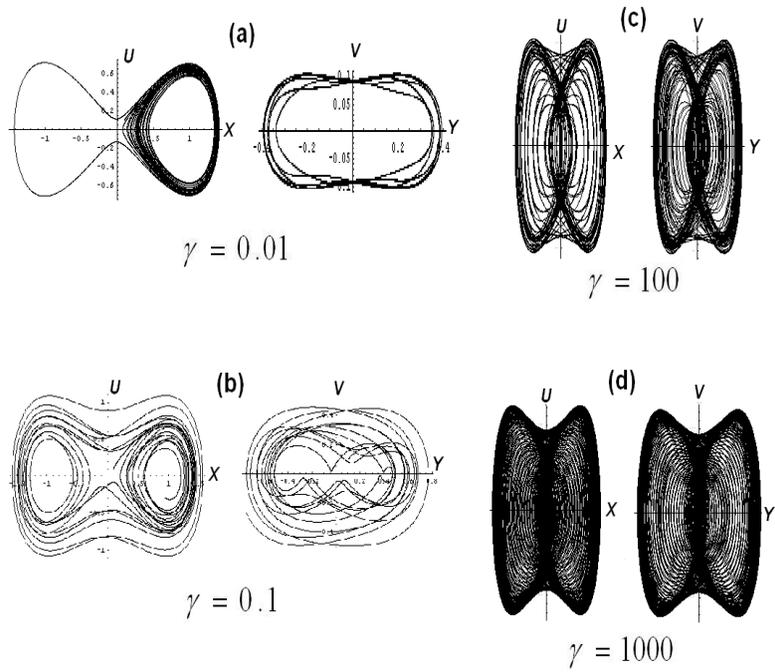


Figura 1. Estados dinámicos individuales de los osciladores (4) y (5).

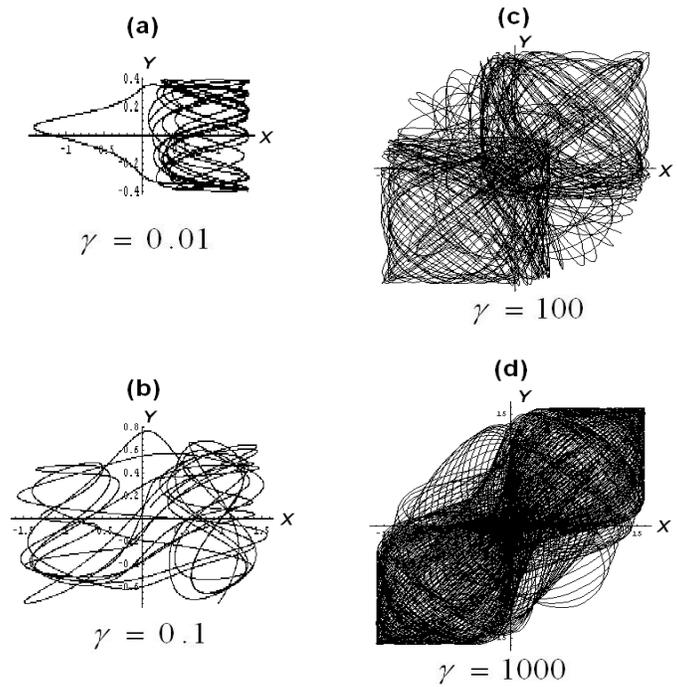


Figura 2. Señal de sincronización del sistema (7) cuando no hay acoplamiento ($k_1=k_2=0$).

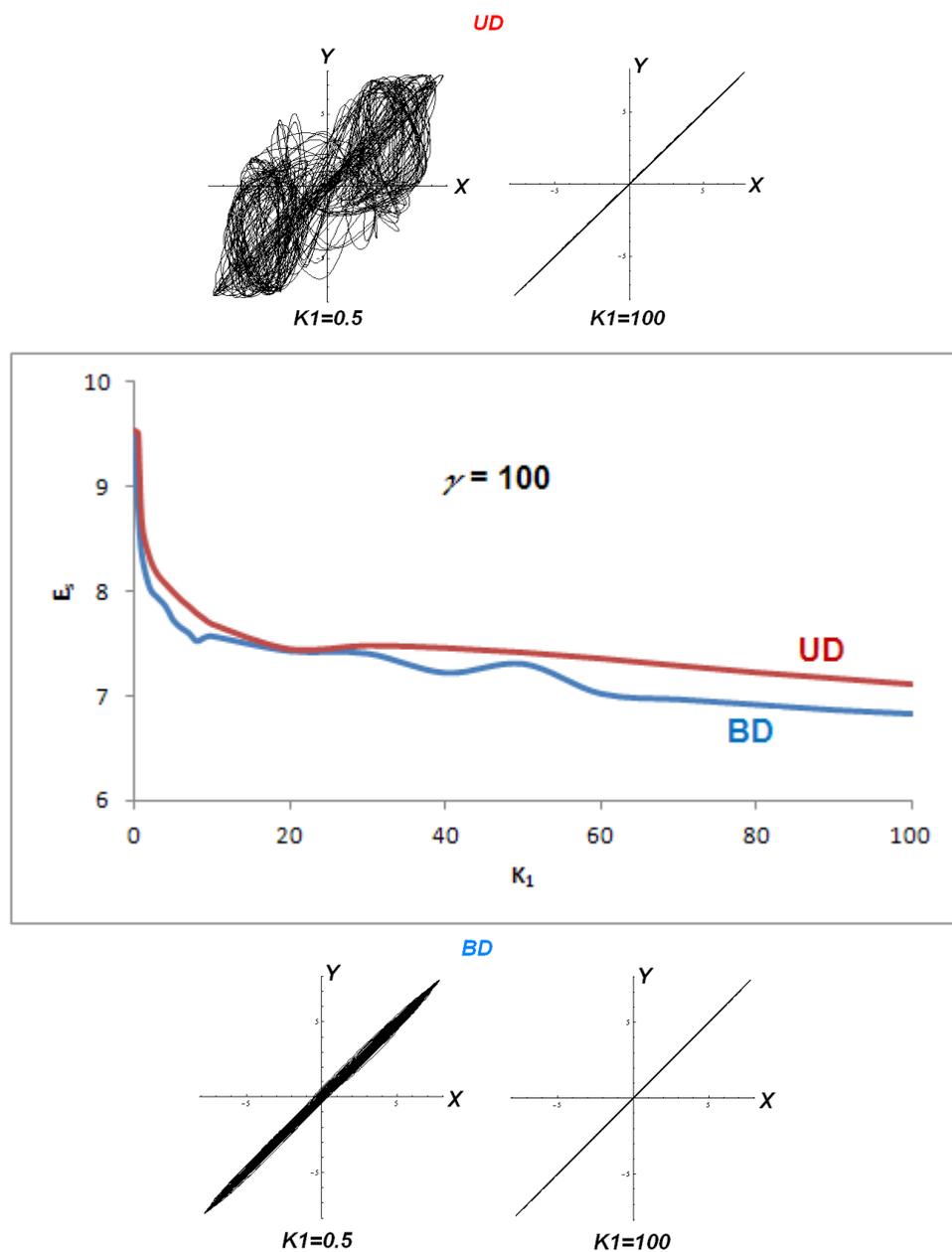


Figura 3. Comportamiento de la entropía de Shannon E_s , gráfico intermedio, tanto en modo bidireccional (BD) como unidireccional (UD). El par de gráficos superior e inferior dan una idea del comportamiento de la señal de sincronización al inicio y al final del rango de valores de K_1 . En esta figura $\gamma = 100$.

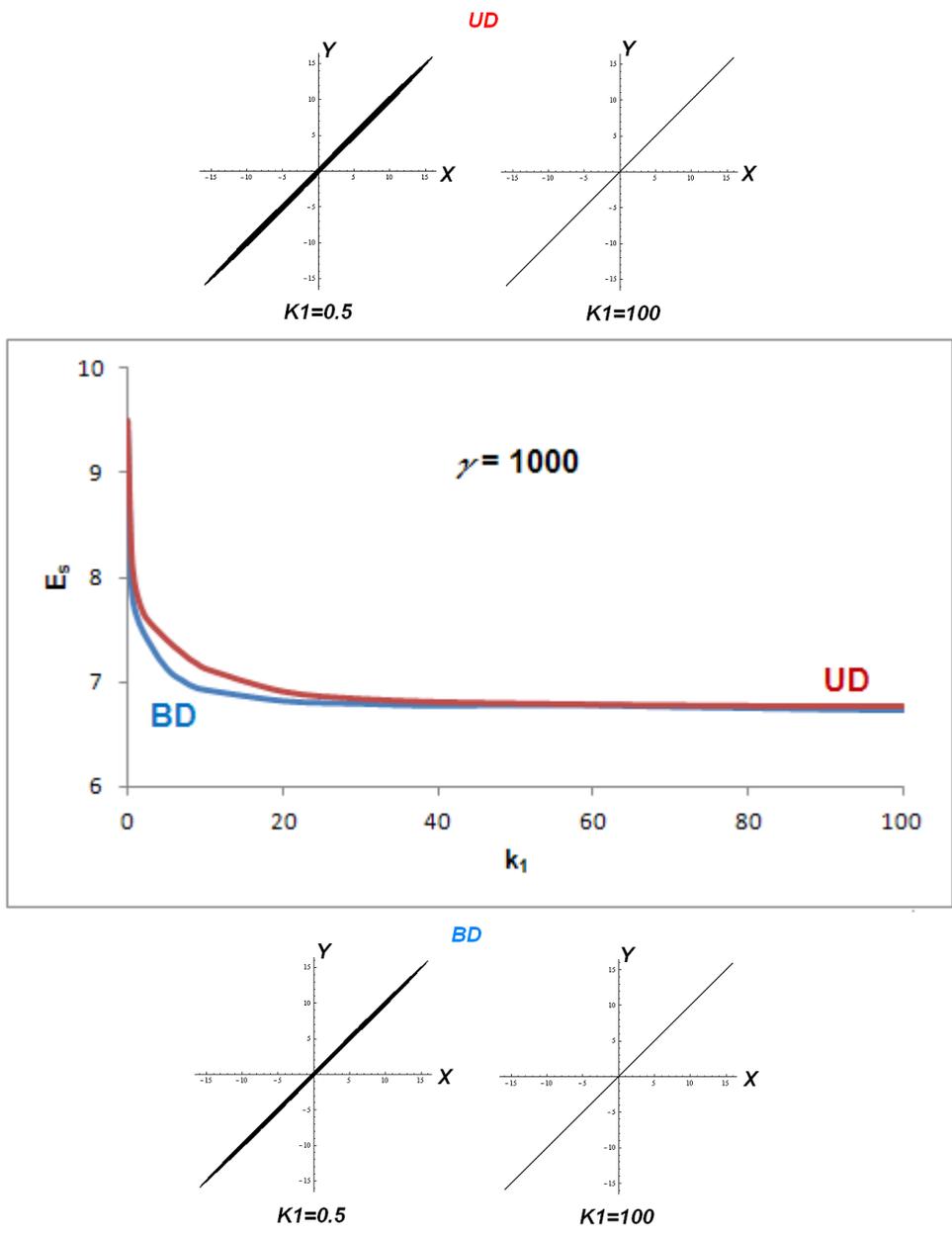


Figura 4. Misma disposición que en la Fig. 3 para el caso $\gamma = 1000$.

4. CONCLUSIONES

Los resultados muestran que es posible alcanzar una sincronización de los dos osciladores de Duffing no disipativos descritos por el sistema (7), tanto en modo bidireccional como unidireccional. La sincronización es favorecida para valores grandes de la amplitud de perturbación γ . Estos resultados pueden ser de interés en el diseño de sistemas de encriptación de información.

BIBLIOGRAFÍA

1. J. C. Sprott, "*Elegant Chaos: Algebraically Simple Chaotic Flows*" (World Scientific, Singapore, 2010), Chapter 2, pp.
2. C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication", The Bell System Technical Journal, Vol. 27, 1948, pp. 379-423, 623-656.
3. G. Arroyo Correa et al., "Estudio experimental de la entropía de Shannon en un sistema mecánico caótico", Memorias del IX encuentro Participación de la Mujer en la Ciencia, 2012, trabajo S4-FMCT10.

APLICACIÓN DE ALGORITMOS cGA Y μPSO PARA REDUCIR INESTABILIDADES CÍCLICAS EN UN ENTORNO EMULADO

Antonio Pacheco^a, V. Zamudio^a, M. R. Baltazar^a, C. Lino^a, M. A. Casillas^a

^aInstituto Tecnológico de León, León, Gto., jpacheco@iitd.com, vic.zamudio@ieee.org, charobalmx@yahoo.com.mx, carloslino@itleon.edu.mx, miguel.casillas@gmail.com

RESUMEN:

En la actualidad gran parte de la población tiene a su alcance dispositivos electrónicos de gran capacidad de cómputo, bajo costo y en mayor cantidad. La interacción entre estos dispositivos y sus reglas de comunicación, pueden generar disturbios en la estabilidad del sistema, en el presente trabajo se aborda en específico una problemática que surge de dicha interacción, las inestabilidades cíclicas. Se han generado técnicas para reducir o intentar eliminar estas inestabilidades, una de estas técnicas es el Locking que en conjunto con algoritmos específicos de Inteligencia Artificial (Compact Genetic Algorithm, micro-Particle Swarm Optimization) han logrado en simulaciones computacionales la reducción y en algunos casos, la desaparición de inestabilidades cíclicas, dejando al ambiente inteligente estable. Dentro del presente trabajo, se acercan más estos conceptos a la realidad cotidiana, pasando de simulaciones a emulaciones dentro de un micro ambiente inteligente, replicando los resultados previamente obtenidos.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales retos que surgen de la alta intercomunicación de dispositivos en un ambiente inteligente es la inestabilidad cíclica, en donde un número de dispositivos o agentes muestran comportamientos periódicos o cíclicos, cambiando su estado periódicamente [1]. Una estrategia que ha sido desarrollada para reducir estas inestabilidades en Aml es el Locking [1]. Esta estrategia en conjunto con algoritmos bio-inspirados como el micro Particle Swarm Optimisation [2] y Genetic Algorithm [3], los cuales han sido probados de manera exitosa para minimizar estos comportamientos cíclicos. Los microalgoritmos [4] son versiones que se acoplan a plataformas de recursos limitados ya que permiten trabajar con poblaciones de datos pequeñas lo cual los hace ideales para ser implementados en sistemas embebidos.

En esta tesis, la inestabilidad cíclica es un reto que necesita soluciones y propuestas prácticas. En el análisis del estado del arte dentro de esta área, se encontró que las soluciones expuestas usan simulaciones computacionales, sin embargo, existe la necesidad de la implementación en sistemas embebidos. Uno de los temas principales de esta investigación, es la de explorar que tan factible es la implementación de estas soluciones usando hardware embebido en donde se ejecuten algoritmos bio-inspirados de optimización.

Ahora, la implementación de un ambiente inteligente, implicaría cablear todo un campus o equipar con sensores y actuadores los edificios, sería costoso en términos monetarios y de tiempo. Ejemplos como habitaciones inteligentes o laboratorios de ambientes inteligentes se han desarrollado en las universidades o centros de investigación, sin embargo, en [5] se presenta un nuevo enfoque para subsanar esta limitante, las cajas inteligentes (Smart Boxes), que son la unidad mínima para la construcción jerarquizada de un ambiente más extenso, por ejemplo,

un conjunto de cajas inteligentes nos proporcionan un edificio y un conjunto de estos últimos, una ciudad. La función de la caja inteligente depende de las sub-funciones provistas para la caja. La unidad mínima, una sola caja inteligente, puede ser usada como una habitación inteligente, en donde los estudiantes e investigadores implementen sus conocimientos en un entorno sobre su escritorio.

2. INESTABILIDAD CICLICA

La inestabilidad cíclica surge de las interacciones no deseadas entre agentes o dispositivos basados en reglas, sin embargo, su aparición no solo depende de esas interacciones, también es importante el estado inicial del sistema. De la teoría de sistemas complejos, se ha encontrado que no es posible predecir si un sistema multiagente basado en reglas tendrá inestabilidades cíclicas a lo largo de su ejecución, sin embargo, es posible prevenirlas [6]. Una de las estrategias que han sido probadas para prevenir estas inestabilidades, es la de Locking, que consiste en bloquear uno o más agentes, no permitiendo cambiar de su estado, en otras palabras, ignoran sus reglas internas de comportamiento en aras de mejorar la estabilidad general del sistema.

En [7], que es un enfoque basado en la optimización, se ofrecen nuevas herramientas para trabajar con este tipo de problemáticas en los ambientes inteligentes en donde la cantidad e interconexiones de los agentes se mantiene inalterada en el transcurso del análisis del ambiente inteligente, el autor define un par de funciones objetivo: Oscilaciones Acumulativas Promedio (1) en donde \log_{10} es la representación logarítmica del vector de estado del sistema en el tiempo t si se considera a como un número en base numérica 10 representado de forma binaria y corresponde a la cantidad de ciclos de vida durante el cual se dejara evolucionar el sistema, y Promedio de Cambios en el Sistema (2) en donde s_t es el estado del sistema en el tiempo t y corresponde a la cantidad de ciclos de vida durante el cual se dejara evolucionar el sistema y toma el valor de "1" o "0" dependiendo de si el sistema vario respecto a su estado anterior o no.

(1)

(2)

Estas funciones fueron usadas junto con una serie de algoritmos de optimización metaheurística en donde se reporta que los algoritmos con mejores desempeños, en función al número de agentes

bloqueados y minimización en las oscilaciones, fueron el μ PSO y PSO.

En [8], Sosa et al. se investigó el rendimiento de algoritmos bio-inspirados en entornos dinámicos, es decir, en donde se tienen agentes nómadas. Las conexiones entre los agentes nómadas varían conforme evoluciona el sistema. Los agentes nómadas presentan estado, reglas y conexiones con otros agentes de manera aleatoria, en consecuencia, pueden contribuir a la formación de ciclos e incrementar la probabilidad de que se presente una inestabilidad cíclica. En la investigación referenciada, el algoritmo PSO y PESO fueron probados de manera satisfactoria para prevenir comportamientos oscilatorios.

3. BUZZ BOX

La herramienta Buzz Box (Fig 1) forma parte de un sistema de prototipado rápido, basado en un conjunto de módulos electrónicos que permite a los estudiantes e investigadores crear de manera rápida un entorno inteligente. Las necesidades de los roles antes mencionados podría implicar que cada actor cuente con su propio sistema inteligente para realizar sus labores de aprendizaje o

investigación, sin embargo, la implementación de ambientes reales para estos propósitos, sin contemplar a cantidad que se requiere de ellos, implican altos costos en infraestructura, tomando en cuenta estos requerimientos, la Buzz Box representa una solución factible mediante la deconstrucción de grandes entornos para la creación de un ambiente de escritorio. Los componentes clave en la Buzz Box son los Buzz-Panels, que se interconectan entre ellos mediante los conectores que no solo sirven para la comunicación eléctrica de las partes, sino que también son el soporte mecánico de la caja, de esta manera, se puede dar forma a los ambientes necesarios. Cada Buzz-Panel puede contener sensores y actuadores de acuerdo a las necesidades del trabajo que se esté desarrollando [5].



Fig 1. Buzz Box.

Imagen tomada del sitio <http://fortito.mx>

4. IMPLEMENTACIÓN

Los algoritmos que se usaron para el presente trabajo, fueron el PSO, que ya había sido probado

en trabajos previos y el algoritmo Compact Genetic Algorithm [9], que es un algoritmo de estimado de probabilidad. La representación de las soluciones de estos algoritmos se da en forma vectorial, en donde cada componente del vector de solución, corresponde a un agente en el ambiente inteligente. Los valores que toman las componentes del vector solución, son "0" (cero) que significa que el agente debe comportarse de acuerdo a sus reglas, y "1" (uno) que indica que el agente correspondiente está bloqueado y en consecuencia mantendrá su estado sin importar lo que le dicten sus reglas. Los estados de los agentes solo pueden tomar dos valores, "encendido" y "apagado".

En el presente trabajo se hizo uso de una Buzz Box con 5 Buzz-Panels: El panel superior cuenta con 8 leds tricolor y 8 botones de acción, el panel derecho es la base para el procesador, el panel izquierdo tiene dos juegos de leds con dos leds cada juego que pueden variar la intensidad de iluminación, el panel trasero sostiene un ventilador y un dispositivo de calefacción y por último, el panel inferior, que solo se usa para darle rigidez a la estructura.

El sistema embebido usa una Raspberry Pi Model B con un procesador de 700MHz de arquitectura ARM, 512MB de RAM, tiene 26 puertos GPIO para la comunicación con la Buzz Box además de

dos puertos USB 2.0, un puerto de video HDMI y un puerto Ethernet 10/100, cuenta también con un slot para la tarjeta SD que servirá de almacenamiento en el sistema.

El vector de bloqueo, que es el resultado de la ejecución de los algoritmos, es un vector binario, el cual se mapeo con los agentes que se usaron dentro de la Buzz Box, es decir, se asignó un cada agente dentro del ambiente emulado a una componente del vector de bloqueo, de esta manera, al mantener el estado de la componente en "1", el agente se bloqueará dejando su estado como el ultimo antes del bloqueo e ignorando las reglas programadas para el agente.

Las instancias usadas fueron creadas de manera aleatoria con 20 agentes cada una. Cada agente tiene está configurado como una compuerta AND o una compuerta OR. Se comprobó que cada una de estas instancias tuviera comportamientos cíclicos por medio de inspección del vector de estado del ambiente inteligente.

5. RESULTADOS

Para el presente trabajo se implementaron dos algoritmos distintos para estabilizar un sistema inteligente multiagente.

Parámetro	Valor
Partículas	6
w	1
$c1$	0.3
$c2$	0.7
Generación de reemplazo	100
Numero de partículas reiniciadas	2
Tasa de muta	0.1

Tabla 1. Configuración del algoritmo μ PSO

En la Tabla 1 se puede ver la configuración para el algoritmo μ PSO, se usaron los parámetros reportados en el estado del arte.

Parámetro	Valor
Población	40
Error permitido	0.001

Tabla 2. Configuración del algoritmo cGA

En la Tabla 2, se muestra la configuración para el algoritmo cGA, la cantidad de individuos y el error permitido se seleccionaron de manera arbitraria.

Algoritmo	Agentes bloqueados promedio	Fitness promedio
-----------	-----------------------------	------------------

PSO	75%	10.01
cGA	70%	10

Tabla 3. Resultados obtenidos.

En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos. Para todos los experimentos se limitó la cantidad de llamadas a función a un máximo de 3000 y se penalizó la función objetivo cuando los resultados bloquean más del 20% del total de agentes. El comportamiento de los algoritmos con cada instancia es similar en función de la cantidad de agentes bloqueados, se tomó el promedio de todas las instancias. En todos los casos, la inestabilidad del sistema fue eliminada. Los experimentos consistieron en 100 corridas independientes de cada algoritmo con cada una de las instancias.

4. CONCLUSIONES

En el presente estudio, se mostró la factibilidad de la ejecución de algoritmos de optimización para el tratamiento de las inestabilidades cíclicas dentro de un ambiente inteligente, usando una herramienta de alta tecnología e innovadora la cual mostró ser versátil y adecuada para la experimentación. Los resultados obtenidos garantizan el control de la inestabilidad del sistema de manera efectiva. Se está trabajando para mejorar la estrategia, en particular minimizando la cantidad de agentes bloqueados.

4. AGRADECIMIENTOS

Agradecimientos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo brindado a esta investigación y a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de León.

BIBLIOGRAFÍA

- V. Zamudio, "Understanding and Preventing Periodic Behavior in Ambient Intelligence", Ph. D. thesis, University of Essex. 2009
- J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization", Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, 1995, pg. 1942-1948.
- D. E. Goldberg Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, 1989 :Addison-Wesley
- A. Sosa, "Stabilization strategies in dynamic intelligent environments using artificial intelligence techniques". 2013, MSc. thesis, Instituto Tecnológico de León, León, Gto, 2013
- V. Callaghan "Putting the Buzz Back into Computer Science Education", Workshop Proceedings of the 9th International Conference on Intelligent Environments, doi:10.3233/978-1-61499-286-8-454
- V. Callaghan and V. Zamudio, "Facilitating the ambient intelligence vision: A theorem, representation and solution for instability in rule-based multi-agent systems. 2008, Special Section on Agent Based System Challenges for Ubiquitous and Pervasive Computing. International Transactions on System Science and Applications, May 2008, vol. 2 no. 4 pp 108-121
- L. Romero, V. Zamudio, M. Sotelo, M. Baltazar and E. Mezura, "A comparison between metaheuristics as strategies for minimizing cyclic instability in ambient intelligence", 2012, Sensor, vol. 12
- A. Sosa, V. Zamudio, R. Baltazar, C. Lino, M. Casillas and M. Sotelo, "PSO and PESO algorithms applied to the problem of dynamic instability in multiagent nomads systems", 2012, ROPEC International
- G. Harik, F. Lobo and D. Goldberg, "The Compact Genetic Algorithm", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 3, no 4, pp 287-297. Nov. 1999

IMPLEMENTACIÓN FÍSICA DE UNA MÁQUINA DE TURING USANDO LEGOS

José Salomón Altamirano Flores¹, Sandra Jaquelin López Cervera¹, Lucero de Monserrat Ortíz Aguilar¹, Guillermo Eduardo Méndez Zamora¹, Mónica Janneth Guido Silva¹, Juan Adolfo Montesino Guerra¹ y Víctor Manuel Zamudio Rodríguez¹

¹ Instituto Tecnológico de León. josesaltf@gmail.com

RESUMEN

En el presente trabajo se hace una breve introducción a los conceptos sobre las Máquinas de Turing, así como el modelado y armado, mediante el uso de una línea de juguetes de robótica, de un prototipo para realizar una simulación física de la suma de dos números, siguiendo los pasos y lógica computacional descrita por los modelos matemáticos usados en la representación de las mismas. Como resultado de lo anterior, se logró la implementación de conceptos teóricos en la programación (software) y la estructura física (hardware) del prototipo para que pudiera llevar a cabo las acciones concretas de la simulación.

1. INTRODUCCIÓN

Una máquina de Turing es un dispositivo que manipula símbolos sobre una tira de cinta de acuerdo a una tabla de reglas. A pesar de su simplicidad, una máquina de Turing puede ser adaptada para simular la lógica de cualquier algoritmo de computador y es particularmente útil en la explicación de las funciones de una CPU dentro de un computador. [1]

La máquina de Turing fue descrita por Alan Turing como una «máquina automática» en 1936 en la revista *Proceedings of the London Mathematical Society*, La máquina de Turing no está diseñada como una tecnología de computación práctica, sino como un dispositivo hipotético que representa una máquina de computación. Las máquinas de Turing ayudan a los científicos a entender los límites del cálculo mecánico [2]. Estudiando sus propiedades abstractas, la máquina de Turing produce muchas perspectivas en las ciencias de la computación y en la teoría de la complejidad [1].

Alan Turing introdujo el concepto de máquina de Turing en el trabajo *On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*, publicado por la Sociedad Matemática de Londres en 1936, en el que se estudiaba la cuestión planteada por David Hilbert sobre si las matemáticas son *decidibles*, es decir, si hay un método definido que pueda aplicarse a cualquier sentencia matemática y que nos diga si esa sentencia es cierta o no. Turing ideó un modelo formal de computador, la máquina de Turing, y demostró que existían problemas que una máquina no podía resolver. [3]

Con este aparato extremadamente sencillo es posible realizar cualquier cómputo que un computador digital sea capaz de realizar. La idea subyacente es el concepto de que una máquina de Turing puede verse como un autómata ejecutando un procedimiento efectivo definido formalmente, donde el espacio de memoria de trabajo es ilimitado, pero en un momento determinado sólo una parte finita es accesible. [4]

2. TEORÍA

3. Máquina de Turing. Descripción Informal.

La máquina de Turing (MT) modela matemáticamente a una máquina que opera mecánicamente sobre una cinta. En esta cinta hay símbolos que la máquina puede leer y escribir, uno a la vez, usando un cabezal lector/escritor de cinta. La operación está completamente determinada por un

conjunto finito de instrucciones elementales como "en el estado 42, si el símbolo leído es 0, escribe un 1; Si el símbolo leído es 1, cambia al estado 17; en el estado 17, si el símbolo leído es 0, escribe un 1 y cambia al estado 6; etc."

En el artículo original ("Sobre números computables con una aplicación al *Entscheidungsproblem*"), Turing no imagina un mecanismo, sino una persona a la que él llama la "computadora", quien ejecuta servilmente estas reglas mecánicas deterministas (o como Turing pone, "de una manera desganada"). [3]

Más precisamente, una máquina de Turing consta de:

1. Una cinta que se divide en celdas, una al lado de la otra. Cada celda contiene un símbolo de algún alfabeto finito. El alfabeto contiene un símbolo especial llamado blanco (aquí escrito como 'B') y uno o más símbolos adicionales. La cinta se supone que es arbitrariamente extensible hacia la izquierda y hacia la derecha. Las celdas que no se hayan escrito previamente se asumen que están rellenas con el símbolo blanco. En algunos modelos la cinta tiene un extremo izquierdo marcado con un símbolo especial; la cinta se extiende o es indefinidamente extensible hacia la derecha. [1] [2]
2. Un cabezal que puede leer y escribir símbolos en la cinta y mover la cinta a la izquierda y a la derecha una (y sólo una) celda a la vez. En algunos modelos el cabezal se mueve y la cinta es estacionaria. [1] [2]
3. Un registro de estado que almacena el estado de la máquina de Turing, uno de los estados finitos. Hay un estado inicial especial con el que el registro de estado se inicia. Turing escribe que estos estados reemplazan el "estado de la mente" en que ordinariamente estaría una persona realizando cálculos. [1] [2]
4. Una tabla finita de instrucciones (llamada ocasionalmente como tabla de acción o función de transición). Las instrucciones son usualmente 5-tuplas: $q_i a_j \rightarrow q_k 1 a_j 1 d_k$, (a veces 4-tuplas), que, dado el estado (q_i) la máquina está actualmente en y el símbolo (a_j) se está leyendo en la cinta (el símbolo actualmente debajo del cabezal) le indica a la máquina que hacer.

Cada parte de la máquina — su estado y colecciones de símbolos — y sus acciones — imprimir, borrar, movimiento de la cinta — es finito, discreto y distinguible; es la cantidad potencialmente ilimitada de cinta lo que le da una cantidad ilimitada de espacio de almacenamiento. [1] [2]

4. Máquina de Turing. Definición Formal.

Una máquina de Turing es un modelo computacional que realiza una lectura/escritura de manera automática sobre una entrada llamada cinta, generando una salida en esta misma. Este modelo está formado por un alfabeto de entrada y uno de salida, un símbolo especial llamado blanco (normalmente b o 0), un conjunto de estados finitos y un conjunto de transiciones entre dichos estados. Su funcionamiento se basa en una función de transición, que recibe un estado inicial y una cadena de caracteres (la cinta, la cual puede ser infinita) pertenecientes al alfabeto de entrada. La máquina va leyendo una celda de la cinta en cada paso, borrando el símbolo en el que se encuentra posicionado su cabezal y escribiendo un nuevo símbolo perteneciente al alfabeto de salida, para luego desplazar el cabezal a la izquierda o a la derecha (solo una celda a la vez). Esto se repite según se indique en la función de transición, para finalmente detenerse en un estado final o de aceptación, representando así la salida.

Una máquina de Turing con una sola cinta puede definirse como una 7-tupla

(1)

Dónde:

- es un conjunto finito de estados.
- es un conjunto finito de símbolos distinto del espacio en blanco, denominado alfabeto de máquina o de entrada.
- es un conjunto finito de símbolos de cinta, denominado alfabeto de cinta ().
- es el estado inicial.

- es un símbolo denominado blanco, y es el único símbolo que se puede repetir un número infinito de veces.
- es el conjunto de estados finales de aceptación.
- es una función parcial denominada función de transición, donde es un movimiento a la izquierda y es el movimiento a la derecha.

Existen en la literatura un abundante número de definiciones alternativas, pero todas ellas tienen el mismo poder computacional, por ejemplo se puede añadir el símbolo como símbolo de "no movimiento" en un paso de cómputo. [1][2]

3. PARTE EXPERIMENTAL

1. Operaciones para Suma de dos números.

Para realizar la suma de dos números, representamos a cada número con tantos unos como el tamaño del número, es decir, que para sumar los números 3 y 5, entonces al número 3 se representa como 111 (3 veces 1) y al número 5 como 11111 (5 veces 1).

Para sumar dos números, separados por un 0, se cambia un 1 de cualquier extremo de la cinta a un 0, y después al 0 que está separando a los dos números se cambia a 1. Así, quedarán todos los unos juntos, es decir, ya tendríamos los dos números (3 y 5) juntos por lo que representan el valor después de la suma.

Esto sería así:

Cinta	0000111011111000
Cambia un 0 en el primer 1 de la izquierda.	0000011011111000
Cambia un 1 en donde se encuentra el 0 de separación.	0000011111111000

Para implementar esta operación en una Máquina de Turing suponemos que la máquina se encuentra del lado izquierdo. Empezamos con el estado A y como el cabezal no se encuentra necesariamente antes del primer número, en este caso en el 111 (3), haremos que el cabezal llegue hasta allí sin alterar los caracteres anteriores a este número. Lo que haremos, será que cuando el cabezal lea un 0 en una celda y este en estado A, entonces se escribirá un cero, es decir no se alterará nada, después se volverá al estado A y se moverá hacia la derecha.

Después al moverse a la derecha se llegará al primer número, es decir al 111 (3), y como la MT se encuentra en estado A y se llega a un 1, entonces se cambiará al 1 por un 0 (este 1 es el único que debemos cambiar a 0 como se menciona anteriormente, cambiar un 1 de cualquier extremo de la cinta a un 0). Y se cambiara al estado B, y continuara su desplazamiento a la derecha.

Ya cuando se convirtió en 0 el 1, seguirá desplazando el cabezal hacia la derecha hasta llegar al 0 de la separación, esto sin cambiar ningún 1 por 0. Cuando llegue a la celda en donde encuentre el carácter 0 (al 0 de separación) y si está en estado B, entonces este 0 se convertirá a 1. Y cambiara al estado C

La máquina continuará leyendo 1's y mientras esté en estado C, escribirá 1 y continuara en estado C, avanzando hasta leer un b, entonces la máquina deberá de parar y pasar a un estado correspondiente, al cual llamaremos @. Cuando la máquina llega a este estado, ya no leerá ninguna celda más y tampoco se desplazará, entonces la máquina se detendrá.

El programa de este ejemplo con la máquina Turing es así (donde > es desplazarse hacia la derecha y está contemplado que pueda sumar más de un número):

	Carácter leído por el cabezal		
Estados	0	1	b
A	0,A,>	0,B,>	b,A,>

B	1,C,>	1,B,>	1, @
C	b, @	1,C,>	b, @

Tabla 1. Tabla de estados para la suma de dos números.

5. Implementación lógica.

La programación del Lego Mindstorms se realizó mediante el software que se adjunta en el empaque original, se emplea un programa que emula un árbol de decisiones, para los cuales, se programaron las acciones a seguir por la MT.

Al correr el programa se revisa el estado inicial A {a}, el motor avanzara la Maquina de Turing por la cinta para realizar la lectura del primer valor {b}, para lo cual un motor baja los sensores de toque, estos guardan en las variables **varcero** y **varuno** los bits leídos {c}, en este caso se lee un 1. Si la Maquina de Turing está en el estado inicial A y se lee un 1 {d} entonces según la tabla de estados construida se procede al bloque {e} donde el cabezal escribirá un 0 y continuara su avance hacia la derecha además de cambiar al estado B. Al avanzar al siguiente valor y leer {b, c} un 0 estando en el estado B {f} se valida que entre en el bloque {g}, escriba un 1 borrando el 0 encontrado y cambiando al estado C. Al avanzar y leer un 1, estando en el estado C {b, c}, deja el 1 que leyó y avanza, esto último lo realiza para el próximo 1 {b, c}, repitiendo esto hasta que estando en el estado C y leyendo "b" {h} la MT llega a un estado final, la maquina se detiene y regresa al principio de la cinta {i}.

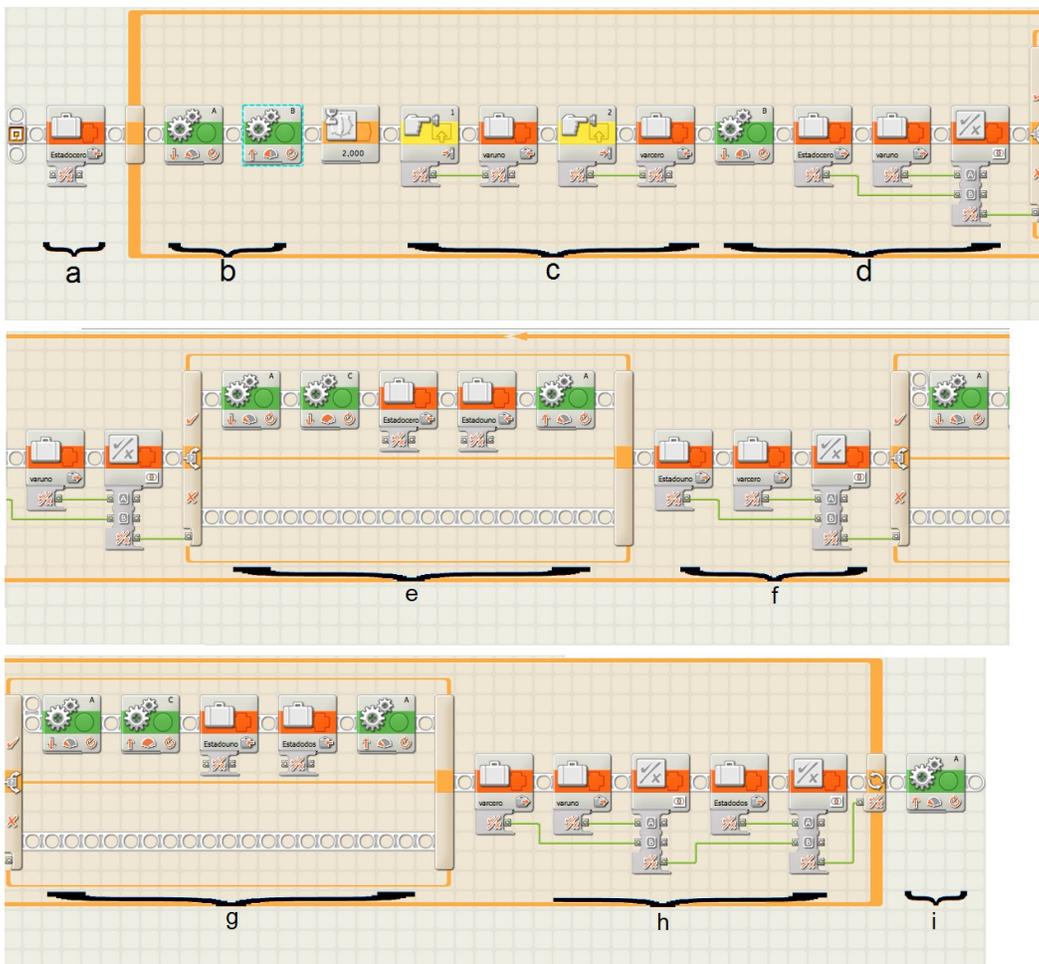


Figura 1. Implementación lógica de la Máquina de Turing para la suma de dos números

6. Implementación Física.

En las figuras se representan las partes que conforman una Máquina de Turing

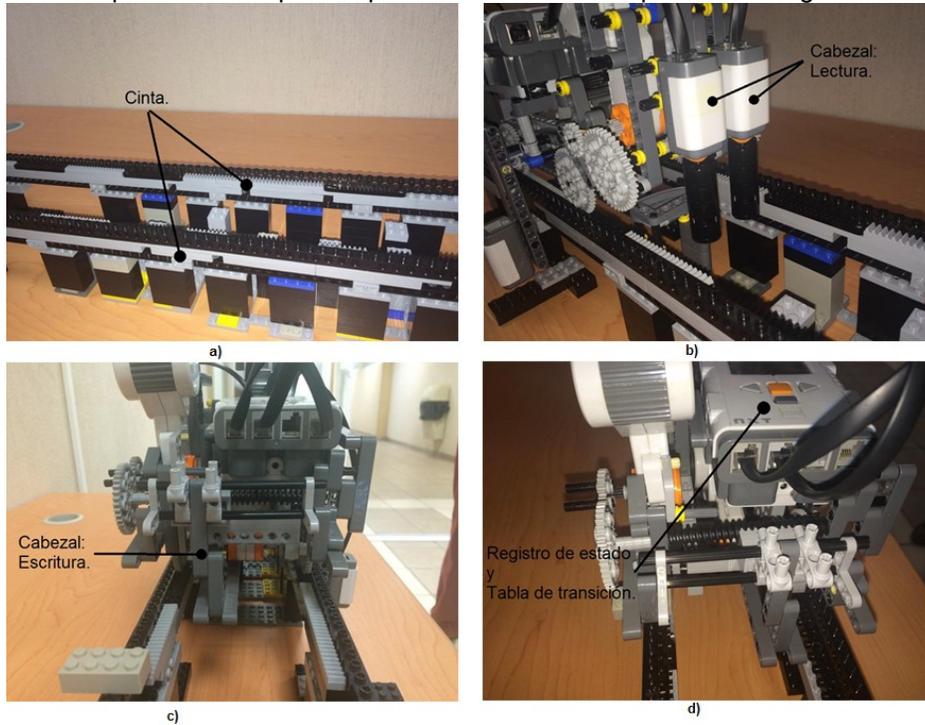


Figura 2. Partes físicas que representan la Máquina de Turing: a) Cinta, b) Cabezal de lectura, c) Cabezal de escritura, d) Registro de estado y Tabla de transiciones

Para el modelado se consideró un diseño de representación de valores mediante bloques que según su posición dentro de la cinta tendrán un valor especificado. Considerando el frente de la Máquina de Turing, los valores que sean censados en la parte izquierda de la cinta serán considerados con un valor de 0, y los ubicados a la derecha como un valor de 1. El espacio en blanco fue representado con un par de bloques simultáneos.

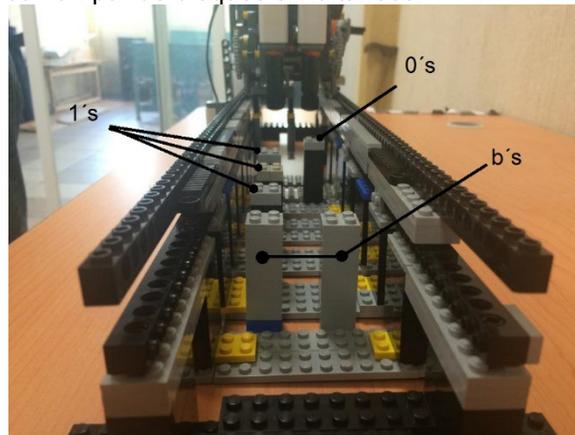
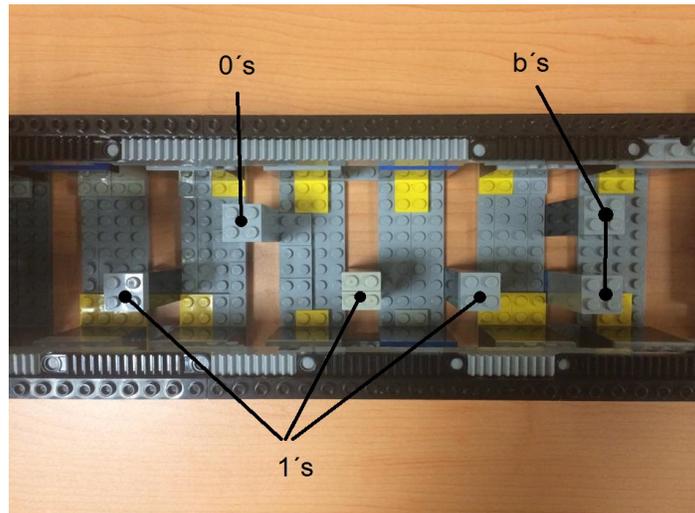


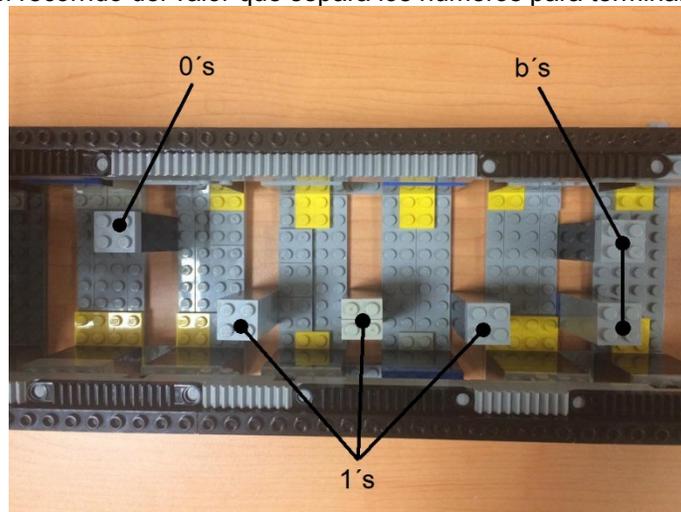
Figura 3. Representación de valores en la implementación de la Máquina de Turing para la suma de dos números.

7. EXPERIMENTACIÓN.

Para la experimentación se inició la configuración de manera que representará una cadena de valores como **1011b**, como en la imagen



Por lo que el resultado una vez que haya sido puesta en marcha la máquina debe cambiar a **0111b**, ya que debe hacer el recorrido del valor que separa los números para terminar con el valor final,



Una vez que termino el proceso se pudo comprobar que la implementación terminaba en el estado deseado.

4. CONCLUSIONES

Se logró hacer la representación física de una Máquina de Turing que pudiera hacer el proceso de la sumatoria de dos números mediante una tabla de estados usando piezas de diferentes conjuntos de Lego, así mismo podemos comentar que es posible hacer la representación de otras operaciones haciendo uso de la misma herramienta. Para el proceso de armado de dicha máquina se tuvo que considerar el factor de la limitación de piezas lo que influenció el diseño final y se tuvieron que considerar las condiciones mecánicas que dificultaban el proceso del equipo armado.

AGRADECIMIENTOS.

Agradecimientos al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) de México y a la División de Estudios de Posgrado del Instituto Tecnológico de León por el apoyo otorgado para el presente artículo.

BIBLIOGRAFÍA

1. J. Hopcroft, R. Motwani y J. Ullman, Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation, 2nd. Ed., USA: Addison-Wesley, 2001.

2. Anderson, J., Automata theory with modern applications by James A. Anderson, Cambridge University Press, 2006
3. Alan Turing, "On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem", Proceedings of the London Mathematical Society, Series 2, 42 (1936).
4. Sipser, M., Introduction to the Theory of Computation, International Thomson Publishing, 1996.

ANÁLISIS DE PARÁMETROS CINEMÁTICOS DE LA ESCRITURA

Patricia Sánchez Cruz¹, Arturo F. Méndez Sánchez¹, Edith Cortez Martínez², Elizabeth Díaz-Torres¹

¹Depto. de Física, Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, UPALM Edif. 9, Col. Zacatenco, C.P. 07738, México D. F., México. paty_naturaleza@hotmail.com

²Depto. de Ciencias Básicas, Escuela Superior de Ingeniería Textil, Instituto Politécnico Nacional, UPALM Edif. 7, Col. Zacatenco, C.P. 07738, México D. F., México. ecm261078@hotmail.com

RESUMEN

La escritura es una representación de ideas por medio de signos gráficos, su estudio pertenece a la grafología y grafocrítica que surgieron por la necesidad de determinar el origen gráfico de algún documento. Particularmente en la ejecución de un delito por fraude donde involucran signos gráficos, es de gran importancia saber hacer un análisis adecuado del grafismo. Para ello, es necesario conocer las características de la escritura tales como la forma, la dirección y la inclinación, entre otras. En física, un punto de interés especial es determinar la velocidad, la rapidez y la presión que se ejerce al escribir, aunque en la grafocrítica no se recurre a ninguno de estos parámetros. El presente trabajo realiza un análisis de la cinemática de la escritura a un grupo de personas. Primeramente, se filmó con una cámara digital el movimiento de un bolígrafo cuando una persona escribe y mediante la ayuda del software DivYX, se determinó la posición en función del tiempo de la punta del bolígrafo. Del análisis se determinó la cinemática de la escritura en dos dimensiones. Un resultado sobresaliente es que el movimiento en la dirección de la escritura puede aproximarse a un movimiento rectilíneo uniforme y en la dirección perpendicular a la escritura la velocidad depende de la caligrafía.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las características más sobresalientes de los seres humanos frente al resto de la vida animal es su amplia capacidad de comunicación mediante el lenguaje; la escritura vino después de la aparición del lenguaje, además de constituirse la mejor evidencia de la existencia de distintas lenguas antiguas, es una de las maneras de expresión más precisa de los seres humanos. Existen dos tipos de estudios de la misma: la grafología y la grafocrítica, la primera pretende averiguar, por las particulares de la escritura de un individuo, cualidades psicológicas de quien la escribe, por otra parte la grafocrítica o grafoscopia se ocupa del examen de los grafismos con el fin de establecer la autenticidad del origen gráfico de firmas o manuscritos, determina la técnica de la falsificación e identifica al autor de la misma. Ahora bien, se define como grafismo al signo o conjunto de signos con que se representa un sonido o la palabra hablada. Cada una de las particularidades de la letra de una persona o el conjunto de todas ellas.

La escritura es una representación de ideas por medio de signos gráficos, su estudio pertenece a la grafología y grafocrítica que surgieron por la necesidad de determinar el origen gráfico de algún documento. Particularmente, en la ejecución de un delito por fraude donde involucran signos gráficos, es de gran importancia saber hacer un análisis adecuado del grafismo. Para ello, es necesario conocer las características de la escritura tales como la forma, la dirección y la inclinación, entre otras.

Por otra parte, un punto de especial interés en la física es determinar la velocidad, la rapidez y la presión que se ejerce al escribir, aunque cabe destacar en la grafocrítica no se recurre a ninguno de estos parámetros. Sin embargo, si se estuviera en posibilidades de determinar algunos de estos parámetros, es posible que también puedan ser tomados en cuenta en la grafocrítica.

2. TEORÍA

Se define como grafismo a cada una de las particularidades de la letra (gramas) de una persona, o el conjunto de todas ellas.

La grafometría es el cotejo de las escrituras basado en la medida de las gramas, la base del sistema está en medir las alturas y tamaños de las letras, a fin de buscar una relación existente entre todas.

Los aspectos que conforman este análisis son los elementos estructurales del grafismo, los cuales son: Angulosidad, dimensión, dirección, enlaces, inclinación, presión (entendido como marca sobre el papel), velocidad (cualitativa), proporcionalidad, orden, regularidad y por último continuidad.

El análisis grafométrico cuenta con un procedimiento bien establecido.

El método consiste en realizar una gráfica en papel milimétrico (Ver figura 1) de las alturas de las gramas en función del número de grama correspondiente, con esta gráfica se coteja el documento auténtico con el cuestionado y con esto se analizan los factores de dimensión y proporcionalidad.



Altura de las gramas.

Grama

Figura 1. Gráfica que se obtiene en el análisis grafométrico, eje horizontal muestra las gramas del documento, tanto del cuestionado como del auténtico, y en el eje vertical se muestran las alturas correspondientes a cada grama.

Luego se amplía la firma o documento cuestionado, a una escala conocida establecida por el perito y se analizan cualitativamente los factores de: angulosidad, dirección, inclinación, presión y enlaces. En base a este análisis se concluye si el documento tiene o no el mismo origen gráfico. Como se puede ver, este procedimiento es 90% cualitativo, pues consiste más en la experiencia del perito, que en una determinación numérica de los elementos estructurales del grafismo. De ahí que resulte el interés por determinar 'cuantitativamente y con mayor precisión estos factores.

3. PARTE EXPERIMENTAL

El sistema que se empleó para la experimentación consiste de un vidrio de 0.30mx0.20m, el cual se colocó a un cierto nivel sobre una cámara digital HP modelo M517 de 5.2 Mega pixeles, de tal forma que se pudiera tener un enfoque de la superficie del vidrio (Ver figura 2). A un conjunto de cuatro personas se les pidió que escribieran la frase: "tenemos la obligación de dejar un mejor planeta para nuestros hijos" mientras se filmaba con la cámara digital el movimiento del bolígrafo generando videos en formato JPEG a una velocidad de 30 cuadros por segundo, luego mediante la ayuda del software DivYX, se analizó la posición en función del tiempo de la punta del bolígrafo. El

software DivYX es una idea original del Héctor González Flores y fue diseñado en conjunto con tres alumnos de la carrera de ingeniería en sistemas computacionales de la universidad de Monterey. El principal objetivo de este software es obtener las coordenadas espaciales y temporales que caracterizan el movimiento de un objeto en dos dimensiones como en es en este caso la punta de un bolígrafo a través de un video en formato MPEG, el intervalo de tiempo que definido por el tiempo entre cuadros sucesivos que componen al video. La efectividad de este software fue analizada anteriormente por Pérez-Trejo et al. [1].



Cámara digital.

Figura 2. Arreglo experimental para la obtención de las muestras gráficas a analizar.

4. RESULTADOS

La figura3, muestra los valores experimentales de la posición Y vs X donde se puede ver la frase completa escrita por una persona. Como puede verse, es poco legible la frase: “tenemos la obligación de dejar un mejor planeta para nuestros hijos,” Cabe aclarar que los puntos experimentales adquiridos se muestran unidos para identificar la tendencia de la escritura, lo que nos da evidencia del movimiento del bolígrafo en sí. De esta imagen es posible obtener, el orden y regularidad que corresponden a la altura promedio de las gramas. También podemos inferir la dirección de la escritura, puesto que se observa que los puntos experimentales se encuentran acumulados como en un rectángulo, al que la grafocrítica denomina caja de la escritura, los puntos experimentales no salen apreciablemente de este, decimos que la dirección de la escritura es horizontal con respecto a los extremos superior e inferior del papel o referencia que se considere.

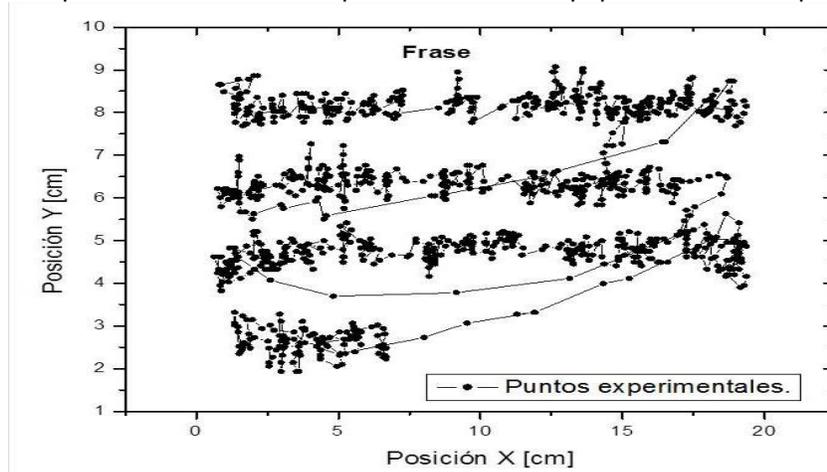


Figura 3. Frase “tenemos la obligación de dejar un mejor planeta para nuestros hijos”.

Por otro lado La Figura4, muestra una gráfica de los valores experimentales de la posición X contra el tiempo t, puede observarse que el comportamiento observado puede ser aproximado a un movimiento rectilíneo uniforme en los cuatro renglones. En cada renglón se incluye el ajuste correspondiente. Asimismo, observe que el cambio de renglón se realiza a una velocidad mayor.

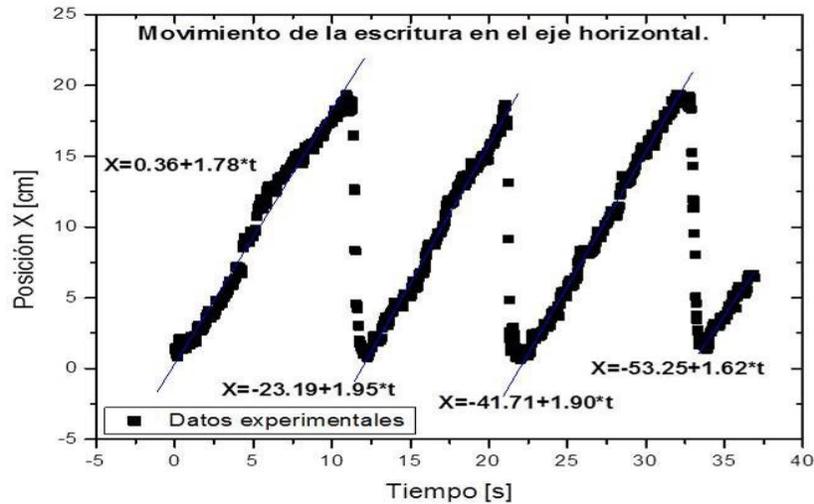


Figura 4, muestra los valores experimentales de la posición X contra el tiempo, en esta se observa el movimiento horizontal del bolígrafo con respecto al tiempo pero en la dirección de la escritura.

En la figura 5, se muestra los valores experimentales de la posición vertical Y contra el tiempo t, en donde se observa el movimiento vertical del bolígrafo con respecto al tiempo. Además, puede verse como se identifican los cuatro renglones y se puede determinar: su altura promedio, se aprecia la separación entre renglones que distingue a cada persona, en el análisis grafométrico para este parámetro está contenido en el análisis de la continuidad como elemento estructural, que caracteriza a cada individuo. También se observa un espaciamiento entre renglones de 0.25 cm, la altura de las gramas es de 1.5 cm, en este caso se observa con claridad que la dirección de la escritura es ascendente. Haciendo un ajuste a recta por el método de mínimos cuadrados a cada renglón se puede obtener la angulosidad. Cabe destacar que el análisis de las velocidades en la dirección perpendicular a la escritura no se ha realizado todavía, ya que es mucho más complejo y detallado, pero se puede afirmar que la velocidad depende de cada letra que se escribe por lo que los cambios de velocidad son más pronunciados.

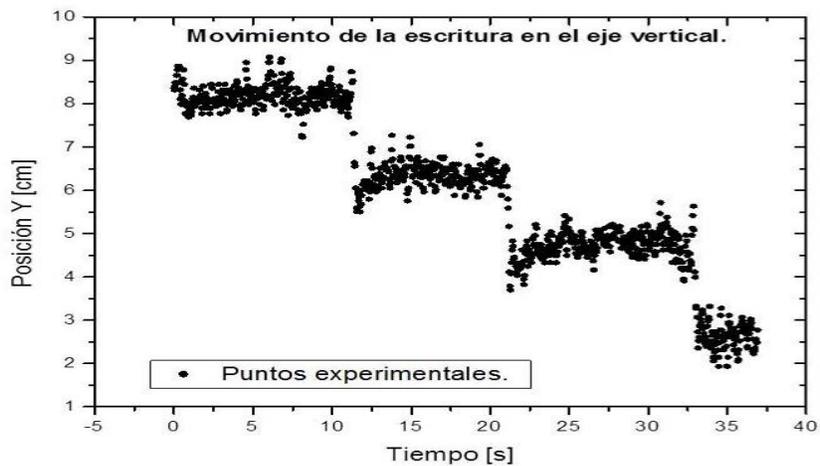


Figura 5. Movimiento en la dirección perpendicular a la escritura.

Para el análisis del resto de los elementos estructurales del grafismo, como son la angulosidad los enlaces y la inclinación se pueden obtener las gráficas de posiciones tanto del documento o firma cuestionado, como del verdadero y con esto, se pueden cotejar ambas escrituras. En la figura 6 se muestra una comparación.

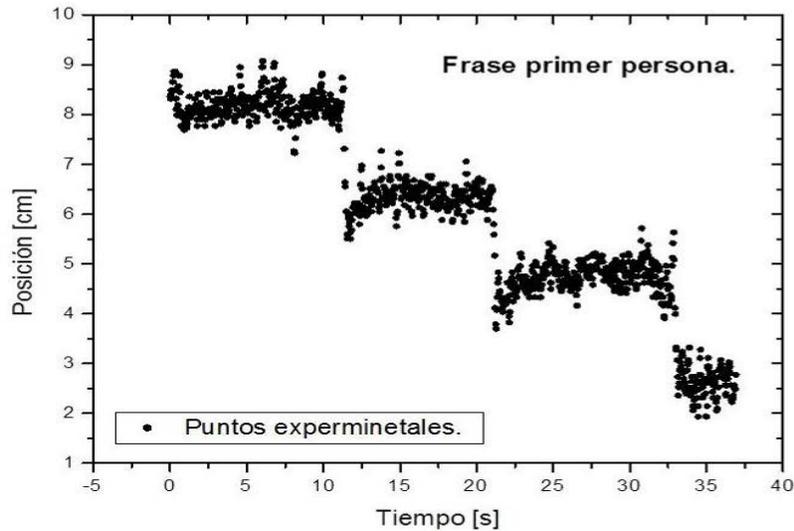


Figura 6. Movimiento en la dirección perpendicular a la escritura

5. CONCLUSIONES

Se mostró que es posible analizar la cinemática de la escritura mediante el empleo del software DivYX, y la adquisición de videos.

Se evidenció que al escribir, el movimiento en la dirección de la escritura puede aproximarse a un movimiento rectilíneo uniforme y que la velocidad varía en un intervalo de 1.6-2.0cm/s, mientras que se mostró que en la dirección perpendicular al movimiento de escritura, el movimiento depende de las gramas y la caligrafía de cada persona y que la velocidad es mucho mayor, por lo que un análisis más detallado es necesario realizar. Se identificaron diversos parámetros involucrados en la grafocrítica.

BIBLIOGRAFÍA

1. L. Pérez-Trejo, A. F. Méndez-Sánchez, H. A. González Flores, "Implementación del software DivYX en el laboratorio de mecánica," Lat- Am. J. Phys. Educ. Vol 2 No 3, sep 2008, p.p. 268-274.

Metodología de Elaboración de Proyectos Académicos de TI

Elda Fabiola Damián Solís¹, Beatriz Amado Sánchez¹, Verónica Sánchez López¹, Martha Fabiola Wences Díaz¹, Martha Elena Luna Ortiz¹, Ernesto Adán Moreno¹ y Migue Rosenberg Del Pilar de Gante²
1 Universidad Tecnológica Emiliano Zapata del Estado de Morelos, 2 0. eldadamian@utez.edu.mx, beatrizamado@utez.edu.mx, fabiolawences@utez.edu.mx, marthaluna@utez.edu.mx, ernestoadan@utez.edu.mx, miguelrosemberg@utez.edu.mx.

RESUMEN

Es de vital importancia el conocer y saber utilizar adecuadamente una metodología de Elaboración de Proyectos Académicos de TI para la el desarrollo profesional de los estudiantes durante su estancia en la institución. Conscientes de esta situación La Universidad Tecnológica Emiliano Zapata del Estado de Morelos en el área de las Tecnologías de la Información y Comunicación sea a dado la tarea de conformar y verificar una combinación de diversos elementos de las metodologías ya conocidas como lo son PMBook y Promosoft por nombrar algunas, reconociendo la efectividad y prestigio de las mismas; sin embargo son extensas para poder abarcarlas en un periodo de cuatro meses que son los que están programados para una asignatura en una UT.

Por lo anteriormente dicho se da la propuesta y estudio de esta metodología en la asignatura de Integradora I y II impartidas en diferentes cuatrimestres, notando que el estudiante logra tener los elementos necesarios para desarrollar de manera adecuada el proyecto asignado. Cabe destacar que en ambas asignaturas mencionadas al estudiante se le asigna un proyecto con un cliente real.

1. Introducción

El desarrollo de proyectos académicos es una actividad que se desarrolla de manera “cotidiana” en la vida universitaria, estos productos son de gran valor académico para los estudiantes y los docentes por lo que habrá que poner especial interés en la calidad de los mismos.

Muchas de las ocasiones el tiempo es limitado por lo que se puede elegir elementos ya probados y comprobados que aportan calidad al desarrollo de los proyectos; de lo anteriormente dicho nace la siguiente propuesta de que se escribe en este documento.

2. Teoría

La metodología consta de:

- I. **Carta de aceptación por parte de la empresa** (Motiva al estudiante a realizar su mayor esfuerzo ya que ve aplicado en la realidad el proyecto desarrollado).

Documento expedido por la empresa en donde se encuentran los datos de la misma y se describe de una manera corta el proyecto que estudiante desarrollará. Así mismo el nombre y cargo de quién estará dando seguimiento al proyecto por parte de la empresa o institución.

II. **Cronograma de actividades** (Estimación de tiempo por actividades)

Es una herramienta muy importante en la gestión de proyectos. Puede tratarse de un documento impreso o de una aplicación digital; en cualquier caso, el cronograma incluye una lista de actividades o tareas con las fechas previstas de su comienzo y final.

III. **Project Charter** (En este se integra los detalles del proyecto y se le da seguimiento así mismo las versiones que generen con la empresa)

El Project Charter o Acta de Constitución de Proyecto, detalla cada uno de los aspectos fundamentales y cruciales de todo Proyecto, es aquí donde se delimita nuestro alcance, definición de los objetivos, se establecen los entregables, la definición de las posiciones (Stakeholder, Clientes), se asignan responsabilidades, definición de los planes (Financieros, Recursos, Calidad) y las consideraciones (Riesgos, asunciones, restricciones). Es por esto que el pmbok dice que “Desarrollar el acta de constitución del proyecto o Project charter es el proceso que consiste en desarrollar un documento que autoriza formalmente un proyecto o una fase y en documentar los requisitos iniciales que satisfacen las necesidades y expectativas de los interesados. En proyectos de fase múltiple este proceso se usa para validar o refinar las decisiones tomadas durante la repetición del proceso “Desarrollar el Project Charter”.

Este documento requiere ser aprobado por : El Sponsor, Grupo de Revisión de Proyecto, Gerente de Proyecto, Gerente de Calidad y todo aquel que tomara decisiones en el desarrollo del proyecto. De forma que todas las decisiones serán consensuadas y las consecuencias podrán ser asumidas por todos.

El cuerpo de un Acta constitutiva contendrá los siguientes puntos:

Sección 1. Descripción del Proyecto

Planteamiento del problema → Descripción del Proyecto → Metas y objetivos del proyecto → Alcance del Proyecto → Factores críticos de éxito → Supuestos → Restricciones

Sección 2. Responsables del proyecto e hitos

Responsable de financiamiento → Responsable de Supervisar el proyecto → Principales hitos del proyecto

Sección 3. Organización del Proyecto

Estructura del Proyecto → Roles y Responsabilidades → Matriz de Responsabilidades → Instalaciones y recursos del Proyecto

Sección 4. Puntos de Contacto

Sección 5. Glosario

Sección 6. Historial de revisiones

Sección 7. Anexos

Cabe mencionar que se le hace énfasis al estudiante que realice una redacción eficiente para que logre una comunicación efectiva y logre a través de esta herramienta un buen desarrollo del proyecto.

IV. **WBS** – (Secuencia de actividades que se establecen en orden lógico de solución del proyecto)

El Work Breakdown Structure (WBS) es traducido al español como Estructura Detallada del Trabajo. Herramienta de apoyo para los Jefes de Proyectos, en el que se subdividen los entregables y el trabajo del proyecto en componentes más pequeños y más fáciles de manejar.

El WBS es un desglose o descomposición de todos los entregables del proyecto en entregables más pequeños, representándolos en forma de árbol, en cuyo nivel superior –nivel 0- aparece el nombre del proyecto, mientras que el nivel 1 contiene los entregables más importantes, el nivel 2 los sub-entregables de dichos entregables, y así sucesivamente.

Es recomendable que para una administración eficaz, el trabajo requerido para terminar el proyecto, será subdividido en los paquetes de trabajo individuales que no excederán los 35 o 40 horas de trabajo. Esto permitirá al Líder de proyecto y al Docente manejar más eficazmente el alcance del mismo.

Todo aquel trabajo que no esté incluido dentro de la WBS estará fuera de alcance del proyecto.

Antes de hacer un WBS, es necesario identificar:

¿Qué se va a hacer?

¿Quién va a hacerlo?

¿Cuándo?

¿Cómo?

¿Dónde?

V. **Lista de verificación** (Requerimientos) Listado formal que resulta del WBS para su seguimiento

Listas de verificación

Una lista de verificación es una de las formas más objetivas de valorar el estado de aquello que se somete a control. El carácter cerrado de las respuestas y su limitado número proporciona esta objetividad, pero también elimina información muy útil, porque no puede recoger todos los matices,

detalles, y singularidades. Si se quiere hacer una buena lista de verificación, hay que pensar en los matices, detalles y singularidades que se quieran desarrollar del proyecto.

VI. **Prototipos y el Diseño de la Interfaz** (Pantallas, Procedimientos, etc.)

Prototipos y el diseño de interfaz

Los prototipos ayudan a identificar, comunicar y probar un producto antes de crearlo. En la ingeniería de software la usabilidad indica que la mejor y la más importante es la experiencia del usuario que se obtiene con un levantamiento oportuno de requisitos del mismo, solucionando así la mayoría de los cambios posteriores en los proyectos de desarrollo de software o proyectos de TI.

Saber crear prototipos ayuda en el desarrollo profesional del proyecto. Las tecnologías de desarrollo pueden ser diversas, sin embargo es necesario aplicar técnicas de prototipado ya que el resultado de estas es la base del desarrollo.

VII. **Desarrollo** (Software, Auditoría Informática, Sitio web, etc.)

Etapa dentro de la ingeniería del desarrollo de software como proceso formal de desarrollo de proyectos de TI en donde las necesidades del usuario se traducen en requerimientos ya vertidos en los documentos antes mencionados, estos se transforman en diseño que se implementa en código que se prueba, documenta y se certifica para su uso operativo.

En esta parte de Desarrollo el enfoque está en la Programación y es donde se transforma el diseño a código. Es la parte más obvia del trabajo de ingeniería de software y la primera en que se obtienen resultados “tangibles” misma que se aplica al desarrollo de un Sitio Web.

Si el caso fuera una auditoría de Informática, la aplicación de la misma sería el caso.

VIII. **Documentación de pruebas** (Tester y verificación con el usuario final)

Consiste en comprobar que el software responda o realice correctamente las tareas indicadas en la especificación. Es una buena práctica realizar pruebas a distintos niveles: primero a nivel unitario y después de forma integrada de cada componente y por equipos diferenciados del de desarrollo pruebas cruzadas entre los programadores o realizadas por otro equipo del grupo y con el usuario final.

IX. **Carta de aceptación de la empresa** (Requisito para liberar la asignatura)

Documento expedido por la empresa en donde describe que está conforme con el producto entregado y que cumple con las características mencionadas en el Project Charter.

X. **Presentación** (En presencia de sinodales, empresa, docentes)

Los estudiantes por equipos presentarán sus proyectos en presencia de sinodales, empresas y docentes, con la finalidad de que muestren el resultado del trabajo realizado durante el cuatrimestre. Haciendo notar el trabajo estructurado a través de la metodología aquí descrita.

3. Parte experimental

En cada metodología de desarrollo de proyectos de TI o de desarrollo de software se hace énfasis en que el equipo de desarrollo debe involucrarse con el proyecto como pieza clave para el éxito, en la experiencia de aplicar esta propuesta en repetidas ocasiones se tiene como resultado una respuesta positiva de los estudiantes al momento de presentar su proyecto dejando ver un alto grado de conocimiento del desarrollo del proyecto a través de evidencias tangibles, obteniendo una experiencia inicial en los procesos de calidad de productos o servicios de TI.

El estudiante presenta un expediente con los documentos que se enlistan en seguida:

Cronograma de actividades (Estimación de tiempo por actividades)
Project Charter (En este se integra los detalles del proyecto y se le da seguimiento así mismo las versiones que generen con la empresa)
WBS – Organigrama (Secuencia de actividades para que se establezca el orden lógico de solución del proyecto)
Lista de verificación (Requerimientos) Listado formal que resulta del WBS para su seguimiento
Prototipos (Pantallas, Procedimientos, etc.)
Desarrollo (Software, Auditoría Informática, Sitio web, etc.)
Documentación de pruebas (Tester y verificación con el usuario final)
Carta de aceptación de la empresa (Requisito para liberar la asignatura)
Presentación (En presencia de sinodales, empresa, docentes)

Todo esto se entrega de manera cronológica y de esta manera se va conformando la calificación del equipo de trabajo.

4. Conclusiones

Con estos elementos mencionados se comprueba que se cumple con una metodología de Ingeniería de Software en donde se realizan actividades de Análisis de requerimientos, Especificación, Diseño y arquitectura, Programación, Prueba, Documentación y Mantenimiento. Así mismo se puede aplicar a diversos proyectos de TI pues el estudiante se involucra desde el principio con el proyecto y estructura de una manera ordenada los entregables que le darán el resultado que se le ha establecido, realiza prototipos y desarrolla a partir de ellos, finalizando con las pruebas y aceptación de un producto o servicio con características específicas.

Para el Docente y el Estudiante es una manera práctica de dar seguimiento al proyecto y de recabar evidencias tangibles de lo que se está llevando a cabo para el proyecto.

Acerca al estudiante, docente e institución a las exigencias actuales del mercado laboral en las empresas e instituciones.

Bibliografía

1. http://www.portalcalidad.com/etiquetas/240-Listas_de_verificacion
2. <http://tesis.uson.mx/digital/tesis/docs/8836/Capitulo2.pdf>
3. http://albertolacalle.com/hci_prototipos.htm
4. <http://definicion.de/cronograma/#ixzz3WwGwInRO>

5. <http://www.eoi.es/blogs/madeon/2013/04/15/el-project-charter/>
6. <http://spanishpmo.com/index.php/que-es-work-breakdown-structure-wbs/>
7. https://www.google.com.mx/?gfe_rd=cr&ei=FS0oVY7VF6SR8Qeut4C4Cg&gws_rd=ssl#q=ronograma+de+actividades
8. <http://proyectosguerrilla.com/blog/2013/02/las-cinco-etapas-en-la-ingenieria-del-software/>

Películas nanocristalinas de PbS impurificadas con Co²⁺ mediante la técnica por Baño Químico

^aM. Chávez Portillo, H. Lima Lima, M. Lazcano Hernández, M. Zamora Tototzintle, O. Portillo-Moreno*

a. CIDS-ICUAP. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. P.O. Box 1067, Puebla, Pue., 72001 México.

b. Laboratorio de Ciencias de Materiales, Facultad de Ciencias Químicas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. P.O. Box 1067, Puebla, Pué., 72001 México.

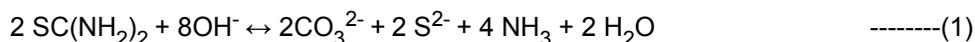
1. INTRODUCCIÓN

Actualmente se investiga modificar las propiedades óptico - estructurales de diversos semiconductores mediante la impurificación con metales de transición, tierras raras y moléculas orgánicas [1, 2, 3]. En esta forma es posible controlar parámetros como las dimensiones de los cristales. Esta línea de investigación ha incrementado su interés en la disminución del tamaño del cristal asociado con el corrimiento del ancho de banda prohibida (E_g) a mayor energía; este efecto se denomina confinamiento cuántico. Los semiconductores denominados nanomateriales presentan tal propiedad y estos pertenecen a nuevas generaciones de materiales avanzados, debido a sus propiedades para su aplicación en la nanotecnología [4, 5]. Las películas crecidas por combinaciones químicas de los elementos de los grupos IV-VI de la tabla periódica, son impurificadas sistemáticamente. Se han reportado diferentes técnicas de depósito para la preparación de películas de estos materiales [5, 6] y se ha encontrado que estos presentan efectos inusuales porque proporcionan niveles atómicos y hoyos en la red cristalina del semiconductor anfitrión, disponibles para la captura de electrones. Este trabajo, tiene como objetivo impurificar sistemáticamente PbS utilizando la técnica de Depósito por Baño Químico (BQ), con una solución que contiene iones impurificantes Co²⁺ y comparar las propiedades estructurales y ópticas de las películas sin impurificar y con impurificante para investigar la disminución gradual del tamaño de grano (TG).

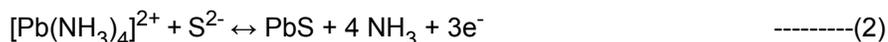
2. TEORÍA

Algunas de las reacciones químicas para la obtención de películas PbS sin impurificar e impurificado con iones Co²⁺, mediante la técnica BQ, son mostradas a continuación.

La hidrólisis de la tiourea genera los siguientes iones en medio alcalino [1, 7]



El ion complejo de coordinación $[\text{Pb}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$, se genera indirectamente con la adición de NH_4NO_3 a la mezcla de $\text{Pb}(\text{CH}_3\text{COO})_2$ y KOH ; posteriormente este ion complejo libera los iones Pb^{2+} que se combina lentamente con los iones S^{2-} en medio alcalino con $\text{pH} = 11.0$ de acuerdo a:



La solución impurificante la cual libera los iones Co^{2+} se adiciona sistemáticamente



La reacción general para la obtención de la película PbS impurificada con iones Co^{2+} es:



El proceso debe ser lento sobre la superficie del sustrato, esto es posible por la hidrólisis de la tiourea [8]. De acuerdo a los resultados del cambio de energía libre de Gibbs, correspondiente a la ecuación (4), el ion Co^{2+} probablemente se incorpora en el volumen del PbS como impurificante en las condiciones de trabajo y no forma algún compuesto diferente al PbS.

3. PARTE EXPERIMENTAL

Las películas policristalinas de PbS son crecidas mediante la técnica BQ sobre sustratos de vidrio. Previamente al depósito los sustratos son tratados químicamente [1, 2, 3]. Las soluciones utilizadas: $\text{Pb}(\text{CH}_3\text{COO})_2$ (0,01 M), KOH (0,1 M), NH_4NO_3 (1,2 M), $\text{SC}(\text{NH}_2)_2$ (0,1 M), se preparan con agua desionizada y se mezclan en este orden. Se introduce el sustrato en la mezcla y se eleva la temperatura hasta $40 \pm 2^\circ\text{C}$ manteniéndola durante 0,5 h. Finalmente es agregado el impurificante a una concentración de 0,125 M. Las películas se impurifican con cuatro niveles de impurificante: 10, 15, 20, 30 ml, respectivamente. Las películas se etiquetan de la siguiente manera: PbS0 para la muestra sin impurificar y PbSCo10, ..., PbSCo30, para las impurificadas. Las muestras PbS0 son similares a un espejo y las impurificadas, muestran cambio en color. Los espectros de IR-Vis (figura 1) son registrados utilizando un espectrofotómetro Perkin Elmer.

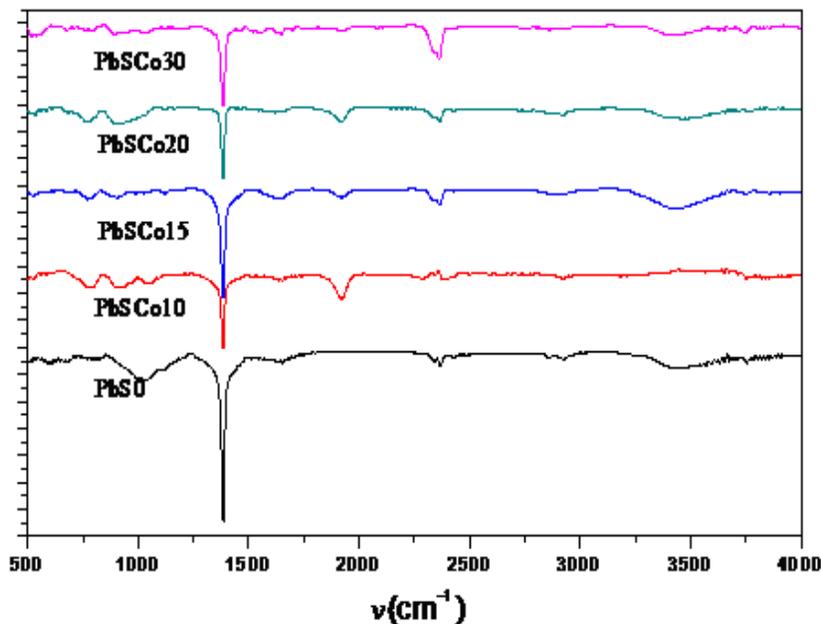


Figura 1. Espectros de IR-Vis de las películas PbS0 y PbSCo.

En estos espectros se aprecia una banda de absorción ancha en $\sim 3304\text{ cm}^{-1}$, que se puede atribuir al estiramiento del grupo funcional -OH y a regiones defectuosas así como a moléculas de agua adsorbidas en la superficie de las películas. Las características espectrales de estas películas son similares entre si, excepto en la intensidad de la banda aguda de absorción localizada en $\sim 1448\text{ cm}^{-1}$, asignada al modo de vibración del ion CO_3^{2-} [9]. La fuerte absorción centrada en $\sim 1448\text{ cm}^{-1}$ se asocia a vibraciones de estiramiento asimétrico y una banda de absorción fuerte en las películas PbSCo10, PbSCo15 y PbSCo20 localizada en $\sim 1552\text{ cm}^{-1}$ asignada a las vibraciones de flexión fuera de plano del ion CO_3^{2-} . Los señales en ~ 1455 , 1586 y 1415 cm^{-1} se pueden atribuir a las bandas características de los grupos carboxilo de etilo ($>\text{COO-}$), correspondiente al modo de vibración -CH_2 asimétrico y simétrico, así como modos de estiramiento de grupos funcionales $>\text{CO}$ y $>\text{COO}$ respectivamente [10]. El enlace Pb-S es principalmente unión electrovalente; por lo tanto, el espectro IR-vis del PbS no muestra bandas fuertes asociados con Pb-S estiramiento y vibración de flexión. En nuestra opinión, cuando se añade el $\text{V}[\text{Co}^{2+}]$, en el PbS se generan cristales impurificados y las interacciones se reducen para formar nanopartículas [10]. Una comparación de estos espectros muestra claramente que muchos grupos carboxilo permanecen en la superficie de nanocristales incluso después del lavado excesivo.

La investigación de la estructura cristalina se realizó por difracción de rayos-X (DRX) con un espectrómetro Bruker D8 Discover Difractometer, utilizando la línea de Cu K_α (figura 2). En los Difractogramas de las películas PbS0-PbSCo se observan picos en las posiciones angulares: $2\theta = 26,00^\circ$, $30,07^\circ$, $43,10^\circ$, $51,00^\circ$, $53,48^\circ$ que corresponden a la fase cristalina blenda de zinc (ZB). Los picos en las películas PbSCo, son de baja intensidad comparados con las películas PbS0 e indican que las películas son nanocristalinas.

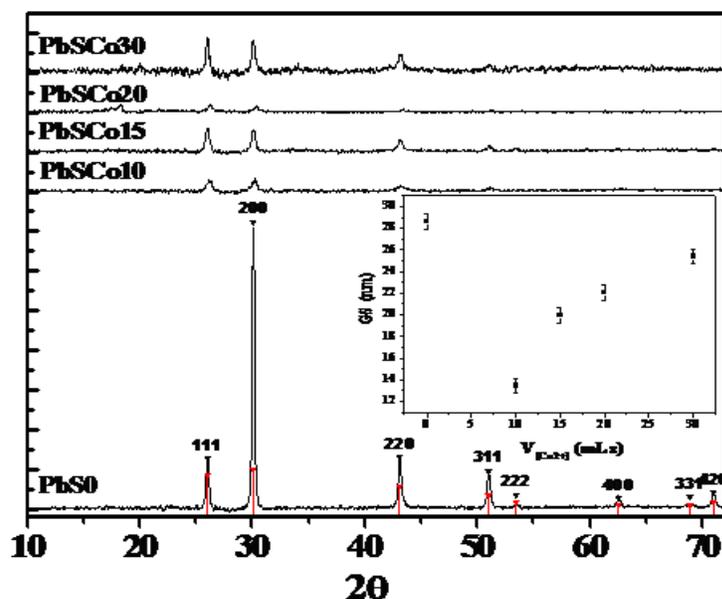
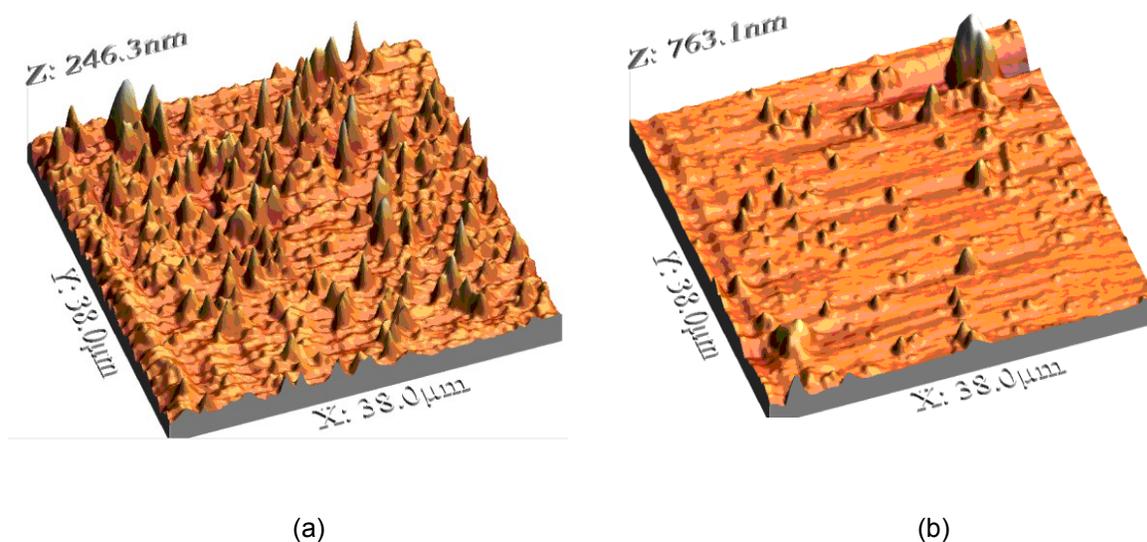


Figura 2. Difractogramas de Rayos-X de las películas PbS0-PbSCo

A medida que aumenta la concentración de Co^{2+} , los picos de difracción se ensanchan debido a la reducción en el TG. El TG es cuantificado utilizando la fórmula de Scherer's y considerando ancho medio del pico correspondiente al plano cristalino (111). En el recuadro de la figura 1 se muestra la dependencia del TG vs. $V[\text{Co}^{2+}]$ para las películas PbS0-PbSCo. Se observa TG de ~ 28 nm para el PbS0 y para las películas PbSCo disminuye gradualmente a ~ 13 nm.

La morfología superficial se investigó utilizando Microscopia de Fuerza Atómica (figuras 3), en estas imágenes se observa disminución del tamaño de grano en las películas impurificadas, corroborando lo observado por difracción de rayos-X.



Figuras 3. Imágenes de Microscopia de Fuerza Atómica de las películas (a) PbS0, (b) PbSCo obtenidas mediante la técnica BQ.

4. CONCLUSIONES

El método de depósito utilizado fue eficiente para introducir gradualmente iones Co^{2+} en la red cristalina del PbS, prácticamente sin producir daño significativo en la red cristalina y se logra la reducción gradual del TG con el $V_{[\text{Co}^{2+}]}$. En los espectros IR-vis son identificadas bandas características de los iones OH^- y CO_3^{2-} generados por la descomposición de la Tiourea y del $\text{Pb}(\text{CH}_3\text{COO})_2$, que permanecen como contaminantes o subproductos en la red cristalina de las películas. De los difractogramas de rayos-X, se identifican picos en las posiciones correspondientes a la fase cúbica tipo sal de roca del NaCl. El TG se calcula con la fórmula de Scherer's, y se encuentra que disminuye gradualmente con el $V_{[\text{Co}^{2+}]}$ en el intervalo ~ 28 -13 nm. Esto último mse corrobora con resultados de microscopía de fuerza atómica.

BIBLIOGRAFÍA

1. M. Chávez Portillo, J. Martínez Juárez, G. Abarca Ávila, M. Zamora Tototzintle, M. Martínez Barragán, J. R. Cerna, M. Lazcano Hernández, S. Rosas Castilla, B. Crespo Sanchez, A. C. Palacios Celeste, O. Portillo Moreno, Growth of PbS:Ni²⁺ Nanocrystals Thin Films by Chemical Bath, *J. of Mat. Sci. and Engin. A* 2 (5) (2011) 410.
2. R. Lozada Morales, O. Portillo Moreno, S. A. Tomas, O. Zelaya Angel, Influence of internal stress on optical properties of CdS:Cu nanoparticles, *Optical Materials*, **35** (2013) 1023-1028, <http://dx.doi.org/10.1016/j.optmat.2012.12.12.016>.
3. S. A. Tomas, S. Stolik, V. Altuzar, O. Zelaya Angel, R. Lozada, J. J. Carmona, O. Portillo Moreno, and J. A. Dávila Pintle, Characterization of chemical-bath-deposited CdS thin films with methylene blue, *Review of Scientific Instruments* 74 (2003) 569. doi:10.1103/PhysRevLett.112.225001.
4. K. C. Preetha, T. L. Remadevi, Effect of Al incorporation on the structural, morphological, optoelectronic and transport properties of PbS thin films, *Physica B* 407 (2012) 4173.
5. Yu Zhao, Xue-Hong Liao, Jian-Min Hong, Jun-Jie Zhu, Synthesis of lead sulfide nanocrystals via microwave and sonochemical method, *Mat. Chem. and Phys.* 87(2004) 149.
6. S. B. Pawar, J. S. Shaikh, R. S. Devan, Y. R. Ma, P. N. Bhosale, P. S. Patil, Facile and low cost chemosynthesis of nanostructured PbS with tunable optical properties, *Appl. Surf. Sci.* 258 (2011) 1869.
7. G. Hernández Téllez, K. Baxin Sanchez, S. Cruz Cruz, U. Peña, R. Gutierrez Pérez, R. Palomino Merino, J. I. Contreras Rascon, and O. Portillo Moreno, Studies of PbS:Bi³⁺ nanocrystals synthesized by chemical bath, *Scholar Research*, **5** (2013) 134.
8. R. Palomino Merino, O. Portillo Moreno, L. A. Chaltel Lima, R. Gutierrez Pérez, M. De Icaza Herrera, V. Castaño, Chemical Deposition of PbS:Hg²⁺ Nanocrystalline Thin Films, *Journal of Nanomaterials*, Vol. 2013, article ID 5076, 6 pages, <http://dx.doi.org/10.1155/2013/507647>. ISSN: 1687-4110 (Print). DOI: 10.1155/9182.
9. Chungunguan Li, Ying Zaho, Feifei Li, Zhan Shi, Shouhua Feng, Near-Infrared Absorption of Monodisperse Water-Soluble PbS Colloidal Nanocrystals Clusters, *Chem. Mat.* 22(2010) 1901.
10. R. Gutiérrez Pérez, G. Hernández Téllez, U. Peña Rosas, J. Hernández Tecorralco, L Chaltel Lima, O. Portillo Moreno, Growth of PbS Nanocrystals Thin Films by Chemical Bath, *J. Mat. Sci. Engin. A* 1(2013)692.

ANÁLISIS COMPARATIVO DE METAHEURÍSTICAS APLICADAS AL PROBLEMA DEL TSP.

Juan Adolfo Montesino Guerra^a, Héctor José Puga Soberanes^a, Manuel Ornelas Rodríguez^a,
Juan Martín Carpio Valadez^a y Uriel Ervey Bernal Magallanes^a

^aInstituto Tecnológico de León, León, Gto. adolfo.montesino@hotmail.com,
pugahector@yahoo.com, mornelas67@yahoo.com.mx, jmcarpio61@hotmail.com,
ing.uriel.bernal@gmail.com

RESUMEN

El problema del agente viajero (TSP por sus siglas en inglés), es un problema combinatorio conocido, resuelto y abierto a investigación por su complejidad de resolución. Este problema es importante porque se puede relacionar con muchos otros problemas, tales como el diseño de rutas de transporte o como el ciclo que debe seguir un taladro de placas de circuito impreso, entre otros. Estos se han solucionado, entre otras, por medio de técnicas metaheurísticas.

Las metaheurísticas son estructuras algorítmicas generales adaptables a muchos problemas de optimización. Muchos de estos métodos han sido ampliamente estudiados en las últimas décadas, resultando en una gran variedad de algoritmos heurísticos con buenos rendimientos en la resolución de problemas, y que a menudo superan incluso heurísticas especializadas.

Metodologías como Algoritmo Genético (AG), Algoritmo Memético (AM) y Sistema de Hormigas (AS), se han aplicado en nuestra investigación mostrando resultados aceptables y de rendimiento favorable de acuerdo al consumo de recursos computacionales. En este trabajo además se presenta un análisis comparativo, haciendo uso de estadísticas no paramétricas, con Algoritmo de Sistema Inmune (ASI) y Optimización por Colonia de Hormigas (ACO) resolviendo el TSP. Esto permitirá establecer las bases para una investigación posterior del enfoque hiperheurístico para resolver el TSP.

1. INTRODUCCIÓN

Existen problemas de optimización combinatoria complejos en diversos campos como la economía, el comercio, la ingeniería, la industria o la medicina. Sin embargo, a menudo estos problemas son muy difíciles de resolver en la práctica. El estudio de esta dificultad inherente para resolver dichos problemas tiene cabida en el campo de la teoría de las Ciencias de la Computación, ya que muchos de ellos pertenecen a la clase de problemas NP-duros, lo que significa que no existe un algoritmo conocido que los resuelva en un tiempo polinomial [1].

Día tras día, siguen apareciendo nuevos problemas de este tipo, lo que ha dado lugar a que se hayan realizado muchas propuestas de algoritmos para tratar de solucionarlos. Las técnicas existentes se pueden clasificar básicamente en algoritmos exactos o aproximados. Los algoritmos exactos intentan encontrar una solución óptima y demostrar que la solución obtenida es de hecho la óptima global, la cual consiste en encontrar el extremo global (máximo o mínimo) de una función matemática (función objetivo) en alguna región de interés [2]. Los algoritmos aproximados se pueden clasificar en dos tipos principales: algoritmos constructivos y algoritmos de búsqueda local.

Los primeros se basan en generar soluciones desde cero, añadiendo componentes (elementos) hasta completar una solución iterativamente [1] y los algoritmos de búsqueda local están basados en el mejoramiento paso a paso de la función de costo al explorar las vecindades de soluciones cercanas, contrario a los métodos exactos, que garantizan dar una solución óptima al problema [3].

Las metaheurísticas o algoritmos aproximados incorporan conceptos de muchos y diversos campos como la genética, la biología, la inteligencia artificial, las matemáticas, la física y la neurología, entre otras. Algunas de estas metaheurísticas son AS, ACO, AG, AM y SI [1].

2. TEORÍA

2.1 Travelling salesman problem

El problema del agente viajero (TSP por sus siglas en inglés) se remonta a la Europa del siglo XVII, donde era común contar con un agente viajero que llevaba un catálogo con productos para atender la demanda de ciudades, pueblos y aldeas alejadas de las ciudades principales. En 1800 el matemático irlandés William Rowland Hamilton diseñó un juego para dos competidores, el juego consiste en hacer un recorrido por 20 puntos de un icosaedro usando las conexiones de la figura e iniciando y terminando en el mismo punto. La conexión entre el juego de Hamilton y el TSP consiste en que en los dos se busca una ruta que inicie y termine en el mismo lugar sin repetir puntos visitados.

Este problema es uno de los más estudiados en la optimización combinatoria NPduro [4], [5]. En la literatura existe un gran número de aproximaciones para resolverlo tanto con técnicas exactas como con técnicas heurísticas y Metaheurísticas. Formalmente la propuesta por Dantzig, Fulkerson y Johnson [6] es una de las más aceptadas por la comunidad académica y consiste en:

Dado un conjunto de n ciudades $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, y un conjunto de arcos $(i, j) \in A$ uniendo cada una de las ciudades, donde A es el espacio de búsqueda. Si C_{ij} es la distancia para ir de la ciudad i a la ciudad j donde $(C_{ij} = C_{ji})$ en el caso simétrico y X_{ij} la variable de decisión del problema es:

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si el arco } (i,j) \text{ es usado para hacer el tour} \\ 0 & \text{En caso contrario} \end{cases}$$

El modelo matemático asume la siguiente forma:

$$\min Z(x) = \sum_{(i,j) \in A} C_{ij} X_{ij} \quad (1.1)$$

$$\sum_{\{i: (i,j) \in A\}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in V \quad (1.2)$$

$$\sum_{\{j: (i,j) \in A\}} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \quad (1.3)$$

$$\sum_{\{(i,j) \in A: i \in U, j \in (V-U)\}} x_{ij} = 1 \quad 2 \leq |U| \leq |V| - 2 \quad (1.4)$$

Donde A es el espacio de búsqueda, C_{ij} es el peso de la arista o la distancia asociada a x_{ij} , la ecuación (1.1) corresponde al cálculo de la función objetivo. La restricción (1.2) indica que se puede llegar a cada ciudad desde una única ciudad anterior. La restricción (1.3) indica que desde la ciudad i se puede pasar a una única ciudad (de la ciudad i se puede salir por un único camino). La restricción (1.4) evita que se generen subtours.

El problema tiene evidentes aplicaciones prácticas en las áreas de logística de transporte que cualquier negocio de reparto, pequeño o grande, conoce. Pero tiene otras aplicaciones no tan evidentes como en robótica, un ejemplo es que permite resolver problemas de fabricación para minimizar el número de desplazamientos al realizar una serie de perforaciones en una plancha o en un circuito impreso. También puede ser utilizado en la generación de rutas de vehículos, manufactura flexible, diseño de redes de computadoras entre otros.

2.2 Algoritmo Genético

Los algoritmos genéticos forman parte de la Computación Evolutiva, que constituye una familia de modelos computacionales inspirados en la evolución natural [7]. Los algoritmos genéticos constituyen el paradigma más completo de los que presenta la Computación Evolutiva. Una característica importante es el poco conocimiento específico que precisan, del problema al que se aplican, para su funcionamiento. Permiten resolver problemas con poco esfuerzo computacional, especialmente en los casos en que otros métodos fallan o suponen unos requerimientos computacionales excesivos [7].

Utilizan una población de individuos, la cual evoluciona al ser sometidos dichos individuos a una serie de transformaciones mediante unos determinados operadores. Se emulan los procesos de selección natural y de reproducción presentes en la Naturaleza, siendo los individuos más fuertes los que sobreviven y procrean a lo largo de la ejecución del algoritmo [7].

Las etapas del algoritmo genético, que denotan el proceso interno son Elitismo, Selección, Cruza y Mutación.

2.3 Algoritmo Memético

Los algoritmos meméticos son técnicas de optimización que combinan sinérgicamente conceptos tomados de otras metaheurísticas, tales como la búsqueda basada en poblaciones (como en los algoritmos evolutivos), y la mejora local (como en las técnicas de seguimiento del gradiente) [8]. Los orígenes de los algoritmos memético se remontan a finales de los años ochenta. En aquella época, el campo de la computación evolutiva estaba comenzando a afianzarse sólidamente. Fue cuando surgió la idea básica que sustenta a los algoritmos memético: combinar conceptos y estrategias de diferentes metaheurísticas, para intentar anular las desventajas de las mismas [8].

La idea central de los algoritmos memético es: mejoras individuales de las soluciones en cada uno de los agentes junto con procesos de cooperación y competiciones [8].

2.4 Algoritmo Sistema Inmune

El sistema inmune artificial es un modelo computacional de nuestro sistema inmune biológico que tiene la capacidad de realizar algunas tareas como el aprendizaje, adquisición de memoria, generación de diversidad, tolerancia al ruido, generalización, detección distribuida y optimización; basados en los principios inmunológicos, nuevas técnicas computacionales han sido desarrolladas enfocándose no solo a una mejor comprensión del sistema mismo, sino también a la solución de problemas de ingeniería [9].

2.5 Sistema de Hormigas (Ant System)

El algoritmo AS fue introducido por Dorigo en 1992 [10]. Es un algoritmo de búsqueda inspirado por el comportamiento de hormigas reales. Donde cada hormiga construye una ruta desde el hormiguero hasta la comida siguiendo estocásticamente (aleatorio) cantidades de niveles de feromonas, la intensidad de las feromonas situadas sesgará la trayectoria de hormigas sucesoras.

El algoritmo de Hormigas (AH) fue desarrollado como una heurística de propósito general que puede ser usado para solucionar diferentes problemas de optimización combinatoria. Esta heurística tiene las características de ser versátil, robusta y tener un enfoque basado en poblaciones. [10]

2.6 Optimización por colonia de hormigas (Ant colony Optimization)

El algoritmo ACO está inspirado en el comportamiento real de las hormigas. Estos insectos son capaces de encontrar la ruta más corta entre su colonia y una fuente de alimento. Esto se debe a que las hormigas pueden “transmitir” información entre ellas, gracias a un rastro de feromona que cada una de ellas deja al desplazarse. Cuando una hormiga descubre una fuente de alimento retorna a la colonia, siguiendo el rastro de feromona y reforzando el depósito de esta. La concentración de mayor de esta sustancia en este camino atrae a otras hormigas de la colonia, las cuales en su recolección de alimento siguen el mismo camino y refuerzan la feromona sobre este. Si existen varios caminos hacia la fuente de alimento las hormigas seleccionan el camino que va a ser recorrido basándose en la concentración de feromona sobre los caminos existentes [10].

Las hormigas que recorren caminos más cortas hacia las fuentes de alimento, regresan más rápido que aquellas que seleccionaron caminos más largos. De este modo el camino más corto poseerá una mayor concentración de feromona, atrayendo a un número mayor de hormigas [10].

3. PARTE EXPERIMENTAL

Para la comparación estadística entre los algoritmos AG, AM, SI, AS y ACO, se implementaron las pruebas no paramétricas de Friedman, Friedman Alineado y Quade como en [11]. En la experimentación se usó el problema de TSP, simétrico (KroA100, KroA150, KroA200, KroB100, KroB150, KroB200, KroC100, KroD100 y KroE100) y asimétrico (BR17, FTV44, FT53, FT70) obtenidas de Ruprecht Karls Universitat Heidelberg [12], Cada algoritmo fue ejecutado 33 veces para poder aplicar las pruebas estadísticas [13] y en cada ejecución se obtuvo el desempeño de la mejor hormiga o el mejor individuo de la población según sea el caso. De dicho conjunto de ejecuciones se obtuvo la mediana como representante estadístico para aplicar las pruebas no paramétricas. Como condición de paro se utilizó el criterio de 100,000 llamadas a función para cada ejecución.

Se resumen los ajustes y configuraciones de los algoritmos en la siguiente tabla:

	A. Genético	Memético	Sistema Inmune	Ant system	Ant Colony Optimization
Población	33 ^b	33 ^b	33 ^b	-	-
# de hormigas	-	-	-	33 ^b	33 ^b
Llamadas a función	100,000	100,000	100,000	100,000	100,000
Elitismo %	20	20	20	-	-
% de hipermuta	-	-	30	-	-
# de hijos	-	-	4	-	-
K-flip	-	1	-	-	-
Op. cruza	(OX)	(OX)	(OX)	-	-
Op. Selección	Ruleta pesada	Ruleta pesada	Ruleta pesada	-	-
Op. Muta	Swap-two	Swap-two	Swap-two	-	-
Feromona Ini. (Tau)	-	-	-	0.3 ^a	0.3 ^a
I. Feromona (Alpha)	-	-	-	0.7 ^a	0.7 ^a
I. Distancia (Beta)	-	-	-	0.7 ^a	0.7 ^a
I. Evaporación (Rho)	-	-	-	0.8 ^a	0.8 ^a
% Explotación (q_0)	-	-	-	-	0.9 ^a

a= Dorigo M. Ant colonies for the travelling salesman problem [1996] b= Grinstead C. Central Limit Theorem [1997]

3.1 Resultados

Se realizaron experimentos para resolver el TSP en 13 instancias de prueba en un enfoque de minimización para encontrar la ruta de menor distancia entre las ciudades de cada instancia dada. Para cada instancia se realizaron 33 experimentos para obtener la ruta mínima de cada experimento, para después obtener la mediana de los 33 experimentos para emplearla como representante en las pruebas estadísticas no paramétricas.

En la tabla siguiente se muestra una selección de las instancias utilizadas durante los experimentos, para el caso simétrico (KroA100, KroB100, KroC100) y el asimétrico (FTV44, FT53, FT70, BR17), donde se muestra la mediana de las distancias obtenidas por cada algoritmo para cada instancia:

Instancia TSP	Optimo Conocido	Ant Colony Optimization	Ant system	Algoritmo Memético	Algoritmo Genético	Sistema Inmune
KROA100	21282	21393	31150	43287	71731	73336
KROB100	22141	23554	32068	42174	68581	73225
KROC100	20749	22005	30543	40224	69391	72756
FTV44	1613	17354	19676	2168	2612	2700
FT53	6905	7953	8938	10247	12898	12129
FT70	38673	39371	41763	43125	51840	50452
BR17	39	39	39	40	41	39

Declaración de hipótesis:

H₀: No existe evidencia sobre la diferencia en el desempeño de los algoritmos.

H₁: Existe evidencia sobre las diferencias en el desempeño de los algoritmos.

Pruebas Ómnibus con nivel de significancia $\alpha = 0.05$ [11]

F_F	7.714285714	F_{AR}	10.00192493	F_Q	8.59057072
P-valor	0.02112828	P-valor	0.006731465	P-valor	0.004835861
Resultado	Se rechaza H_0	Resultado	Se rechaza H_0	Resultado	Se rechaza H_0

Prueba post-hoc (prueba a pares) de F_{AR} con nivel de significancia $\alpha = 0.05$ [11]

Algoritmo de control	Memético		Algoritmo de control	Ant Colony Optimization	
	Z	P-valor		Z	P-valor
AM vs AG	5	1.14661E-06	ACO vs AS	2.121320344	0.033894854
AM vs SI	5.285714286	2.5043E-07	ACO vs AM	4.242640687	2.20905E-05

Se acepta H_1 : Existe evidencia sobre las diferencias en el desempeño de los algoritmos. [11]

De acuerdo a los resultados de las tablas se puede observar evidencia de que el ACO presenta evidencia suficiente para indicar que hay diferencias de rendimientos con respecto a los algoritmos AG, AM, SI y AS.

4. CONCLUSIONES

Durante la experimentación se observó que el resultado de las pruebas ómnibus Friedman, Friedman de rangos alineados y Quade, concuerdan en los resultados obtenidos, en que hay diferencias de rendimiento entre los algoritmos, al realizar pruebas Post-Hoc las mismas pruebas muestran que de entre los algoritmos evolutivos, el AM es el que presenta las diferencias con respecto a SI y AG. Y que el ACO a su vez supera a AM y AS.

El ACO en cada una de las instancias del problema TSP logró obtener resultados muy cercanos al óptimo conocido por encima de los demás algoritmos, esto sustentado por las pruebas estadísticas no paramétricas. Con las configuraciones empleadas en cada algoritmo para este experimento se evidencia su diferencia de rendimiento con respecto a las demás metaheurísticas. El ACO al ser un algoritmo hecho con el propósito de resolver el TSP, muestra las restricciones específicas del problema dentro de la metaheurística, haciéndolo un método ad-hoc para resolver problemas del modelo TSP. Esto propicia que alcance resultados más próximos a la respuesta óptima conocida de cada instancia del problema.

Bajo las condiciones y configuraciones dadas estos fueron los resultados obtenidos, sin embargo no existe la certeza de que estos siempre sean posibles. En los métodos aproximados unas de las variables de mayor importancia, es si hay tiempo suficiente para dar con una respuesta y si la calidad de la misma es una característica restrictiva importante. Restricciones del problema como estas, afectan los resultados de la respuesta obtenida. Por lo anterior el diseño ad-hoc que le permitió lograr estos rendimientos al ACO, es el mismo que podrían evitar aproximar resultados con un buen rendimiento para condiciones y/o características del problema diferentes. El desarrollo de una aproximación que permita lidiar con estos cambios, y que se adapte a las condiciones del problema es el objetivo siguiente de nuestra investigación.

BIBLIOGRAFÍA

1. Alonso, S., Cordon, O., Fernandez, I., Herrera, F. (2001). La metaheurísticas de optimización basada en colonias de hormigas: modelos y nuevos enfoques. Optimización inteligente: técnicas de inteligencia computacional para optimización, 261-314.

2. Torn, A. and A. Zilinskas. 1989."Global Optimization". Berlin: Springer. Vaidyanathan, P. P. (1993). Multirate Systems and Filter Banks. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall. Valenzuela-Rendon, M. and E. Uresti.
3. Rafael Martí, Gerhard Reinelt. 2011."The Linear Ordering Problem", Exact and Heuristic Methods in Combinatorial Optimization. Applied Mathematical Science 175. Springer Verlag Berlin Heidelberg. Page 17.
4. S. Lin and B.W. Kernighan, An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem, *Oper. Res.* 21 (1973), pp. 498–516.
5. E.L. Lawler, J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan and D.B. Shmoys, *The Traveling Salesman Problem: G.E. Re Guided Tour of Combinatorial Optimization*, Wiley and Sons, New York (1985).
6. M. Padberg and G. Rinaldi, Optimization of a 532-city symmetric traveling salesman problem by branch and cut, *Oper. Res.* 6 (1987), pp. 1–7.
7. AGUSTÍN, B. (1998). Aplicación de algoritmos genéticos al diseño óptimo de sistemas de distribución de energía eléctrica. Zaragoza.
8. Moscato, P., Cotta, C. (2003). Una Introducción a los Algoritmos Meméticos. *Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 7(19), 131-148.
9. J.D. Schaffer and L.J. Eshelman. "On crossover as an evolutionary viable strategy". In R.K. Belew and L.B. Booker, editors. *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, pages 61-68, Morgan Kaufmann, 1991.
10. Dorigo, M.; Maniezzo, V.; Colorni, A., "Ant system: optimization by a colony of cooperating agents", *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, IEEE Transactions on , vol.26, no.1, pp.29,41, Feb 1996
11. Derrac, J., García, S., Molina, D., Herrera, F. (2011). A practical tutorial on the use of nonparametric statistical tests as a methodology for comparing evolutionary and swarm intelligence algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1(1), 3-18.
12. Ruprecht Karls Universität Heidelberg. Extraído de: <http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95>
13. Grinstead, Charles M.; Snell, J. Laurie (1997). ((9. Central Limit Theorem)). *Introduction to Probability* (2 edición). AMS Bookstore. pp. 325–360. ISBN 0821807498.

Agradecimientos.

Al Consejo Nacional de la Ciencia y la Tecnología (CONACyT) por brindar los recursos económicos para permitir elaborar este trabajo y a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de León por brindar las facilidades para cursar la Maestría en Ciencias en Ciencias de la Computación. (CVU/Becario): **595547/309062**

Obtención de hexaferrita de estroncio mediante poliol asistido con tratamiento térmico: efecto del tiempo de crecimiento de partícula.

F. N. Tenorio González, A. M. Bolarín Miró^a, F. Sánchez De Jesús^{a,*}, P. Vera Serna^b, C. A. Cortés Escobedo^b

^a Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Pachuca, Hgo, felipe_n_58@hotmail.com, anabolarin@msn.com, fsanchez@uaeh.edu.mx

^b Centro de Investigación e Innovación Tecnológica IPN, claudia.alicia.cortes@gmail.com

^c Universidad Politécnica de Tecámac, Edo. de México eugenia.sanchez@cuci.udg.mx

RESUMEN

Se presenta la síntesis de nanopartículas de hexaferrita de estroncio, SrFe₁₂O₁₉, mediante poliol y tratamientos térmicos. Se emplearon acetatos de hierro y estroncio como precursores y di-etilenglicol como agente quelante. Durante el proceso poliol se evaluó el efecto del tiempo de crecimiento de partícula, manteniendo constante la temperatura a 240°C, dando como resultado aglomerados de 18 micrómetros. Para completar la reacción y obtener SrFe₁₂O₁₉ se realizaron diversos tratamientos térmicos en un rango desde 750 hasta 1050°C. La caracterización mediante difracción de rayos X y magnetometría de muestra vibrante, revelan la formación de la fase hexagonal a 750°C con un valor de 55 emu/g de magnetización de saturación y de 4.9 kOe en campo coercitivo, mientras que el análisis por refinamiento Rietveld indica que alrededor del 90% del polvo es hexaferrita de estroncio y el resto es hematita (Fe₂O₃). Un estudio cualitativo mediante microscopia electrónica de barrido muestra la presencia de aglomerados de nanopartículas de 300 nm con morfología redondeada.

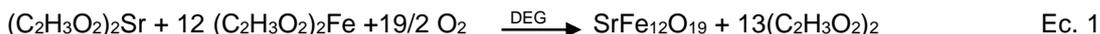
1. INTRODUCCIÓN

Las hexaferritas tipo M con fórmula química MeFe₁₂O₁₉ (Me=Ba, Sr y Pb) han sido ampliamente utilizadas como imanes permanentes para su aplicación en dispositivos de almacenamiento, fluidos magnéticos y dispositivos de microondas entre otros (1). A fin de sintetizar la hexaferrita en una sola fase, se han empleado diferentes técnicas, tales como co-precipitación química, hidrotermal, micro-emulsión y sol-gel (2); En cuanto a la producción de sólidos particulados por técnicas químicas se puede mencionar que el poliol es un método que realiza el proceso de síntesis mediante la reducción u oxidación de precursores de metales nobles (3) empleando un diol como agente quelante el cual puede ser etilenglicol (EG) dietilenglicol (DEG) o glicerol (4). Entre las ventajas que presenta este método se puede mencionar que los disolventes que se utilizan son de bajo costo y que produce partículas que poseen tamaños en escala nanométrica (5).

Las propiedades magnéticas de la hexaferrita de estroncio dependen de la porosidad, fases secundarias, (6) distribución de los cationes en la estructura cristalina, del tamaño de partícula y del método de síntesis (7), el método del poliol posee diversas variables que pueden controlar estas propiedades entre las cuales se pueden mencionar la concentración, tiempo, temperatura y pH, un dato interesante es que los dioles únicamente admiten una concentración no mayor a 10⁻² M, ya que si esto es superado se generan aglomeraciones en el polvo (8). Este trabajo se enfoca en la evaluación del tiempo de síntesis, y en específico, el tiempo de crecimiento de partícula para verificar su efecto sobre las propiedades magnéticas de la hexaferrita.

2. PARTE EXPERIMENTAL

Se preparó una solución 0.81M disolviendo proporciones estequiométricas de acetato de hierro $(C_2H_3O_2)_2Fe$ y acetato de estroncio $(C_2H_3O_2)_2Sr$ en 100mL de dietilenglicol (DEG) a fin de obtener $SrFe_{12}O_{19}$, tal como se describe en la siguiente ecuación:



La solución fue agitada a 700 rpm y se suministró energía térmica durante 15 minutos, alcanzando una temperatura de 130°C, con el propósito de realizar el proceso de nucleación, posteriormente se aumentó la temperatura hasta el punto de ebullición DEG (240°C) y se mantuvo a diferentes tiempos para determinar el crecimiento de partícula.

Al culminar el proceso, la solución obtenida fue calcinada a 300°C hasta eliminar la parte orgánica. El polvo obtenido fue molido en un mortero de ágata, posteriormente se aplicaron tratamientos térmicos en un rango de 750 a 1050°C para completar la reacción descrita en la Ec. 1. Al terminar el proceso, todas las muestras se analizaron mediante difracción de rayos X empleando un difractómetro marca Inel Equinox 2000 con radiación de $CoK\alpha_1$ ($\lambda=1.7890100\text{\AA}$) en un rango de 20-85° con incrementos de 0.02 (2θ), para determinar las fases presentes. El efecto de la fase secundaria sobre las propiedades magnéticas fueron estudiadas por la técnica de magnetometría de muestra vibrante, usando un magnetómetro marca Microsense EV7 con un campo máximo de $\pm 18kOe$. Se estudió la morfología de los polvos utilizando el microscopio electrónico de barrido marca JEOL- JSM-7800F.

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

La Figura 1 muestra el estudio por difracción de rayos X de los polvos obtenidos por el método poliol y tratamiento térmico a diferentes temperaturas, donde es posible observar que en todos los casos se forma la hexaferrita de estroncio ($SrFe_{12}O_{19}$ ICSD 69023, $P63mmc$), sin embargo existe una fase secundaria (Fe_2O_3 , ICSD # 22505, $R3cH$) que varía en intensidad dependiendo de la temperatura de tratamiento térmico.

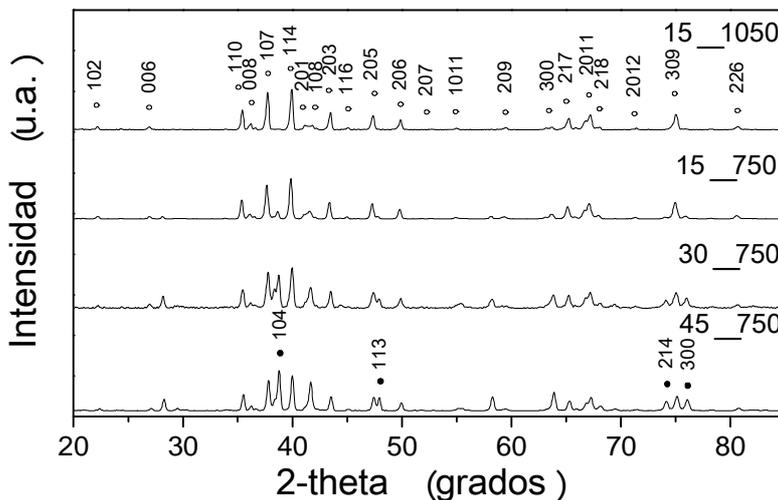


Figura 1: Patrones de difracción del polvo obtenido por poliol y tratamiento térmico.

La fase hexagonal fue indexada empleando la ecuación 2, mientras que la fase romboédrica con la ecuación 3.

$$1/d^2 = 4/3 ((h^2+hk+k^2)/a^2) + l^2/c^2 \quad Ec.2$$

$$1/d^2 = h^2/a^2 + k^2/b^2 + l^2/c^2$$

Ec.3

Donde Θ es el ángulo de la fase, abc son los parámetros de red, hkl son los índices de Miller y λ es la longitud de onda.

Debido a la intensidad se sabe que el pico primario de la hexaferrita de estroncio es el (114), mientras que para la hematita es (104); esto permite deducir que al aplicar tratamientos térmicos a 750°C se encuentra la transformación de fase ya que en la muestra con 45 min de tiempo de crecimiento se observa una mayor intensidad en los picos de la fase hematita mientras que al reducir este tiempo hasta 30 min los picos principales se encuentran con intensidad semejante, pero en 15 min la fase romboédrica se ha reducido en gran cantidad. Al incrementar la temperatura de tratamiento térmico hasta 1050°C la hematita desaparece y se obtiene una fase completamente pura.

La Figura 2 muestra el refinamiento Rietveld de la muestra calcinada a 750°C, donde se observa que se han obtenido polvos nanocrystalinos de 100 nm en cuanto a hexaferrita se refiere, mientras que la hematita posee un tamaño de cristal de 77 nm. El polvo obtenido contiene 89.09% de hexaferrita y el resto es hematita, este porcentaje de formación permite que las propiedades del material correspondan a un material magnéticamente duro.

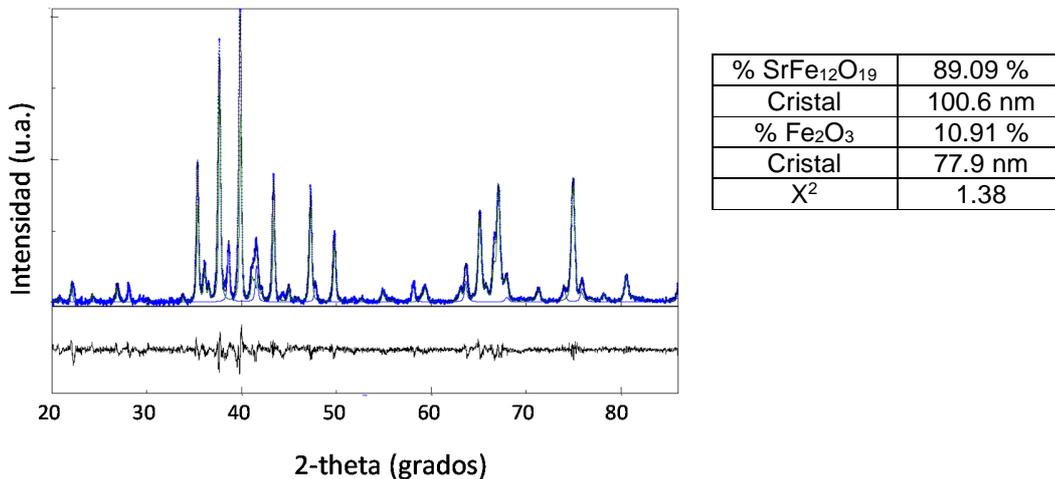


Figura 2: Refinamiento Rietveld de la muestra 15_750.

En la Figura 3 se muestran las curvas de histéresis, donde se observa que a un tiempo de crecimiento de 45 min se obtiene un material con magnetización baja, similar al de la hematita, pero su campo coercitivo no corresponde a un material magnéticamente blando, de esta manera se confirma que la hexaferrita es la fase secundaria. En el experimento con 30 minutos de crecimiento, se observa una magnetización alta pero después del campo remanente la curva muestra una caída abrupta, que provoca que el campo coercitivo se reduzca, este efecto es provocado por la fase secundaria que en este caso es hematita, confirmando los resultados previos. Al reducir el tiempo de síntesis se observa la curva de histéresis de un material magnéticamente duro, que confirma la formación de la hexaferrita de estroncio y se sabe que el porcentaje de hematita presente únicamente está distorsionando la estructura cristalina ya que al aumentar la temperatura de tratamiento térmico la magnetización incrementa y esto se debe a que la magnetización es únicamente la manifestación del ordenamiento de los espines magnéticos.

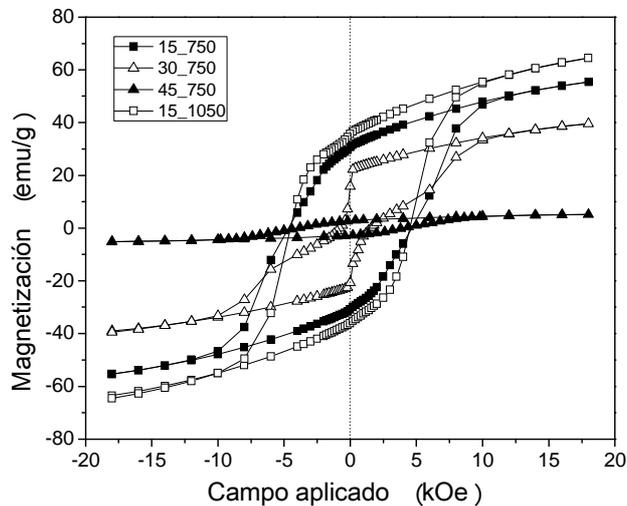


Figura 3: Estudio por VSM de los polvos de hexaferrita.

La Figura 4 muestra partículas aglomeradas de diferentes tamaños, que van desde 130 nm hasta 350 nm, con una morfología redondeada. Adicionalmente, se aprecia la presencia de una fase secundaria con color blanco brillante, la cual se considera que se trata de Fe_2O_3 a la cual se atribuye la modificación en las propiedades magnéticas.

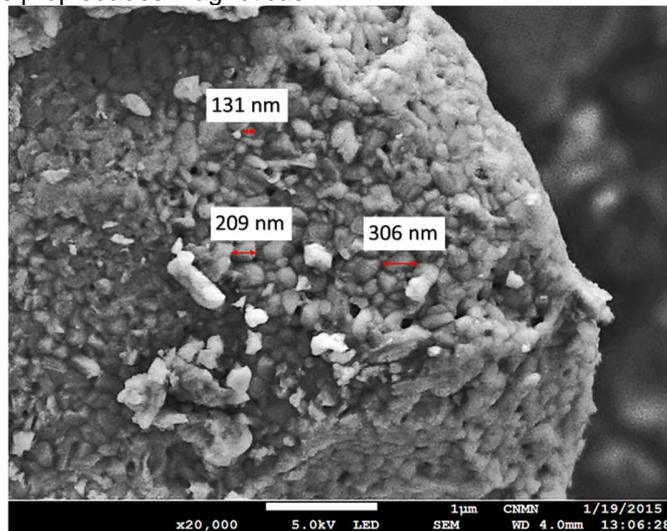


Figura 4: Micrografía de la muestra 15_750.

4. CONCLUSIONES

Es posible obtener la ferrita nanocristalina con estructura hexagonal por medio del proceso poliol asistido por tratamiento térmico a una temperatura de 750°C. Los resultados mostraron que al aumentar la energía térmica se sintetiza la hexaferrita de estroncio con mayor pureza, mientras que al incrementar el tiempo de crecimiento de partícula, se aumenta la presencia de la fase secundaria esto se debe a que el proceso poliol no proporciona la suficiente presión para deformar la estructura y desvía el objetivo formando otra estructura, es por esto que se requiere un incremento de energía,

ya que es necesario en primera instancia sintetizar la hematita y posteriormente reordenar los iones formando la estructura hexagonal.

5. BIBLIOGRAFÍA

1. A. Drmota, A. Znidarsic y A. Kosak, "Synthesis of strontium hexaferrite nanoparticles prepared using co-precipitation method and microemulsion processing", *Journal of physics*, Vol. 200, 2010, pp. 1-4.
2. S. Kanagesan, et al. "Particle morphology and magnetic properties of $Ba_{0.5}Sr_{0.5}Fe_{12}O_{19}$ powder calcined conventionally and by microwave heating", *Journal of alloys and compounds*, Vol. 543, 2012, pp. 49-52.
3. L. Nguyen Viet, et al. "Sharp cubic and octahedral morphologies of poly(vinylpyrrolidone)-stabilised platinum nanoparticles by polyol method in ethylene glycol: their nucleation, growth and formation mechanisms", *Journal of Experimental Nanoscience*, Vol. 7, 2012.
4. K. Hao, C. Kaimin y M. Yen "The influences of microwave irradiation and polyol precursor pH on Cu/AC catalyst and its CO oxidation performance", *Journal of Nanopart research*, Vol. 14, 2012.
5. H. Srinivasan, et al. "Microwave assisted polyol method for the preparation of Pt/C, Ru/C and PtRu/C nanoparticles and its application in electrooxidation of methanol", *Journal of Power Sources*, Vol. 214, 2012, pp. 33-39.
6. A. Nourbakhsh, et al. "Optimization of the magnetic properties and microstructure of Co^{2+} La^{3+} substituted strontium hexaferrite by varying the production parameters", *Ceramics International*, Vol. 40, 2014, pp. 5675–5680.
7. R. Gordani, et al. "Enhanced magnetic properties of substituted Sr-hexaferrite nanoparticles synthesized by co-precipitation method", *Ceramics International*, Vol. 40, 2014, pp. 4945–4952.
8. G. Altincekic, et al. "Influence of synthesis conditions on particle morphology of nanosized Cu/ZnO powder by polyol method", *Bull Material Science*, Vol. 31, 2008, pp. 619-624.

ESTRUCTURAS DE BANDAS DE CRISTALES FOTÓNICOS EN 2D CON SUPERFICIES RUGOSAS QUE CONTIENEN METAMATERIAL DISPERSIVO

Luis Eduardo Puente Díaz^a, Héctor Pérez Aguilar^a, Alberto Mendoza Suárez^a

^aFacultad de Ciencias Físico-Matemáticas “Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”, UMSNH, Morelia, Mich., fmatpuente@gmail.com, hiperezag@yahoo.com, amendozas777@yahoo.com.mx

RESUMEN:

Los cristales fotónicos (CFs), actualmente son un tema de investigación novedoso debido a que presentan un alto potencial para muchas aplicaciones, tales como el desarrollo de los circuitos fotónicos integrados. Los CFs están compuestos de estructuras dieléctricas periódicas que afectan a la propagación de las ondas electromagnéticas (EM) del mismo modo que el potencial periódico en un semiconductor afecta el movimiento de los electrones, definiendo análogamente bandas fotónicas permitidas y prohibidas. En este trabajo presentamos un método integral que permite calcular estructuras de bandas en cristales fotónicos bidimensionales con superficies rugosas que contienen metamaterial dispersivo en una celda unitaria, basado en la solución numérica de la ecuación de Helmholtz mediante el uso de ecuaciones integrales. La influencia de la rugosidad en la superficie es muy notoria en la estructura de bandas, lo cual indica cambios considerables en las propiedades de transmisión en un cristal fotónico real. Esta idea de modelar superficies rugosas es relevante, ya que a pesar de la existencia de una tecnología bien desarrollada para la fabricación de superficies se tienen cristales fotónicos con defectos.

1. INTRODUCCIÓN

En el campo de las telecomunicaciones, los conductores de cobre han sido substituidos por fibras ópticas para la transmisión de señales. Sin embargo, la velocidad de envío de la señal vía Internet es lenta se debe en gran parte a que al ingresar la señal óptica en los dispositivos de proceso electrónicos, ésta debe convertirse en señal eléctrica. Por esta razón se busca una nueva alternativa de desarrollo en la tecnología de telecomunicaciones que sea puramente fotónica. Aquí es donde el estudio de circuitos fotónicos y particularmente de **Cristales Fotónicos** (CFs) se hace necesario. Los CFs son sistemas que aveces involucran simetrías complicadas y propiedades físicas muy novedosas, como las correspondientes a los metamateriales. Estos materiales artificiales, conocidos también como materiales izquierdos (LHMs), han atraído un gran interés de investigación entre los investigadores de diferentes campos. Este entusiasmo se puede atribuir principalmente a sus características electromagnéticas únicas, debido al hecho de que los vectores de la luz ($\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{k}$) forman una triada con la mano izquierda para una onda que se propaga a través de estos medios [1]. Aunque los experimentos fundamentales con metamateriales se han desarrollado para la región de microondas del espectro electromagnético, existen resultados recientes que indican que los LHMs están ahora disponibles en las regiones visible e infrarroja [2]. Puesto que estos materiales tienen un índice de refracción negativo dentro de un rango dado del espectro electromagnético, algunos de los fenómenos ópticos bien conocidos presentan variaciones que los hacen potencialmente útiles para nuevas aplicaciones tecnológicas, como por ejemplo la refracción negativa, la invisibilidad y la transmisión de información [3,4]. Como consecuencia, la comunidad científica ha comenzado a estudiar una variedad de sistemas ópticos que incluyen LHMs como componentes principales.

El estudio de la propagación de la luz en CFs se basa en métodos numéricos, algunos de los cuales se aplicaron primero en física del estado sólido para el estudio de estructuras de bandas electrónicas. El más citado puede ser el método de ondas planas [5] que permite calcular las estructuras de bandas fotónicas que implican materiales sin dispersión y absorción. Otra de las desventajas de este método es cuando los bordes afilados están presentes en las inclusiones de la

celda unitaria y la expansión de la función dieléctrica, en términos de una serie de Fourier truncada, presenta problemas de convergencia aumentando los requisitos de memoria. Además de un alto contraste entre las propiedades de los materiales que componen, también el método produce cierta inestabilidad en las soluciones. Bajo este contexto, el método integral que estamos considerando en este trabajo [6], presenta algunas ventajas en comparación con el método de ondas planas y otros métodos, ya que tiene la capacidad de estudiar diferentes aspectos de estos sistemas que tienen geometrías complicadas y propiedades físicas muy novedosas, como las correspondientes a los metamateriales. Como veremos, el formalismo propuesto ha sido considerado como una alternativa a los métodos existentes en el sentido de que da buenos resultados a diferencia de otros donde suelen fallar.

Este trabajo está desarrollado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta el sistema a estudiar y un método numérico riguroso para resolver el problema planteado. En la sección 3 se muestran resultados numéricos preliminares del cálculo de estructuras de bandas en cristales fotónicos bidimensionales con superficies rugosas que contienen metamaterial dispersivo en la inclusión cilíndrica de una celda unitaria cuadrada. Finalmente, en la sección 4 se dan las conclusiones de este trabajo.

2. TEORÍA

El interés de este trabajo es poder obtener las estructuras de bandas de un cristal fotónico en 2D (CF2D) con superficies rugosas que contienen metamaterial dispersivo (LHM) y dieléctrico (LR2DPC) en una celda unitaria mediante la aplicación de un método numérico basado en la segunda identidad de Green para resolver la ecuación de Helmholtz. La celda unitaria está compuesta de dos materiales, vacío (ϵ_1) y LHM ($\epsilon_2(\omega)$) como se muestra en la Fig.1.

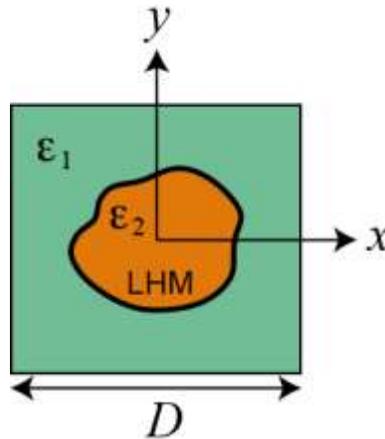


Figura 1. Diagrama de un cristal fotónico bidimensional infinito. La celda unitaria cuadrada de longitud D está compuesta de dos materiales diferentes con constantes dieléctricas ϵ_1 y $\epsilon_2(\omega)$.

Las propiedades ópticas están dadas por la función dieléctrica [7,8]

$$\epsilon_p(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (1)$$

y la permeabilidad magnética

$$\mu_p(\omega) = 1 - \frac{F \omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2}. \quad (2)$$

Estas funciones son mostradas en Fig. 2 con los parámetros $\omega_p = 10c/D$, $\omega_0 = 4c/D$ y $F = 0.56$ [7,8]. La región donde este LHM presenta un índice de refracción negativo está dentro del rango de frecuencia $\omega_0 < \omega < \omega_{LM}$ con $\omega_{LM} = \omega_0/\sqrt{1-F}$. En la Fig. 2 y en las siguientes usaremos las unidades reducidas de frecuencia dada por $\omega_r = \omega D/2\pi c$ y el vector de onda de Bloch $k_r = kD/2\pi$, donde c representa la velocidad de la luz y D es una constante de normalización que elegimos para ser la dimensión del lado de una celda unitaria cuadrada. En unidades reducidas el plasma y las frecuencias de resonancia son $\omega_p = 1.592$ y $\omega_0 = 0.637$, respectivamente. La técnica numérica que se describe brevemente se le conoce como el Método de la Ecuación Integral que ha sido desarrollado por Mendoza y sus colaboradores [6,8].

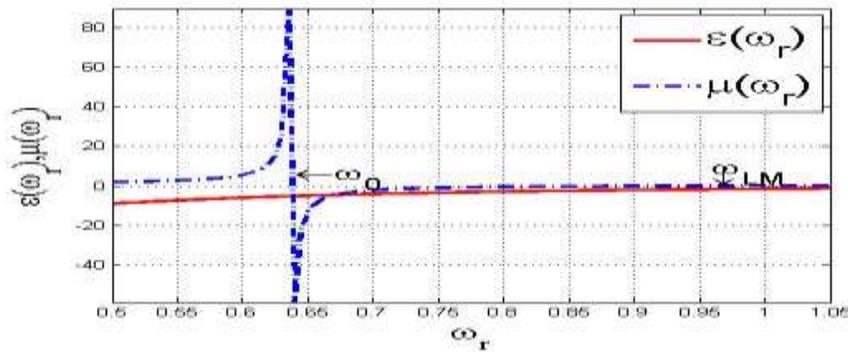


Figura 2. Función dieléctrica ε_r y permeabilidad magnética μ_r de un material dispersivo (LHM) como una función de la frecuencia reducida.

2.1 Método de la Ecuación Integral

Como sabemos, si asumimos una dependencia armónica del tiempo $e^{-i\omega t}$ para los campos electromagnéticos, la ecuación de onda es transformada en la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2 \Psi_j(\mathbf{r}) + k_j^2 \Psi_j(\mathbf{r}) = 0 \quad (3)$$

En la Ec. (3), $\Psi_j(\mathbf{r})$ representa el campo eléctrico E_z en el caso de la polarización TE , y el campo magnético H_z en el caso de la polarización TM , ambas en el j -ésimo medio (Fig. 1). Se considera que el campo electromagnético $\Psi_j(\mathbf{r})$ satisface las condiciones de frontera para cada polarización y las condiciones de periodicidad debido a la presencia del CF2D por medio del teorema de Bloch. La magnitud del vector de onda está dado por:

$$k_j = n_j(\omega) \frac{\omega}{c} \quad (4)$$

donde el índice de refracción $n_j(\omega) = \pm \sqrt{\mu_j(\omega)\varepsilon_j(\omega)}$ que involucra las propiedades de los materiales esta dado en términos de la permeabilidad magnética $\mu_j(\omega)$ y la permitividad eléctrica $\varepsilon_j(\omega)$, ambas funciones dependiendo de la frecuencia ω . La velocidad de la luz está indicada por c . El signo que aparece en la ecuación del índice de refracción debe ser tomado como negativo cuando se considere un LHM y positivo cuando el medio sea un material dieléctrico.

Ahora introducimos una función de Green $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, la cual es una solución de la ecuación

$$\nabla^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + k_j^2 G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -4\pi\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (5)$$

donde $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = i\pi H_0^{(1)}(k_j|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ siendo $H_0^{(1)}(\zeta)$ la función de Hankel de primera clase y de orden cero. Aplicando la segunda identidad del teorema integral de Green a las funciones $E_z^j(\mathbf{r})$ y $G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ para cada región correspondiente al j -ésimo medio, obtenemos

$$4\pi \int_{S_j} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') E_z^j(\mathbf{r}') dA' = \oint_{C_j} \left[G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \frac{\partial E_z^j(\mathbf{r}')}{\partial n_j'} - \frac{\partial G_j(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{\partial n_j'} E_z^j(\mathbf{r}') \right] ds', \quad (6)$$

donde la superficie S_j está limitada por el correspondiente contorno cerrado C_j y $\partial/\partial n_j$ es la derivada a lo largo de la normal al contorno C_j . Las funciones fuente $E_z^j(\mathbf{r})$ y $\partial E_z^j(\mathbf{r})/\partial n_j$ que representan los valores del campo eléctrico y su derivada normal evaluadas sobre el contorno C_j pueden ser obtenidas a partir de la Ec. (6). Para esto, se hace una aproximación del punto de observación sobre los contornos que delimitan cada una de las regiones llegando a un sistema de ecuaciones integrales acopladas (ver Ref. [6]). El sistema de ecuaciones integrales obtenido puede ser resuelto numéricamente por medio de una discretización sobre cada uno de los contornos, que bajo las condiciones de frontera sobre los perfiles y por la condición de periodicidad dada por la simetría de translación del CF2D, se llega a un sistema de ecuaciones algebraico. Como el sistema de ecuaciones determinado por la matriz M es homogéneo, se tiene que su determinante es cero. Así, cuando la función real está definida como

$$D(k, \omega) = \ln [\det(M)], \quad (7)$$

sus puntos mínimos locales darán la relación de dispersión $\omega = \omega(k)$ que determina la estructura de bandas. Para más detalle del método integral para sistemas periódicos se puede consultar las Refs. [6,8].

3. RESULTADOS

Como un ejemplo de aplicación consideramos el sistema propuesto de una celda unitaria de un CF2D que tiene un metamaterial con inclusión cilíndrica con una fracción de llenado $f = 0.189$, constante dieléctrica $\varepsilon_1 = 1$ y constante de permeabilidad magnética $\mu_1 = 1$ para el vacío y para el metamaterial los valores dados de las ecuaciones (1) y (2) con los parámetros $\omega_p = 1.592$, $\omega_0 = 0.637$ y $F = 0.0189$. Este sistema ya fue previamente analizado por Mendoza-Suárez y colaboradores [8,9]. En las Figs. 3(a) y 4(a) se muestra una celda unitaria cuadrada de un CF2D que tiene un metamaterial con inclusión cilíndrica con un contorno suave y en la Figs. 3(b) y 4(b) se presenta la estructura de bandas en términos de la frecuencia reducida $\omega_r = \omega^D / (2\pi c)$ y el vector

de Bloch reducido $k_r = kD / (2\pi)$ en la primera zona de Brillouin en el espacio k . En este caso el parámetro de red fue considerado como $D = 1$.

A pesar de la existencia de una tecnología bien desarrollada se tienen defectos en la fabricación de superficies para los cristales fotónicos. Por esta razón, estamos interesados en estudiar la influencia de la rugosidad en las paredes de un CF2D real. Como en este trabajo sólo se está presentando el análisis de un CF2D infinito queda como trabajo futuro el caso de un cristal truncado, lo cual permitirá ver los cambios considerables en las propiedades de transmisión. Para estudiar los efectos de la rugosidad, consideramos un perfil de superficie aleatorio sobre la inclusión cilíndrica de la celda unitaria. Este perfil está definido por una realización de un proceso aleatorio de correlación Gaussiana que obedece una función de densidad de probabilidad exponencial negativa. En las Figs. 3(c) y 4(c) se muestra el perfil que tiene una rugosidad aleatoria con una longitud de correlación $\alpha = 0.0526$ y una desviación estándar de las alturas $\delta = 0.0126$ para distintos puntos de muestreo. Tomando en cuenta los mismos parámetros que en el caso de un perfil suave, se presenta en las Figs. 3(d) y 4(d) las estructuras de bandas correspondientes. Para este ejemplo se consideró una rugosidad notable para que se apreciaran los cambios en la estructura de las bandas.

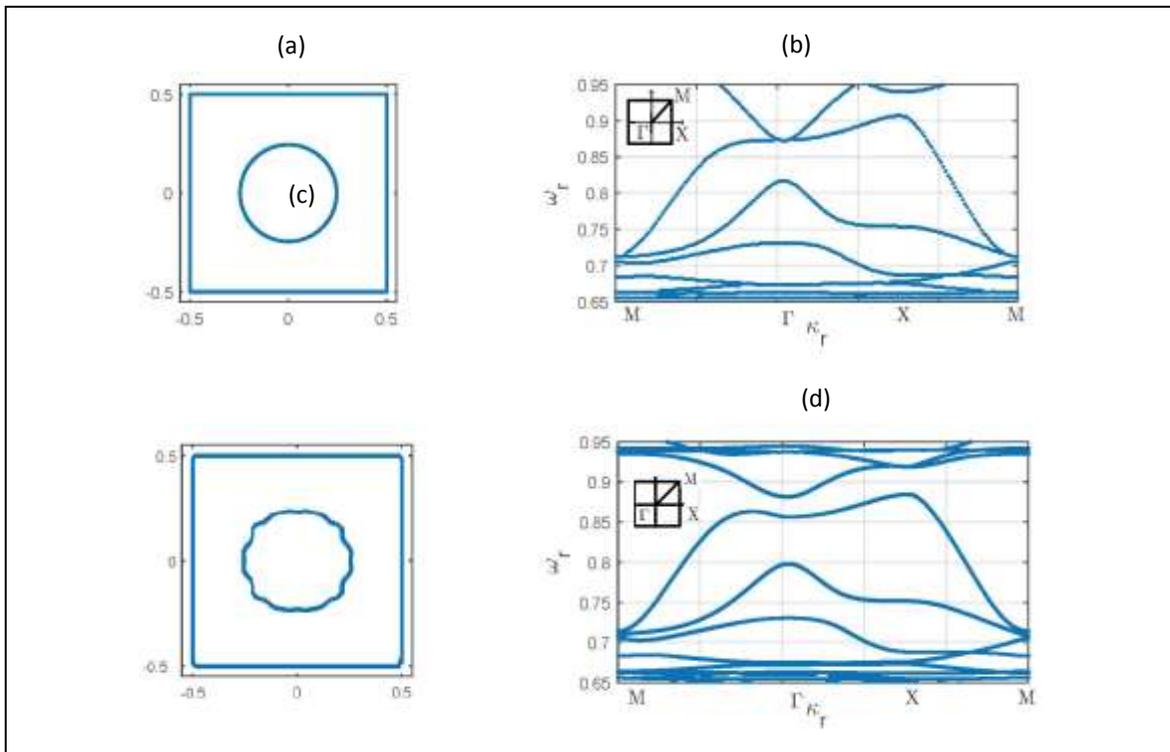


Figura 3. Celda unitaria cuadrada de un CF2D que está compuesta de dos materiales, vacío y metamaterial en la inclusión cilíndrica con un contorno (a) sólido y (c) rugoso. Estructura de bandas bajo polarización TM para un CF2D con barras de sección cuadrada para un contorno (b) sólido y (d) rugoso. El recuadro de la izquierda muestra la primera zona de Brillouin en el espacio k .

En la Figs. 3(d) y 4(d) se tienen cambios considerables en la bandas debido al efecto de la rugosidad en la superficie de la inclusión de la celda.

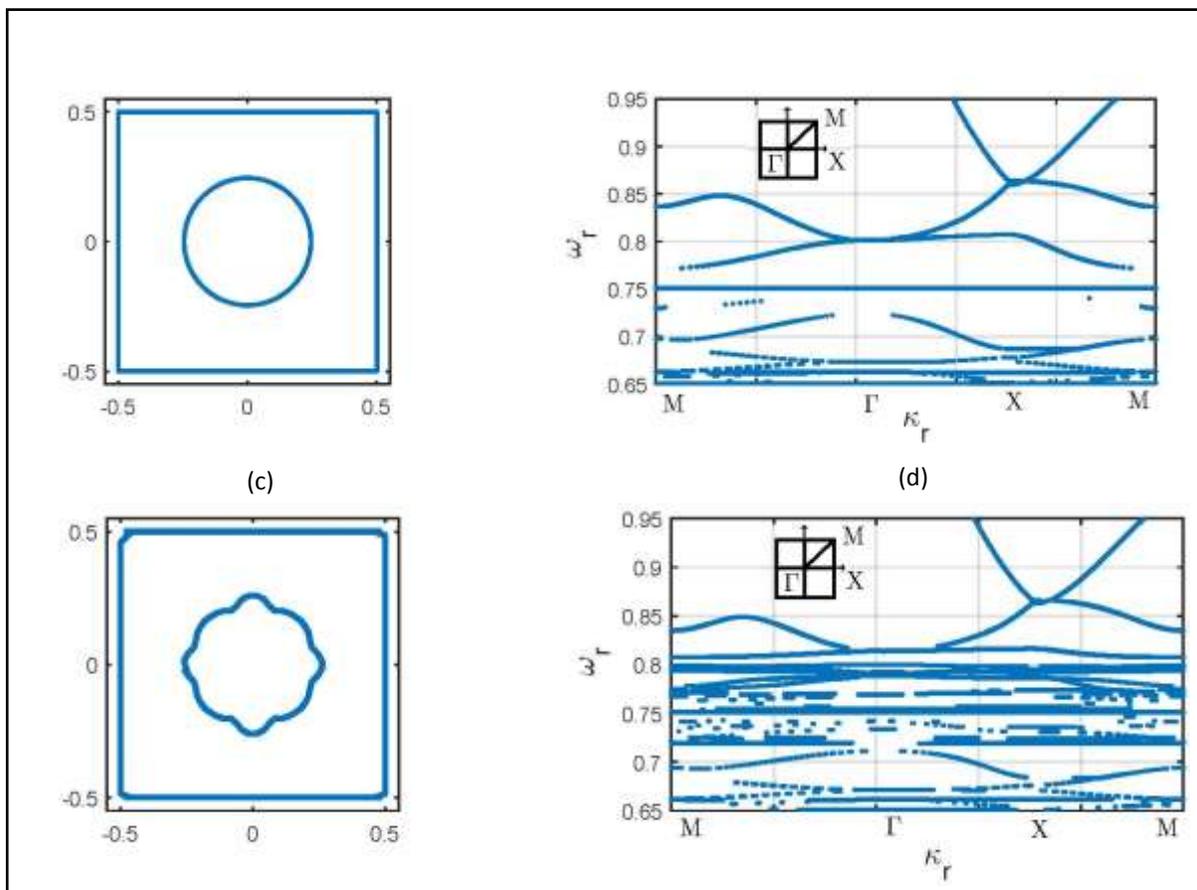


Figura 4. Celda unitaria cuadrada de un CF2D que está compuesta de dos materiales, vacío y metamaterial en la inclusión cilíndrica con un contorno (a) sólido y (c) rugoso. Estructura de bandas bajo polarización TE para un CF2D con barras de sección cuadrada para un contorno (b) sólido y (d) rugoso. El recuadro de la izquierda muestra la primera zona de Brillouin en el espacio k .

4. CONCLUSIONES

Hemos aplicado un método numérico para calcular la estructura de bandas de un cristal fotónico bidimensional con superficies rugosas que contiene un metamaterial dispersivo en una inclusión cilíndrica. Este método de la Ecuación Integral tiene una gran ventaja en comparación de los demás métodos; la cual es sólo tener en cuenta un número finito de puntos de muestreo a lo largo de los contornos de la celda unitaria, permitiendo una menor cantidad de recursos computacionales. Además, el método integral permite estudiar diferentes aspectos de estos

sistemas que tienen geometrías complicadas; en particular, la rugosidad en la superficie de los cristales fotónicos. Los efectos de la rugosidad aleatoria sobre la pared de la inclusión cilíndrica que contiene un metamaterial dispersivo modifica considerablemente la estructura de bandas, lo cual es importante tomar en cuenta en la fabricación de los cristales fotónicos.

REFERENCIAS

1. V. G. Veselago, "The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of ϵ and μ ," *Sov. Phys. Usp.* Vol. 10, 509-514 (1968).
2. H. J. Lezec, J. A. Dionne, and H. A. Atwater, "Negative refraction at visible frequencies," *Science* Vol. 316, 430-432 (2007).
3. N. Engheta, and R. W. Ziolkowski, "A positive future for double-negative metamaterials," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* Vol. 53, 1535-1556 (2005).
4. N., Engheta, "Circuits with light at nanoscales: optical nanocircuits inspired by metamaterials," *Science* Vol. 317, 1698-1702 (2007).
5. R. Archuleta-García, M. B. Manzanares-Martínez y J. Manzanares-Martínez, "Una descripción del método de ondas planas para el cálculo de bandas fotónicas," *Rev. Boliviana de Fis.* Vol. 13, 79-85 (2007).
6. A. Mendoza-Suárez, F. Villa-Villa, and J. A. Gaspar-Armenta, "Numerical method based on the solution of integral equations for the calculation of the band structure and reflectance of one- and two- dimensional photonic crystals," *J. Opt. Soc. Am. B*, Vol. 23, 2249-2256 (2006).
7. D. Bria, B. Djafari-Rouhani, A. Akjouj, L. Dobrzynski, J. P. Vigneron, E. H. El Boudoti, and A. Nougouei, "Band structure and omnidirectional photonic band gap in lamellar structures with left-handed materials," *Phys. Rev. E* Vol. 69, 066613 (2004).
8. F. Villa-Villa, J. A. Gaspar-Armenta, and A. Mendoza-Suárez, "Surface modes in one dimensional photonic crystals that include left handed materials," *J. Electromagn. Waves Appl.* Vol. 21, 485-489 (2007).
9. A. Mendoza-Suárez, F. Villa-Villa, J. A. Gaspar-Armenta, "Band structure of two-dimensional photonic crystals that include dispersive left-handed materials and dielectrics in the unit cell" *J. Opt. Soc. Am. B* Vol. 24, 3091-3098 (2007).
10. L. Wu, S. He, and L. Chen, "On unusual narrow transmission bands for a multi-layered periodic structure containing left handed materials," *Opt. Express* Vol. 11, 1283-1290 (2003).
11. R. Ruppín, "Surface polaritons of a left-handed medium," *Phys. Lett. A* Vol. 227, 61-64 (2000).

ESTUDIO DE LA POSIBILIDAD DE REUTILIZACIÓN DEL ÁCIDO CÍTRICO Y TIOSULFATO DE SODIO UTILIZADOS EN EL BLANQUEAMIENTO DE ARCILLAS CAOLINÍICAS.

Astrid D. Toache^a, Leticia E. Hernández^a, Gretchen T. Lapidus^b, Felipe Legorreta G.^a,

^aÁrea Académica de Ciencias de la Tierra y Materiales, Instituto de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Mineral de la Reforma, Hgo.,

astrid.toache@gmail.com, hcruz@uaeh.reduaeh.mx, felegorreta@hotmail.com

^bDepartamento de Ingeniería de Procesos e Hidráulica, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, D.F., gtlI@xanum.uam.mx

RESUMEN

Recientemente Olvera-Venegas investigó la disolución del hierro contenido en una arcilla caolinítica proveniente del municipio de Huayacocotla (estado de Veracruz), utilizando como agente reductor al tiosulfato de sodio y como agente complejante al ácido cítrico. Se obtuvieron buenas extracciones, pero los licores obtenidos de este proceso no pueden ser vertidos al medio ambiente, consecuentemente, surge la necesidad de tratamiento de los mismos. Por tal motivo, en este trabajo se estudia la viabilidad de recircular dichos licores antes de remover el hierro y reutilizar la solución. Para lo anterior se realizaron pruebas para conocer el nivel de saturación de la misma con el hierro (Fe) y además conocer la posibilidad de reutilización de los agentes lixiviantes. Se empleó el método de cromatografía de iones (CI) para determinar el consumo del tiosulfato de sodio y la espectrofotometría de absorción atómica (AA) para cuantificar la concentración de Fe(II) en los licores. Los resultados del análisis de los licores de lixiviación mostraron que es posible recircular y reutilizar por varias ocasiones la solución de los agentes lixiviantes (ácido cítrico y tiosulfato de sodio) en el blanqueo del caolín. Por otro lado, se observó que al aumentar la cantidad de caolín utilizado en una lixiviación, es necesario aumentar de igual manera el tiempo de lixiviación de la arcilla.

1. INTRODUCCIÓN

Debido al desarrollo constante de diversas industrias, en la actualidad existe un gran incremento en la generación de efluentes industriales dentro de los cuales se encuentran diferentes sustancias disueltas y en suspensión. La composición de estos residuos varía con el tipo de industria y con el tipo de proceso, pero en general es posible encontrar tanto metales pesados, como valores de pH muy ácidos o básicos; si éstos son vertidos al medio ambiente ocasionan importantes problemas ecológicos y de salud humana. Al lixiviar la arcilla caolinítica del municipio de Huayacocotla del Estado de Veracruz, con ácido cítrico como agente complejante y el tiosulfato de sodio como agente reductor, los licores obtenidos presentan importantes concentraciones de hierro (Fe) y no pueden ser vertidos o desechados al entorno, debido a que la presencia de éste ion puede afectar la potabilidad del agua. En general no es conveniente en las aguas industriales por dar lugar a depósitos e incrustaciones [1], razón por la cual surge la necesidad de buscar una alternativa más amigable para el medio ambiente. Es por esto que se estudió la posibilidad de aumentar la cantidad de caolín y/o de reutilizar o recircular los licores de lixiviación para encontrar el momento de saturación de los mismos y determinar su máxima utilización en el blanqueamiento óptimo del caolín por medio de la lixiviación.

2. TEORÍA

El caolín es un aluminosilicato hidratado ($\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), utilizado principalmente en aplicaciones industriales debido a sus propiedades químicas, físicas y fisicoquímicas únicas. La presencia de impurezas, particularmente el hierro, imparte color al caolín, afectando su utilidad para sus diversas aplicaciones. La remoción del hierro del caolín es de particular importancia, puesto que la calidad de las arcillas está medida en función del contenido de éste. Para darle

mayor utilidad al caolín y además incrementar su valor monetario surge la necesidad de lixiviarlo para lograr la purificación del mismo. En la eliminación de hierro las técnicas físicas de separación, generalmente son menos efectivas que las químicas [2].

Los óxidos de hierro son muy poco solubles y por lo tanto para lograr su disolución es necesario llevar a cabo una lixiviación ácida y ésta puede acelerarse utilizando agentes oxido-reductores. En este sentido, un método de lixiviación que ha dado excelentes resultados en el blanqueo del caolín, es el que utiliza ácido cítrico como agente quelante y tiosulfato de sodio como agente reductor, obteniendo hasta un 99% de reducción de hierro (Olvera, 2004) [3].

Sin embargo, es importante mencionar que las cantidades de hierro contenidas en los licores provenientes de la lixiviación son muy elevadas (80 mg L⁻¹) y sobrepasan los límites máximos permisibles para el agua potable establecidos por la Organización Mundial de la Salud (Ver Tabla I) [4] por lo que deben ser reutilizados y/o tratados antes de verterse al medio ambiente.

Tabla 1. Límites máximos permisibles (LMP) de metales en el agua potable, determinado por la Organización Mundial de la Salud (OMS, 2003).

CONTAMINANTE	LMP (mg/L)
Sulfatos	250
Hierro	0.3
Aluminio	0.2
Cobre	3
Plomo	0.1

El ácido cítrico es un ácido orgánico que se disuelve en agua fácilmente. A menudo se utiliza como materia prima en la industria manufacturera. Como ácido de origen natural y biodegradable, ((C₆H₈O₇) · H₂O) se puede emplear para la recuperación de metales a partir de aguas residuales. El ácido cítrico se degrada fácilmente bajo condiciones aeróbicas y anaeróbicas por lo que estas soluciones de desecho se pueden tratar fácilmente. El ácido cítrico restante puede ser reciclado y reutilizado para una lixiviación subsiguiente [5].

Los tiosulfatos son las sales del hipotético ácido tiosulfúrico, H₂S₂O₃. La fórmula química del anión tiosulfato es (S₂O₃)²⁻. Son estables en medios con pH básico y neutro y se descomponen formando de azufre elemental, ácido sulfhídrico (H₂S), óxido de azufre (IV) (SO₂) y trazas de otros compuestos azufrados en presencia de un ácido [6].

El análisis por el Cromatógrafo de Iones es un método eficaz para la separación y determinación de iones, basado en el uso de resinas de intercambio iónico. El uso del Cl permite conocer los iones presentes en la solución lixivante y así poder cuantificar el comportamiento tanto del ácido cítrico como del tiosulfato de sodio para determinar el límite de su uso en el proceso de blanqueo del caolín.

3. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

El licor de lixiviación proviene del blanqueo de una arcilla caolinitica de la mina La Guadalupe, ejido El Carbonero, en el municipio de Huayacocotla del estado de Veracruz (México), el cual fue molido y tamizado para su posterior lixiviación con ácido cítrico (0.9M) y tiosulfato de sodio (0.5M) a un pH de 3 y a una temperatura de 90°C durante 240 minutos, en un reactor de vidrio. Un primer experimento se basó en duplicar la cantidad de caolín utilizado normalmente en las condiciones ya establecidas por Olvera –Venegas (2014), con la finalidad de determinar la posibilidad de saturar el licor de lixiviación en un período de tiempo igual pero a mayor cantidad de arcilla caolinitica y se analizó por espectrofotometría de absorción atómica (AA).

Por otra parte se llevó a cabo la lixiviación con las condiciones ya establecidas. Al terminar este proceso, se filtró la solución para tener por separado el caolín blanqueado y el licor de lixiviación, el cual se recirculó, es decir se regresó al reactor de vidrio para su calentamiento a 90°C, se ajustó

nuevamente el pH a 3, utilizando hidróxido de sodio ó ácido sulfúrico, y se le agregó 12.5 g de arcilla caolinítica para lixiviar por un período de tiempo igual a 240 minutos. Entre cada recirculación se obtuvo una pequeña muestra del licor para su análisis químico por AA utilizando un equipo marca Varian spectrAA, modelo 220 y para el análisis por cromatografía iónica (CI) se utilizó el cromatógrafo DIONEX ICS 3000, Ion Chromatography System.

4. RESULTADOS

Primeramente se compararon las extracciones de hierro con diferentes cantidades de caolín (12.5 y 25 g en 250 mL, equivalentes a 50 y 100 g L⁻¹). En la Figura 1 se observa que el tiempo necesario para lograr el 99% de extracción del hierro es de 240 min cuando se trabaja con 12.5 g de mineral. En cambio, cuando se duplica la cantidad de arcilla solamente se alcanza el 45% de extracción, además con una cinética muy lenta a partir de los 30 min.

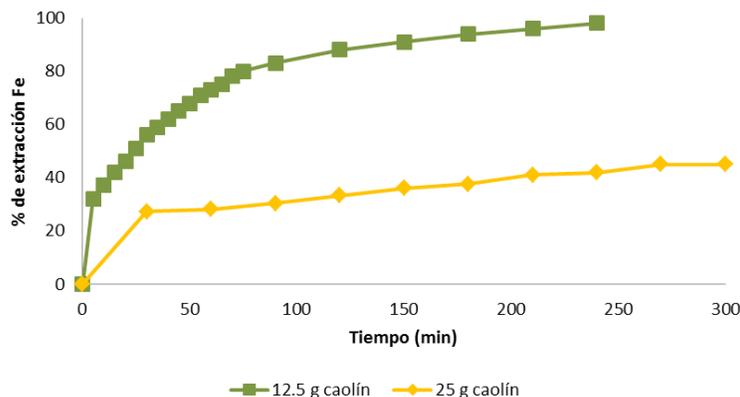


Figura 1. Extracción de hierro al lixiviar 12.5 y 25 g de caolín en 250 mL de solución lixiviante.

Posteriormente se llevaron a cabo recirculaciones del licor de lixiviación, donde se observa que se sigue extrayendo el mismo porcentaje de hierro hasta por tres usos más. Por lo tanto, es posible reutilizar el licor hasta por tres ocasiones; en la Tabla 2 se muestra el porcentaje de hierro extraído en cada una de las lixiviaciones, resaltando cómo el porcentaje de extracción de hierro disminuye a partir de la cuarta recirculación del licor.

Tabla 2. Recirculaciones del licor de lixiviación en el blanqueo de 12.5 g de caolín con 0.5M de tiosulfato de sodio, 0.9M de ácido cítrico, pH de 3 y 90°C por un tiempo de 240 min.

Lix No.	% de Fe
1	99%
2	98.9%
3	98.94%
4	86.5%

Mediante el análisis en cromatografía de iones se observa como el pico referente al tiosulfato de sodio presenta cambios significativos en cada una de las recirculaciones del licor de lixiviación, de igual manera el ácido cítrico presenta cambios aunque en menor medida (Figura 2), por lo que es posible mencionar que el tiosulfato es el principal reactivo que se descompone en cada una de las etapas y por lo mismo es importante reponer cada uno de los componentes.

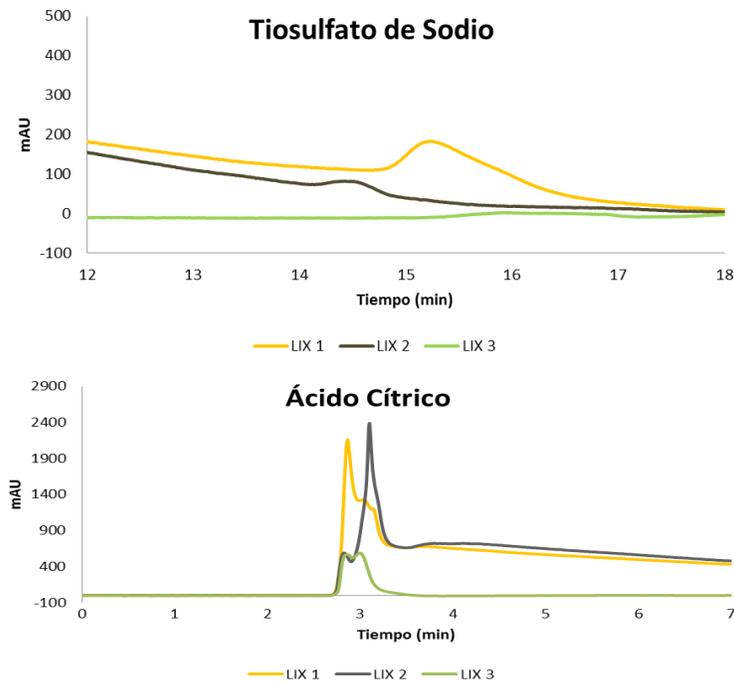


Figura 2. Análisis en Cromatógrafo de Iones del comportamiento de la concentración de tiosulfato de sodio y ácido cítrico.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se estudió la posibilidad de reutilizar los licores de lixiviación de una arcilla caolinítica del estado de Veracruz utilizando las condiciones ya establecidas por Olvera-Venegas (2014). Los resultados del análisis de dichos licores mediante espectrofotometría de absorción atómica mostraron que es hasta la tercera recirculación cuando éste extrae aproximadamente el 99% de Fe. Posteriormente el porcentaje de Fe extraído disminuye. También se observó que el principal agente que se descompone es el tiosulfato de sodio, convirtiéndose éste en el ion que determina la reutilización exitosa del licor de lixiviación. En el caso donde se utiliza una doble cantidad de arcilla caolinítica, se observó que a mayor cantidad de arcilla es necesario mayor tiempo de lixiviación por lo que se tendrá que realizar posteriormente un análisis económico para determinar el procedimiento más rentable en el blanqueo del caolín.

BIBLIOGRAFÍA

1. Rigola Lapeña, M., "Tratamiento de aguas industriales: Aguas de proceso y residuales" [en línea]. Barcelona, España: Marcombo, S. A., 1990. [Consulta: 25 febrero 2015]. Disponible en: <http://google.com.mx/books>
2. Olvera Venegas, P. N., Hernández Cruz, L. E., Lapidus Lavine, G. T., "Estudio de la remoción de hierro de una arcilla caolinítica por medio de lixiviación reductiva", Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Área Académica de Ciencias de la Tierra y Materiales, 2011, pp. 1-10.
3. Olvera Venegas, P. N., Hernández Cruz, L. E., Lapidus Lavine, G. T., "Parámetros de afectan la disolución de óxidos de hierro contenidos en caolín mediante el uso de ácido cítrico y tiosulfato de sodio", Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Área Académica de Ciencias de la Tierra y Materiales, 2012, pp. 1-9.
4. OMS, "Guidelines for drinking-water quality" [en línea]. Tercera Edición, Vol. 1. Ginebra, Suiza: Organización Mundial de la Salud, 2008. [Consulta: 26 febrero 2015]. Disponible en: http://www.who.int/water_sanitation_health/dwq/gdwq3rev/en/

5. Li, L., Ge, J., Wu, F., Chen, R., Chen, S., Wu, B., "Recovery of cobalt and lithium from spent lithium ion batteries using organic citric acid as leachant", *Journal of Hazardous Materials*, no. 176, 2010, pp. 1-6.
6. Olvera Venegas, P. N., Hernández Cruz, L. E., Lapidus Lavine, G. T., (2014). "*Estudio del blanqueo de arcillas caoliníticas por medio de lixiviación*". Tesis Doctoral, Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, Área Académica de Ciencias de la Tierra y Materiales, Hidalgo, México.

EL CAMPO CENTRAL: UNA SOLUCIÓN APROXIMADA.

R. Espíndola-Heredia^a A. Gutiérrez R.^a, G. Del Valle^a, G. Hernández^a, y Luis Alberto Peralta^b

^aDepartamento de Ciencias Básicas, Área de Física Atómica y Molecular, Universidad Autónoma Metropolitana, Azcapotzalco, Laboratorio de Investigación en Dinámica Rotacional Edificio G-103, Av. San Pablo 180, Azcapotzalco., México D. F., roeshe@correo.azc.uam.mx, gabrieladel_valle@hotmail.com, gpe@correo.azc.uam.mx, ariadna_gtz_rosales@hotmail.com

^bInstituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México, 6lapm6@gmail.com

RESUMEN

Resolvemos el problema del Campo Central (CC) para dos partículas de masa distinta, las cuales se encuentran separadas una distancia r . Se presentan las deducciones de las ecuaciones hasta obtener la ecuación de movimiento y posteriormente se resuelve ésta última por medio del método numérico Runge-Kutta de orden 4 (RK4), para obtener las trayectorias en el espacio fase. Generalizamos el análisis para cambiar la masa de las partículas. Y finalmente presentamos las ideas a desarrollar para obtener una interface gráfica que nos permita visualizar el comportamiento de las partículas.

1. INTRODUCCIÓN

Los problemas de fuerzas centrales surgen de manera recurrente en la física, ya sea cuando se analiza el movimiento de un cuerpo dentro de un potencial central, como los casos gravitatorio y electromagnético, o cuando se reduce el problema de dos cuerpos a un problema de un solo cuerpo. Una fuerza de tipo central se deriva de una función potencial con simetría esférica, esto es: $U = U(r)$. En este trabajo consideramos el sistema formado por 2 partículas que interactúan a través de una fuerza cuya acción pasa por las masas y su magnitud depende sólo de la distancia de separación entre ellas, problema que se reduce al problema de una sola partícula "efectiva", que se encuentra sometida a la acción de una fuerza central, a una distancia r del origen de coordenadas.

El movimiento de una partícula en un CC tiene como constantes de movimiento: la energía mecánica total E y el momento angular L . Dado que el movimiento ocurre en 2 dimensiones, ya que está confinado a un plano, las ecuaciones de movimiento son totalmente integrables. No obstante en este trabajo resolvemos las ecuaciones de movimiento aproximándolas por el método numérico RK4, ya que esto será de ayuda para visualizar el problema del CC en una interfaz gráfica que se está elaborando.

El trabajo se ha organizado de la siguiente forma: en la sección 2, presentamos la teoría del CC en las formulaciones Newtoniana y Lagrangiana, a partir de ésta última se presenta la ecuación diferencial que resolvemos por el método numérico, también se presenta la teoría de la integración numérica utilizada, en la sección 3 presentamos los resultados obtenidos, así como lo relacionado a la interfaz gráfica que se ha trabajado para visualizar el movimiento de las partículas, en la sección 4 presentamos las conclusiones de este trabajo.

2. TEORÍA

Consideremos dos partículas con masas m_1 y m_2 ubicadas en posiciones \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 , respectivamente, con respecto a un origen O en un sistema de referencia inercial arbitrario. Supongamos que las

partículas interactúan mediante un potencial que depende solamente de sus posiciones relativas, $U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = U(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)$. Este sistema se conoce como el problema de dos cuerpos (ver figura 1).

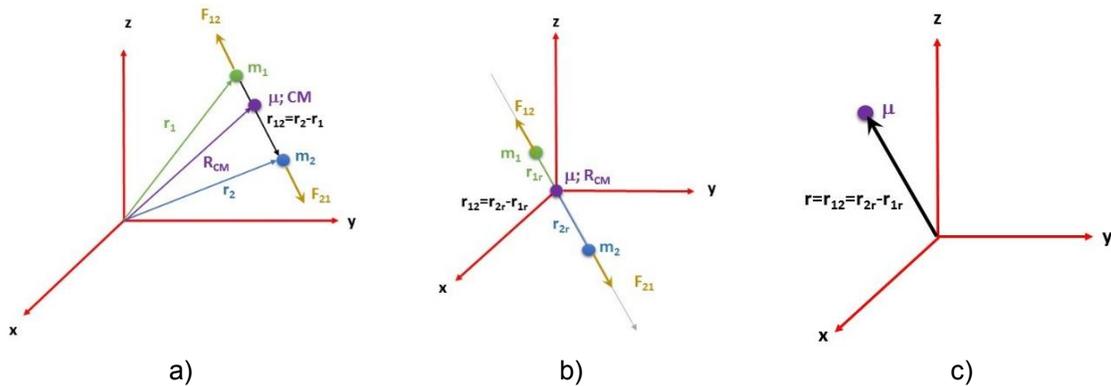


Figura 1: a) diagrama de las dos partículas en un sistema de referencia inercial arbitrario, b) diagrama del sistema en el sistema relativo al centro de masa, es decir el origen del sistema arbitrario es trasladado a la ubicación del centro de masa, c) sistema de masa reducida rotando alrededor del origen que se encuentra en el centro de masa.

El sistema posee 6 grados de libertad, los cuales corresponden a las 3 coordenadas espaciales del vector de posición \mathbf{r}_1 de la partícula 1 y a las tres coordenadas del vector de posición \mathbf{r}_2 de la partícula 2. Usualmente se define el vector de posición relativa de la partícula 2 con respecto a la partícula 1, como: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$. Es posible obtener entonces el vector de posición del Centro de Masa (CM) del sistema dado, recurriendo a su definición, donde las posiciones relativas al CM de las partículas están dadas en términos de la posición de cada partícula y de la posición del CM.

Entonces es posible escribir la relación existente entre los vectores de posición y el vector de posición relativo:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= \frac{-m_2}{m_1 + m_2} \mathbf{r} + \mathbf{R}_{CM} \\ \mathbf{r}_2 &= \frac{m_1}{m_1 + m_2} \mathbf{r} + \mathbf{R}_{CM} \end{aligned} \quad (1)$$

Los seis grados de libertad del sistema se describen mediante las componentes de los vectores \mathbf{r} y \mathbf{R}_{CM} . Las componentes cartesianas de \mathbf{R}_{CM} son coordenadas cíclicas, esto es: $(m_1 + m_2)\dot{\mathbf{R}}_{CM} = \mathbf{Cte}$.

Por lo tanto, el momento lineal total del sistema \mathbf{P} se conserva, debido a que no hay fuerzas externas presentes. El CM se mantiene en reposo o se mueve con velocidad constante. La conservación del momento lineal total se asocia a la simetría traslacional del sistema de dos cuerpos. Tenemos entonces tres cantidades que se conservan, las cuales corresponden a las componentes del momento lineal total. Otra propiedad importante para las fuerzas centrales, es que éstas no ejercen torca neta sobre las partículas, es decir: $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathbf{0}$, lo que implica que el momento angular L_z se conserve (hemos seleccionado arbitrariamente el eje z como el eje de dirección del momento angular L) esto es:

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{dL_z}{dt} = \mathbf{0} \quad (2)$$

Entonces, tanto la dirección como la magnitud de L_z son constantes, lo que proporciona una cuarta y una quinta cantidad que se conservan. Dado que L_z se conserva y es perpendicular al plano formado por (\mathbf{r}, \mathbf{p}) , produce que el movimiento siempre ocurra sobre ese plano. Entonces el movimiento de la partícula de masa reducida $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ se encuentra confinado al plano formado por (\mathbf{r}, \mathbf{p}) , por lo tanto, las coordenadas polares son óptimas para describir su movimiento. El plano del movimiento es el plano (x, y) , y las coordenadas generalizadas sobre el plano del movimiento deben ser (r, θ) por lo que la transformación de coordenadas cartesianas a polares indica que:

$$\dot{\mathbf{r}}^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 = r^2 \dot{\theta}^2 + \dot{r}^2 \quad (3)$$

con ello podemos escribir la ecuación para la Energía Mecánica total y para el Lagrangiano del sistema.

A. FORMULACIÓN NEWTONIANA

La energía mecánica del sistema es la suma de la energía cinética total del sistema y la energía potencial. Sin embargo, la energía cinética es la suma de la energía cinética del CM y la energía cinética relativa al CM. Pero el término de la energía del CM representa sólo un término constante, puesto que tanto su velocidad, como la masa total del sistema permanecen constantes, por lo tanto, sólo se considera la energía cinética relativa de las 2 partículas, dada por:

$$E = \frac{1}{2} \mu (r^2 \dot{\theta}^2 + \dot{r}^2) - \frac{\mu(m_1+m_2)}{r} \quad (4)$$

La energía potencial de un campo de fuerzas centrales es definida como $U(\mathbf{r})$, donde \mathbf{r} es la magnitud del vector de posición al centro de fuerzas. Para el caso de un campo gravitacional uniforme la aceleración es siempre constante. Entonces supondremos el campo gravitacional en la dirección del vector \mathbf{r} .

B. FORMULACIÓN LAGRANGIANA

El Lagrangiano del sistema se puede expresar como: $L=T-U$ que quedaría con una diferencia en el signo correspondiente de la energía potencial de la expresión (4) y al aplicar la ecuación de Euler-Lagrange nos permite obtener las ecuaciones de movimiento del sistema ya que tenemos que derivar respecto a r y θ , quedando las siguientes ecuaciones de movimiento:

$$\frac{d}{dt} (\mu r^2 \dot{\theta}) = 0 \quad (5)$$

$$\mu \ddot{r} - \left(\mu r \dot{\theta}^2 - \frac{\mu(m_1+m_2)}{r^2} \right) = 0 \quad (6)$$

La ecuación (5) establece que hay una cantidad que se conserva en este caso la asociamos con el momento angular $L_z = \mu r^2 \dot{\theta}$, lo cual implica que $\dot{\theta} = L_z / \mu r^2$ y la ecuación (6) puede escribirse como:

$$\ddot{r} - \left(\frac{L_z^2}{\mu^2 r^3} - \frac{\mu^2 r(m_1+m_2)}{\mu^2 r^3} \right) = 0 \quad (7)$$

Donde entonces se tiene una ecuación diferencial ordinaria de orden 2 y con condiciones iniciales, que bien se puede resolver de manera numérica, a pesar de saber que también es una ecuación totalmente integrable.

C. RUNGE-KUTTA 4

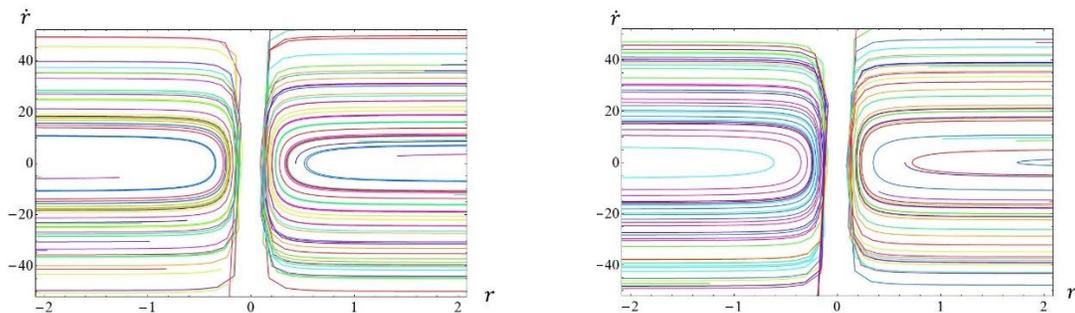
El método RK4 no es solamente un método, en realidad es una importante familia de métodos iterativos que sirven para aproximar las soluciones de EDO, de esta familia destaca el método RK4, que quizá por ser el más usado y conocido, es referido como el "Método Runge-Kutta". Definimos el método para el problema de valor inicial propuesto en la ecuación (7)

$$\begin{aligned}
 y_{i+1} &= y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\
 k_1 &= f(x_i, t_i) \\
 k_2 &= f(x_i + \frac{1}{2}\Delta h, t_i + \frac{1}{2}k_1\Delta h) \\
 k_3 &= f(x_i + \frac{1}{2}\Delta h, t_i + \frac{1}{2}k_2\Delta h) \\
 k_4 &= f(x_i + \Delta h, t_i + k_3\Delta h)
 \end{aligned} \tag{8}$$

Para llevar a cabo la simulación de la expresión (1) será necesario realizar un cambio de variable:

$$\begin{aligned}
 f_1 &= r \\
 f_2 &= \frac{df_1}{dt} = \dot{r} \\
 f_3 &= \frac{df_2}{dt} = \ddot{r} = \frac{L_z - \mu(m_2 + m_1)}{\mu^2 r^3}
 \end{aligned} \tag{9}$$

En la Figura 2 presentamos algunos resultados significativos de la simulación, donde se han simulado valores de $\mu = 13.25 \text{ Kg}$, $L_z = 50 \text{ Kg m}^2/\text{s}$, $r_0 = 10 \text{ m}$, $\dot{r}_0 = 10 \text{ m/s}$ para el primer caso, mientras que en el segundo caso presentado se simuló: $\mu = 13.25 \text{ Kg}$, $L_z = 50 \text{ Kg m}^2/\text{s}$, $r_0 = 10 \text{ m}$, $\dot{r}_0 = 30.5 \text{ m/s}$ y generada para distintas condiciones iniciales.



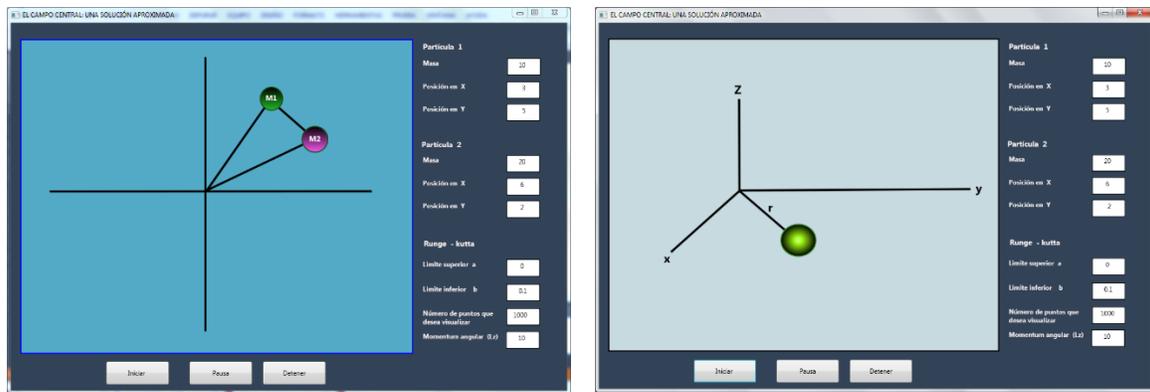
a) Simulación la partícula reducida μ , se presenta el diagrama fase del primer caso presentado, b) Segundo caso, igualmente se presenta el diagrama fase, se observa claramente el tipo de movimiento que representa una elipse o una hipérbola, en la simulación las distintas condiciones iniciales están en un intervalo de $-50 \leq r \leq 50$, mostrando la hipérbola correspondiente.

3. INTERFAZ

Uno de los objetivos de este trabajo es la visualización del movimiento de las dos partículas sujetas al CC, por lo que se ha trabajado en la implementación de un software con interfaz gráfica en la cual se visualizará la interacción de las dos partículas. Como hemos apuntado anteriormente, a pesar de saber la existencia de la solución analítica de este problema, hemos decidido resolver la ecuación diferencial ordinaria de forma numérica por medio del método de RK4, en principio porque sabemos de su eficiencia ya que proporciona resultados bastante cercanos a la solución analítica, con un error de (Δh^4) , donde Δh es el tamaño del paso. En segundo lugar porque a pesar de contar con la solución analítica se requiere visualizarla, lo que implica realizar un conjunto de iteraciones similares a las que resolvería el método, es decir, en cuestión de programación los recursos computacionales son similares para tal fin.

La idea de desarrollar la interfaz gráfica es para apreciar el movimiento que realizan por un lado un par de partículas bajo la acción de una fuerza central, por otro lado su equivalente de masa reducida alrededor del CM, así como las propiedades físicas involucradas en el movimiento, lo cual permitirá que sea mucho más fácil explicar el problema del CC, así como las interacciones que tienen cada uno de las propiedades involucradas, asimismo para que el investigador en su caso pueda desarrollar un mejor análisis y se torne más claro al visualizar el fenómeno y comprender mejor la física.

Este software se está realizando en C# con la tecnología Windows Presentation Foundation, (WPF) para la Interfaz Gráfica de Usuario (GUI) que es un lenguaje de programación para desarrollo, cabe destacar que la implementación se efectúa bajo el patrón de diseño Modelo Vista Controlador (MVC). En la figura 3 presentamos la pantalla inicial que observa el usuario una vez que se ha iniciado la aplicación.



a) Figura 3: a) pantalla inicial que observa el usuario, b) pantalla que observará el usuario con la masa reducida y la distancia de separación inicial entre las partículas.

La aplicación le solicita al usuario primeramente los datos que definen las condiciones iniciales del sistema, así como los datos necesarios que utilizará el método numérico para resolver las ecuaciones de movimiento, estos datos son: las masas de las partículas, sus coordenadas rectangulares y el momento angular de las partículas, además solicita el rango de integración que

desea así como el número de pasos que el método de RK4 deberá realizar para barrer la solución en el rango de integración, ver figura 4.

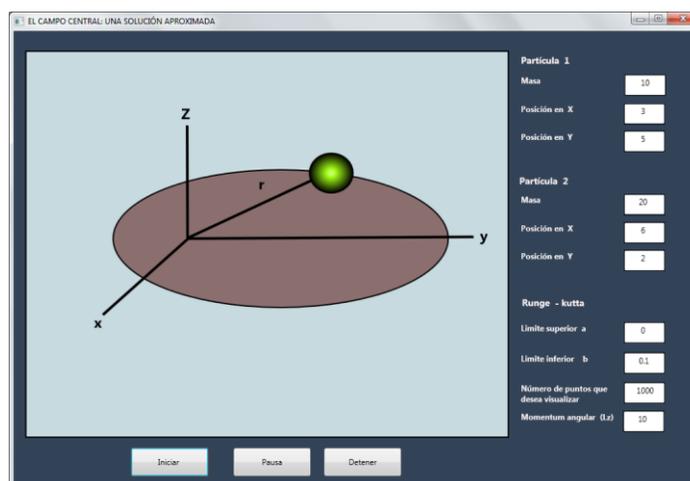


Figura 4: a) pantalla que presenta el recorrido de la partícula, una vez comenzada la simulación, también se observan los valores ejecutados por la simulación.

El método obtiene la trayectoria de las partículas, así como sus velocidades con las que se moverán en el tiempo, y un módulo de interpretación permite visualizar la solución en tiempo real, así como otras graficas que son de interés para el análisis y la comprensión del problema de campo central.

4. CONCLUSIONES

Durante este trabajo hemos discutido las ideas físicas del problema del campo central, se ha presentado las ecuaciones diferenciales que nos permiten aproximar la solución del problema de campo central, así como la implementación de una interfaz gráfica que será de ayuda en el análisis y entendimiento del problema propuesto. Asimismo hemos presentado, resultados de los avances significativos que tenemos hasta este momento de este proyecto.

BIBLIOGRAFÍA

1. Sears, Zemansky, Young, Freedman: "Física Universitaria", Vol. I, 12a Ed Pearson, 2011.
2. L. D. Landau, E. M Lifshitz "Mecánica" Vol. I, 2 Edición, Ed Reverté, 1994,
3. Luis Rodríguez Valencia, Dpto de Física, Universidad de Chile, 2000 [fecha de consulta: 27 febrero 2015]. Disponible en: <<http://solar2008.usach.cl/~lhrodrig/libromecanica.pdf>>
4. Mario Cosenza. Mecánica Clásica, Universidad de los Andes, Facultad de Ciencias, Departamento de Física, 2015 [fecha de consulta: 15 marzo 2015]. Disponible en: <<http://www.ciens.ula.ve/cff/caoticos/PDFs/guiaMecanicaClasica.pdf>>
5. Jose J. Arenas. Jacobi y la Estabilidad del Sistema Solar: Generalización a \mathbb{R}^n . Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 2, June 2013.
6. Windows Presentation Foundation (WPF), Documentación en línea, 2015 [fecha de consulta: 20 marzo 2015]. Disponible en: <<https://msdn.microsoft.com/es-es/library/ms754130%28v=vs.110%29.aspx>>

¿EXISTE ALGUNA RELACIÓN EL SISTEMA DE REPRESENTACIÓN FAVORITO, EL ESTILO DE APRENDIZAJE Y EL APRENDIZAJE DE LA FÍSICA? UN ESTUDIO DE CASO

¹Olga Leticia Fuchs Gómez, ¹Lorena Cruz León, ¹Rogelio G. Cruz Reyes, ²Erica Vera Cervantes

¹ Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP, letyfuchs@yahoo.com.mx, rogelio0312@yahoo.com.mx,neko_clan_rock_lee@hotmail.com

² Facultad de Ciencias de la Computación, BUAP. eevclibra@gmail.com

RESUMEN.

Durante varios años en la FCFM nos hemos dado a la tarea de investigar algunas características del perfil de ingreso de los estudiantes con el fin de crear estrategias de apoyo para el aprendizaje. El objetivo de este estudio es encontrar la relación entre el sistema de representación favorito, el estilo de aprendizaje y el aprendizaje de la física. El modelo de estilos de aprendizaje de la Programación Neurolingüística (PNL) toma en cuenta el criterio neurolingüístico, el que considera que la vía de ingreso de información al cerebro (ojo, oído, cuerpo) resulta fundamental en las preferencias de quién aprende o enseña. Concretamente, el ser humano tiene tres grandes sistemas para representar mentalmente la información: visual, auditivo y kinestésico. Por otro lado en 1988 Peter Honey y Alan Mumford en partieron de las bases de David Kolb para crear un cuestionario de Estilos de Aprendizaje. (Learning Styles Questionaire) y con él, pretendían averiguar por qué en una situación en que dos personas comparten texto y contexto una aprende y la otra no. Honey y Mumford llegaron a la conclusión de que existen cuatro Estilos de Aprendizaje, que a su vez responden a las cuatro fases de un proceso cíclico de aprendizaje: Activo, Reflexivo, Teórico y Pragmático (Alonso y otros, 1994). Hicimos un estudio sobre el sistema de representación favorito y los estilos de aprendizaje de la generación 2014 y los comparamos con las calificaciones de física obtenidas en el primer semestre de estudios. La mayor parte de nuestros estudiantes resultaron ser auditivos, reflexivos y teóricos .En este trabajo presentamos los resultados de esta investigación.

INTRODUCCIÓN.

Para acceder a la información del mundo que nos rodea los seres humanos utilizamos diferentes canales. Una vez percibida se procesa y representa mentalmente para después organizarla de acuerdo a nuestra base cognitiva, a nuestros conocimientos previos y a la madurez que cada uno posee. De acuerdo a esto, todas las personas desarrollan un estilo de aprendizaje diferente. Según Alonso et al (1994) "los estilos de aprendizaje son los rasgos cognitivos, afectivos y fisiológicos que sirven como indicadores relativamente estables, de cómo los alumnos perciben interacciones y responden a sus ambientes de aprendizaje". También es aplicable a la resolución y enfrentamiento de los problemas en general.

Las actitudes de cada uno ante el aprendizaje son definidas también por las expectativas, motivación y rasgos afectivos y las variables se van sumando ya que las relaciones , rasgos fisiológicos, y biorritmos influyen en los estados de ánimo de los estudiantes dando como resultado los diferentes estilos de aprendizaje y el desarrollo de estrategias diversas a la hora del aprendizaje.

Aunque las estrategias varían según lo que se quiera aprender, cada uno tiende a desarrollar ciertas preferencias o tendencias globales, tendencias que definen un estilo de aprendizaje. . Revilla (1998) afirma que cuando a los alumnos se les enseña según su propio estilo de aprendizaje, aprenden con más efectividad. De aquí la importancia de conocerlas para que los profesores puedan diseñar los escenarios de aprendizaje necesarios para un aprendizaje óptimo.

TEORIA. Existe una diversidad de concepciones teóricas que han abordado, explícitamente o implícitamente, los diferentes "estilos de aprendizaje. Así, por ejemplo, Kolb se refiere a los estilos activo, reflexivo, teórico y pragmático (Alonso et al, 1994:104), mientras que otros tienen en cuenta los canales de ingreso de la información. En este último sentido se consideran los estilos visual, auditivo y kinestésico.

El modelo que desarrolla Kolb inicia con la forma en que procesamos la información que recibimos.

Kolb dice que, por un lado, podemos partir:

a) de una experiencia directa y concreta: alumno activo.

b) o bien de una experiencia abstracta, que es la que tenemos cuando leemos acerca de algo o cuando alguien nos lo cuenta: alumno teórico.

Las experiencias que tengamos, concretas o abstractas, se transforman en conocimiento cuando las elaboramos de alguna de estas dos formas:

a) reflexionando y pensando sobre ellas: alumno reflexivo.

b) experimentando de forma activa con la información recibida: alumno pragmático.

Según el modelo de Kolb un aprendizaje óptimo es el resultado de trabajar la información en cuatro fases: actuar, reflexionar, teorizar y experimentar. Sin embargo, en la práctica se desarrollan en general una o dos de estas fases.

En función de la fase del aprendizaje en la que nos especialicemos, el mismo contenido nos resultará más fácil (o más difícil) de aprender dependiendo de cómo nos lo presenten y de cómo lo trabajemos en el aula. Si pensamos en las cuatro fases de la rueda de Kolb es muy evidente que la de conceptualización (teorizar) es la fase más valorada. Aunque en algunas asignaturas los alumnos pragmáticos pueden aprovechar sus capacidades, los reflexivos tienen problemas ya que el ritmo que se impone a las actividades es tal que no les deja tiempo para profundizar las ideas como ellos necesitan. Y para los alumnos pragmáticos que les gusta aprender a partir de la experiencia la situación empeora.

Un aprendizaje óptimo requiere de las cuatro fases, por lo que los profesores deberán organizar sus materias de tal forma que garanticen actividades que cubran todas las fases de la rueda de Kolb.

Para los alumnos **activos** la pregunta que mejor se adapta a su estilo es ¿Cómo?. Son abiertos a nuevas experiencias y se involucran totalmente. Son entusiastas y primero actúan antes de pensar en las consecuencias. No les agradan las actividades a largo plazo y les gusta ser el centro de las actividades. Aprenden mejor cuando se les presenta un desafío, en actividades cortas y resultado inmediato, y cuando hay emoción o drama involucrados. Se les dificulta el aprendizaje cuando tienen que asimilar, analizar e interpretar datos. Les gusta trabajar en equipo y se les dificulta aprender solos.

Los alumnos **reflexivos** analizan sus experiencias desde diferentes perspectivas. Les agrada recoger datos, observarlos y analizarlos con suficiente profundidad antes de llegar a conclusiones. Son precavidos y piensan antes de actuar, observan y escuchan antes de hablar y procuran pasar desapercibidos. Les gusta encontrar los porqués de las diferentes situaciones de aprendizaje. Se les facilita la observación y el análisis de las situaciones y aprenden mejor cuando tienen suficiente tiempo para pensar. No les gusta ser el centro de atención ni apresurarse de una actividad a otra. Les gusta planificar.

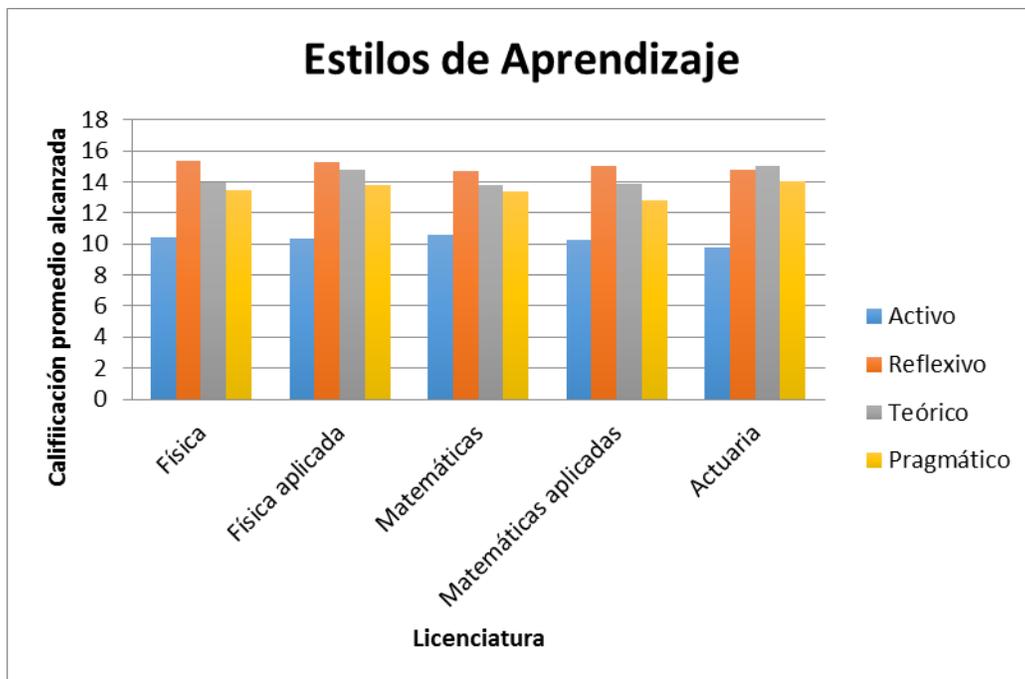
Los alumnos **teóricos** tienen la facilidad de integrar las observaciones que realizan en pensamientos y teorías más complejas y les agrada fundamentarlas lógicamente. Piensan de forma secuencial, a veces rígida, paso a paso, y son capaces de integrar hechos dispares en teorías coherentes. Analizan y sintetizan la información y son sumamente racionales. No aceptan juicios subjetivos ni les agradan las técnicas de estudio o trabajo de pensamiento lateral y

divergente. Les gusta responder a los ¿Qué? Aprenden a partir de modelos y teorías, sistemas con ideas y conceptos que les presenten desafíos y cuando tienen oportunidad de investigar. Sin embargo actividades que impliquen ambigüedades o incertidumbre o que no tienen un fundamento teórico no les facilitan el aprendizaje. Tampoco aprenden en situaciones que enfatizen emociones y sentimientos.

Por último los alumnos **pragmáticos** gustan de experimentar, probar ideas, técnicas y teorías nuevas y comprobar si funcionan. Les gusta poner en práctica las nuevas ideas, se aburren e impacientan ante las discusiones largas. Son prácticos, apegados a la realidad y toman decisiones con facilidad y resuelven problemas.

Aprenden mejor cuando se les presentan actividades que integran teoría y práctica poniendo en funcionamiento lo que han aprendido de manera inmediata. Sin embargo se les dificulta el aprendizaje cuando no pueden relacionar lo aprendido con sus necesidades inmediatas y cuando no lo pueden relacionar con la realidad o cuando la actividad no tiene una finalidad aparente.

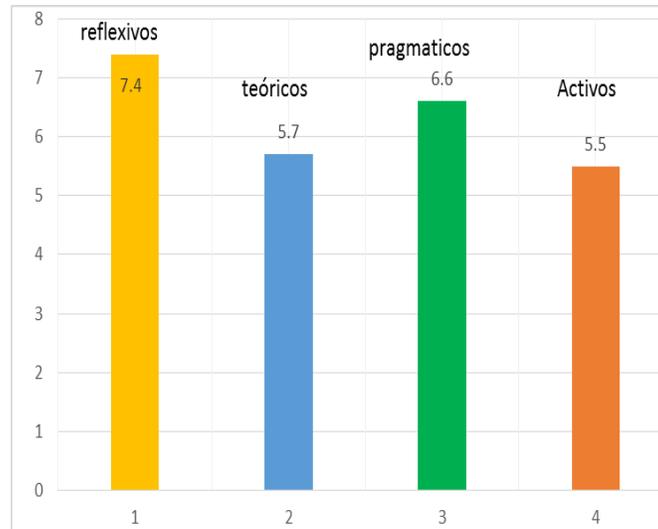
Es importante conocer el estilo de aprendizaje de los estudiantes porque con ello se pueden diseñar estrategias de enseñanza orientadas a satisfacer sus necesidades, o bien, poder hacer uso de los recursos metodológicos adecuados para motivar al alumno y facilitar su aprendizaje.



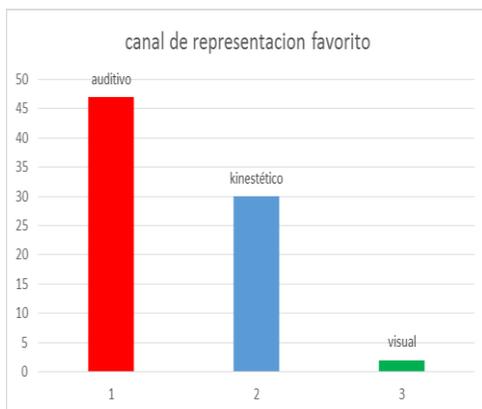
Grafica 1. Estilos de aprendizaje

3. PARTE EXPERIMENTAL

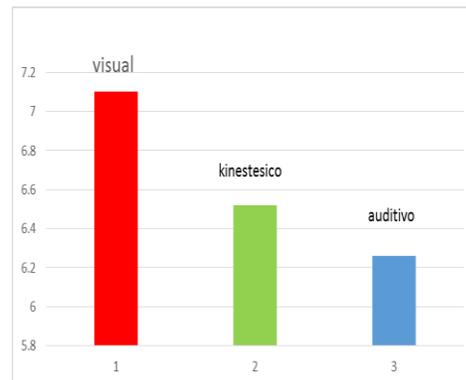
Se aplicaron exámenes diagnósticos a todos los estudiantes para conocer los estilos de aprendizaje y se compararon con los resultados de sus evaluaciones en la materia de mecánica que se cursa en el primer semestre de la licenciatura. La siguiente gráfica muestra los resultados de este estudio



Se aplicaron exámenes diagnósticos para conocer el canal favorito de información y se encontró la siguiente distribución en la gráfica 3 A y la gráfica 3B representa el promedio de calificaciones que obtuvieron en Mecánica de cada canal:

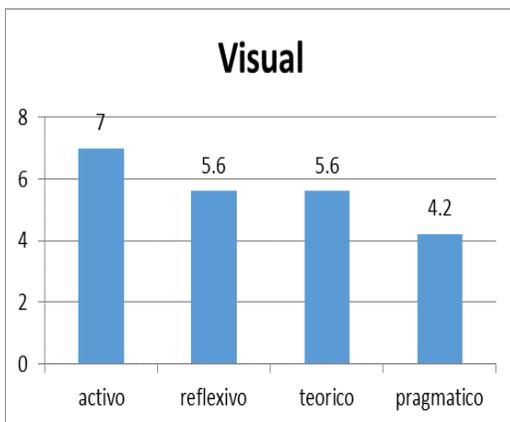
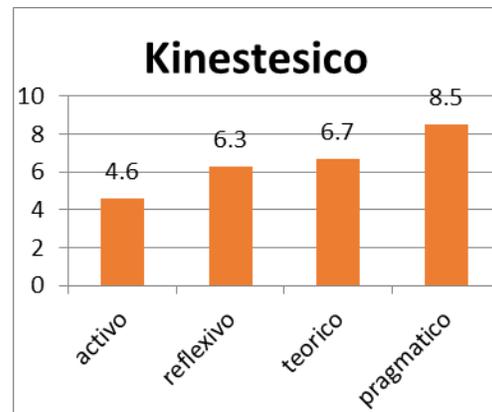
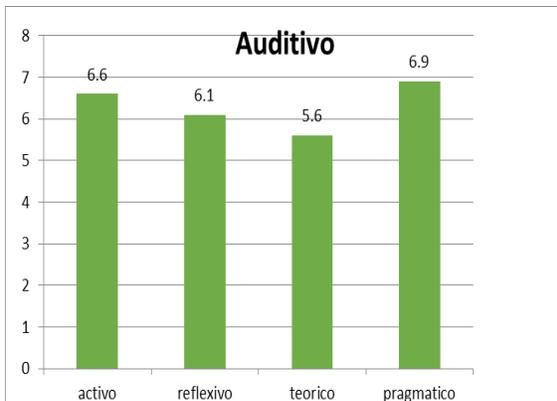


GRÁFICA 3ª



GRÁFICA 3B

Las siguientes gráficas representan las calificaciones de mecánica de las diferentes combinaciones de los estilos de aprendizaje y Canal favorito de información:



4. Conclusiones: La gran mayoría de nuestros estudiantes son reflexivos, seguidos por los teóricos y pragmáticos. Las mejores calificaciones las obtienen los reflexivos seguidos por los pragmáticos. Por otro lado la mayoría son auditivos seguidos por los kinestésicos y tenemos muy pocos estudiantes visuales y precisamente son ellos quienes obtienen mejores calificaciones. También podemos observar las diferentes combinaciones y sus resultados

BIBLIOGRAFÍA

- <http://www.galeon.com/aprenderaaprender/vak/vakest.htm>
- <http://www.ice.deusto.es/guiaaprend/test0.htm>
- David A. Kolb, M. Irwin Rubin, M. James Jcintyre, 1990. Experiencias (Psicología de las Organizaciones), Editorial Prentice Hall (México).

ANÁLISIS DE CONTENIDO ELEMENTAL DE TEJIDO ÓSEO EN RATAS MEDIANTE FLUORESCENCIA DE RAYOS X

E.A. Pérez-López^a, P.A.I. Hernández-Becerra^a, J.J. Bernal-Alvarado^a, I. Delgadillo-Holtfort^a, D. Ramírez-Sáenz^b, V.H. Ortiz-Hernández^b, E. Escalante-Martínez^b, M.R. Huerta-Franco^a,

^aDivisión de Ciencias e Ingenierías, Universidad de Guanajuato, León, Gto.,
perezle2011@licifug.ugto.mx

^bUnidad Profesional Interdisciplinaria de Ingenierías Campus Guanajuato del Instituto Politécnico Nacional, León, Gto., dramirez@ipn.mx

RESUMEN

El poder determinar y conocer la concentración del contenido elemental presente en órganos y tejidos es de suma importancia en el área de la medicina, puesto que tales parámetros pueden estar asociados a diversas patologías o encontrarse en niveles intolerables, de tal forma que al conocer el contenido elemental se puede obtener información sobre la salud del sujeto. En este trabajo se emplea el análisis por Fluorescencia de rayos X (XRF) para determinar la composición elemental en muestras de fémures de ratas. Esta técnica permite la identificación multielemental de elementos químicos presentes en el punto de medición de una forma rápida y no invasiva y la dosis irradiada sobre las muestras es tolerable para la mayor parte de los sistemas biológicos, lo que nos permite pensar en la posibilidad a futuro, de aplicar dicha técnica in vivo.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad una de las enfermedades degenerativas más importantes es la osteoporosis. En la búsqueda de mediciones alternativas para su detección temprana es necesario hacer uso de nuevas técnicas que correlacionen con las técnicas estándar. En este trabajo se hacen mediciones del contenido elemental de muestras ex vivo de fémures de ratas winstar con el propósito de correlacionar estos resultados con mediciones de ultrasonido cuyas bases y limitaciones se están trabajando de manera paralela [1].

2. TEORÍA

Los tres principales procesos de interacción de la radiación electromagnética con la materia se encuentran en la región de rayos x. Estas formas de interacción son el efecto fotoeléctrico, la dispersión Rayleigh (Coherente) y la dispersión Compton (Incoherente) [2].

Cuando una muestra es irradiada con rayos X, procesos pueden ocurrir, fotoionización y dispersión. En el primer caso, el fotón incidente retira un electrón del átomo y en el segundo caso a un fotón se cambia su momento lineal ya sea perdiendo energía (Compton) o sin pérdida de energía (Rayleigh), aunque el efecto fotoeléctrico ocurre en la mayoría de las interacciones. Cuando una vacancia es creada en el átomo por fotoionización (ver figura 1), el estado excitado del átomo regresa a su estado base, ya por un proceso Auger (proceso no radiactivo) ó por fluorescencia (proceso radiactivo). En el caso de la emisión fluorescente, la vacancia es llenada por un electrón de capas más externas, y rayos X con una energía característica de cada átomo son emitidos, por lo cual de este modo se permite identificar al átomo emisor.

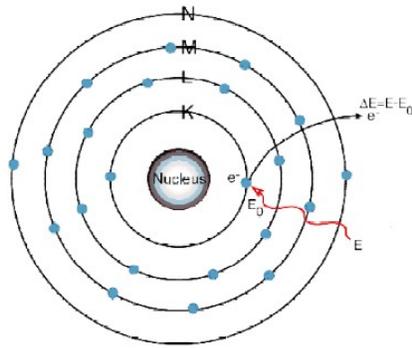


Figura 1. Fotoionización de un átomo. Imagen tomada de [3].

El espectro de líneas XRF de un elemento se origina cuando uno a más electrones son expulsados de los niveles internos de los átomos a los que están ligados, creándose vacancias en uno o más orbitales y convirtiendo a los átomos en iones inestables. Para que los átomos alcancen de nuevo un estado más estable las vacancias de las capas internas son ocupadas por los electrones de orbitales superiores. En estas transiciones los electrones sufren pérdidas de energía que pueden dar lugar a fotones denominados rayos X. Así, la creación de una vacancia en la capa K ($n = 1$) es seguida por una sucesión de transiciones espontáneas de electrones, cada una llena una vacancia en un nivel inferior produciéndose la emisión de un fotón de energía de rayos x, dejando a su vez una vacancia en un nivel superior (ver figura 2).

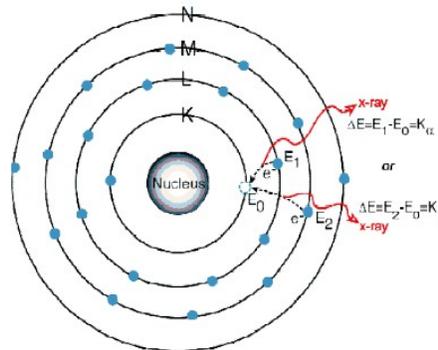


Figura 2. Reacomodo de los electrones originando rayos X. Imagen tomada de [3].

El análisis por fluorescencia de rayos x consiste en la excitación de la muestra por haz de rayos x intensos y en la medición de las intensidades y energías de los rayos x que son emitidos por la muestra.

3. PARTE EXPERIMENTAL

Para el desarrollo experimental utilizamos un sistema de escaneo de fluorescencia de rayos x desarrollado en la División de Ciencias e Ingenierías, el cual básicamente consta de un Generador de Rayos X (Mimi-X Amptek) y un Espectrómetro de Fluorescencia de Rayos X (X123). Como se puede observar en la Figura 3, estos dos dispositivos estaban colocados con un ángulo de 45° entre sí. Se usaron fémures de ratas Winstar para determinar el contenido elemental [3].



Figura 3. Sistema de escaneo de rayos X.

Para las mediciones de los huesos utilizamos una regla que nos ayudó como soporte y referencia. Las condiciones iniciales del Generador de rayos X fueron especificadas antes de realizar las mediciones y el tiempo que se expuso la muestra a la radiación fue de 60 s.

Como se muestra en la Figura 4, se realizó la medición del hueso en tres secciones diferentes: en los extremos del hueso y en el centro de éste.

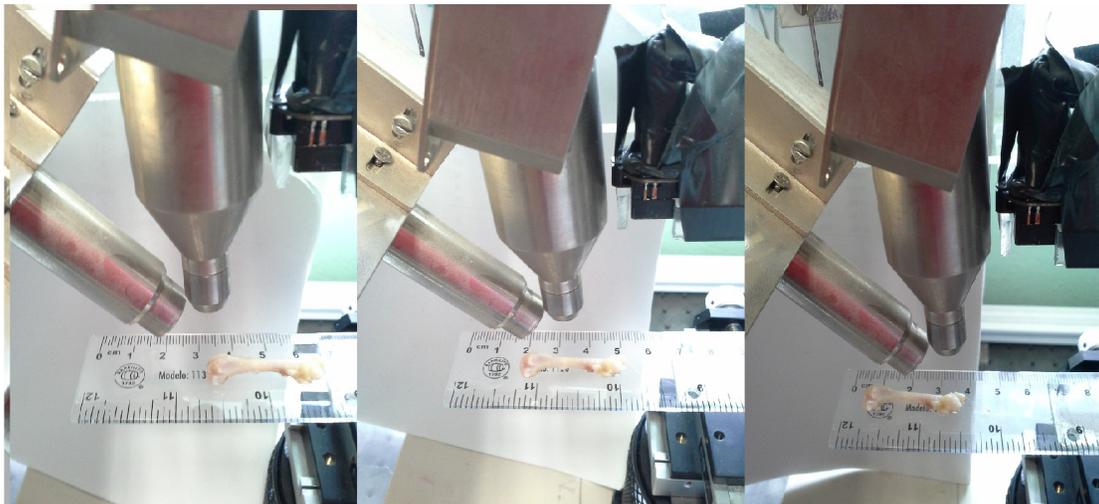


Figura 4. Sucesión de mediciones de un Fémur.

Los espectros que resultan de dicha medición se muestran en la siguiente Figura.

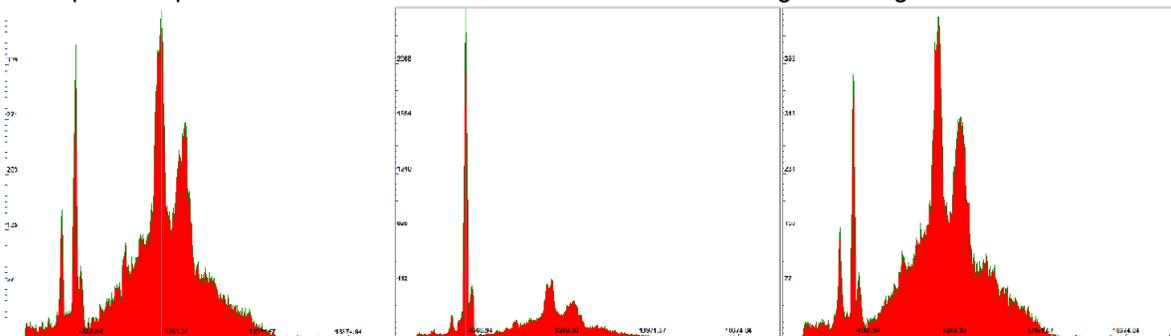


Figura 5. Espectros de cada medición de cada punto.

Como se dijo previamente a cada átomo le corresponde una energía específica por lo que en los espectros obtenidos podemos asumir que cada pico de energía es propio de un elemento específico. La grafica que se obtiene es una gráfica de Energía vs Numero de cuentas. El número de cuentas es el número de fotones que el detector va captando durante el tiempo de exposición a la radiación. Este se verá afectado si en las condiciones del generador de rayos x colocamos una corriente alta ya que aumentara su luminosidad con lo que el detector se saturara y tendremos tiempos muertos que evitan que la medición sea eficiente durante el tiempo que se expone a la radiación. En las tres figuras se muestran los picos característicos relacionados con el calcio el cual está alrededor de 3691.7 eV, otro pico de magnitud importante que se aprecia en estas graficas es el que se encuentra a 2957.7 eV el cual corresponde al Argón, atribuible a la presencia del aire en la medición.

4. CONCLUSIONES

Estas mediciones preliminares indican, como era de esperarse, porcentajes importantes en contenido de calcio. Notamos sin embargo que la distribución del contenido elemental depende fuertemente del punto de medición. Un barrido de la muestra puede dar información más completa a este aspecto.

5. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente financiado por el proyecto DAIP 2014 "CARACTERIZACIÓN MECÁNICA DE HUESO: CAMBIOS INDUCIDOS EN LOS ESPECTROS VIBRACIONALES COMO FUNCIÓN DEL TAMAÑO Y LA DENSIDAD MINERAL ÓSEA".

BIBLIOGRAFÍA

1. D.G. Ramírez Infante et al, Espectros de resonancia ultrasónica de muestras cilíndricas huecas: efectos geométricos, Memorias del congreso XII Encuentro Participación de la Mujer en la Ciencia 2015, enviado para publicación.
2. Proyecto DAIP 2014 "Caracterización mecánica de hueso: cambios inducidos en los espectros vibracionales como función del tamaño y la densidad mineral ósea", Responsable Ma. Isabel Delgadillo Cano.
3. M.F. Gilberto Daniel Gutiérrez Vázquez, "Diseño y construcción de un sistema de escaneo de fluorescencia de rayos X para crear mapas elementales". Tesis doctoral, Universidad de Guanajuato.

RECONSTRUCCIÓN DE SUPERFICIES EN 3D USANDO LA TRANSFORMADA DE FOURIER EXTENDIDA

Jennifer Lopez Chacón^a, María Elena Cervantes Martínez^b, Mauricio Ortiz Gutiérrez^a, Rafael González Campos^a y Marco Antonio Salgado Verduzco^a,

^a Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH, jan.yannn@gmail.com, mortizg@yahoo.com, rcampos@umich.mx, marsalver@yahoo.com.mx

^bInstituto de Física y Matemáticas UMSNH, mary@ifm.umich.mx

RESUMEN

Es bien conocido que cuando se proyecta un patrón de franjas de líneas paralelas, claras y oscuras, sobre una superficie aparece una rejilla modulada en fase la cual relaciona las coordenadas locales con la altura de la superficie. Por medio de la transformada de Fourier este patrón es demodulado para obtener el mapa de fase envuelta. El proceso de desenvolvimiento de la fase se puede llevar a cabo mediante el método de K. Itoh el cual produce una nube de puntos que corresponden con las alturas locales de la superficie respecto a un plano de referencia. En este trabajo se presenta la técnica anteriormente descrita con la implementación de la Transformada de Fourier Extendida (XFT) para la reconstrucción de superficies en 3D. El uso de la XFT mejora los resultados que si se utiliza la FFT de programas comerciales y no es necesario contar con programas complejos para el desenvolvimiento de la fase. Presentamos los resultados obtenidos de las superficies con objetos simulados digitalmente y reales.

1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día el desarrollo de la óptica tiene un gran auge gracias al impacto que tienen sus aplicaciones en las actividades del ser humano. Estas se pueden dividir en cuatro grandes áreas y en las cuales inciden las investigaciones que en la actualidad se realizan: instrumentación óptica [1], comunicaciones ópticas [2], fotónica [3] y metrología óptica [4].

La metrología óptica es de suma importancia en la solución de problemas relacionados con la industria automovilística, aerostática, análisis no destructivo de materiales compuestos, inspección de turbinas y detección de fracturas en elementos mecánicos, entre otras.

Gracias a la Metrología Óptica se pueden realizar mediciones de objetos con relativa facilidad y permite analizar algunas de sus propiedades físicas tales como esfuerzo, desplazamiento, distancia, presión, temperatura, velocidad, forma, dimensiones, etc., de objetos y/o regiones de observación. Entre algunas de las técnicas que se emplean en la metrología óptica cuya característica principal es que son pruebas sin contacto, se encuentran los sistemas ópticos basados en la técnica de proyección de franjas, efecto moiré, efecto Talbot e interferometría de moteado [4].

En este trabajo se utiliza la técnica de proyección de franjas para digitalizar la superficie de los objetos a analizar. Mediante una aplicación de procesamiento de imágenes utilizando el método de Takeda por transformada de Fourier se implementa la forma que permite visualizar e interpretar la topografía de las superficies y proporciona información cualitativa de los cambios superficiales que presentan. La propuesta en este trabajo es el uso de la extensión de la transformada de Fourier discreta que mejora los resultados que se obtienen con el algoritmo tradicional de la transformada de Fourier discreta que viene implementada en los programas de cómputo tales como MatLab, Mathematica, etc.

2. TEORÍA

La rejilla utilizada en metrología óptica es una transparencia cuya función matemática que la describe es llamada función de transmitancia $g(x,y)$ y es dada por una función cosenoidal. La razón por la que estas rejillas son usadas en metrología es debido a que pueden ser moduladas en fase. Una forma de modular la fase de la rejilla se presenta cuando ésta se proyecta sobre un objeto que tenga relieve en su superficie, lo que provoca la deformación en la rejilla tal como se muestra en la figura 1.

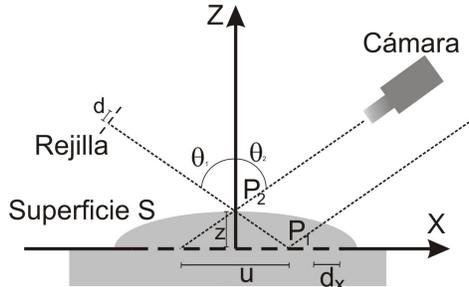


Figura 1. Geometría para la proyección de una rejilla. Se muestra el perfil de la rejilla pero no el sistema óptico que la proyecta.

Como puede observarse en la figura 1 las franjas de la rejilla son proyectadas sobre la superficie de un objeto colocado sobre el plano xy y observadas por una cámara. En esta figura se puede ver que una franja originalmente colocada en P_1 sobre el plano xy se desplazará a P_2 debido a la superficie S . Si se proyecta el punto P_2 sobre el plano xy y se captura con la cámara se encuentra que el desplazamiento, $u(x)$, está dado por la ecuación

$$u(\xi) = z(\tau\alpha\nu\theta_1 + \tau\alpha\nu\theta_2) \quad , \quad (1)$$

donde z es la altura del punto P_2 medida por encima del plano xy . La fase que se introduce en la rejilla debido a la proyección sobre la superficie está dada por la ecuación 2

$$\Psi(\xi) = 2\pi \frac{\zeta\sigma\varepsilon\nu(\theta_1 + \theta_2)}{\delta\chi\sigma\theta_2} \quad . \quad (2)$$

Cuando la rejilla se proyecta sobre la superficie se modula su fase y se puede representar según la ecuación (3)

$$\eta(\xi, \psi) = \alpha(\xi, \psi) + \beta(\xi, \psi) \chi\sigma\phi\xi + \Psi(\xi) \quad , \quad (3)$$

donde f es la frecuencia de la rejilla proyectada.

Para obtener el valor de la fase se emplea el método de la transformada de Fourier que fue presentado originalmente por Takeda et, al [5]. Siguiendo el método de Takeda, la ecuación (3) se puede reescribir como

$$\eta(\xi, \psi) = \alpha(\xi, \psi) + \chi(\xi, \psi) \varepsilon^{i2\pi\phi\xi} + \chi^*(\xi, \psi) \varepsilon^{-i2\pi\phi\xi} \quad , \quad (4)$$

donde

$$\chi(\xi, \psi) = \frac{1}{2} \beta(\xi, \psi) \varepsilon^{i\Psi(\xi, \psi)} \quad , \quad (5)$$

y el símbolo (*) denota el complejo conjugado del término dado en la ecuación (5)

La transformada unidimensional de Fourier del patrón de franjas con respecto a la variable x da como resultado

$$H(v, \psi) = A(v, \psi) + X(v - \phi, \psi) + X^*(v + \phi, \psi) \quad , \quad (6)$$

donde las letras mayúsculas denotan el espectro o transformada de Fourier y v es la frecuencia espacial en la dirección x . Colocando un filtro en el plano de frecuencias que permita el paso del primer orden de difracción del espectro de Fourier, la función $C(v-f, y)$ puede ser aislada y además si se traslada hacia el origen se elimina la dependencia de la frecuencia f y entonces se puede obtener $C(v, y)$.

El siguiente paso es tomar la Transformada Inversa de Fourier de la función $C(v, y)$ cuyo resultado es la función compleja $c(x, y)$. La fase entonces puede ser determinada a través del logaritmo de la función $c(x, y)$. La fase se encuentra en la parte imaginaria de dicha ecuación y está completamente separada de la variación de amplitud $b(x, y)$ en la parte real. Por tanto, la fase se calcula considerando únicamente la parte imaginaria y entonces la altura z del objeto que depende de la fase f se encuentra por medio de la ecuación (7)

$$\zeta = \frac{\chi \sigma \theta_2}{2\pi \sigma \epsilon v (\theta_1 + \theta_2)} \text{Im} \{ \lambda \circ \chi[\chi(\xi, \psi)] \} \quad . \quad (7)$$

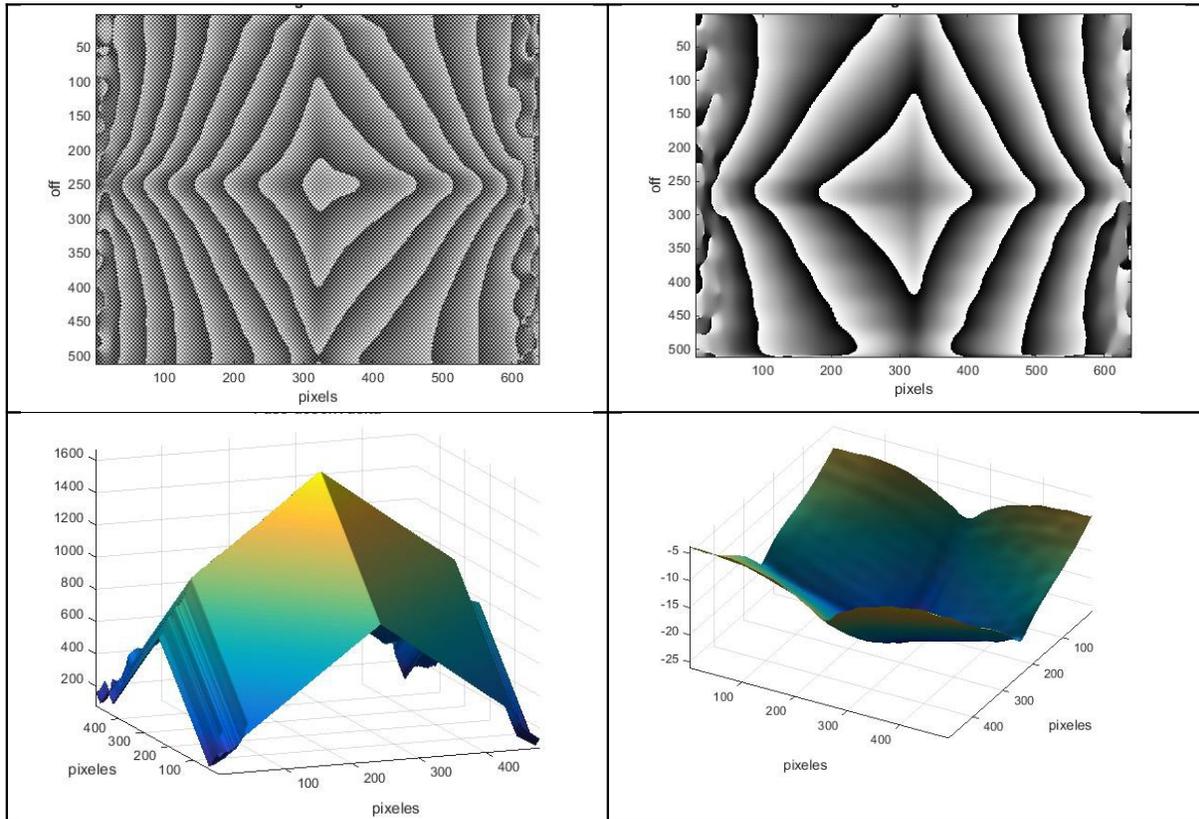
Los valores de la fase que se obtienen presentan discontinuidades debido a que la función coseno que se utiliza para definir la rejilla no es inyectiva. Cuando la fase presenta discontinuidades se dice que la fase está envuelta en el rango 0 a 2π . El término fase desenvuelta surge como resultado del proceso computacional en el cual se integra el valor de 2π a la fase para eliminar las discontinuidades en los valores de la fase, es decir, se suma o se resta este valor a lo largo de una trayectoria o línea cuando se leen los datos en sentido de derecha a izquierda. Las discontinuidades en la fase pueden ser causadas por cambios rápidos en el parámetro medido, es decir, tales defectos pueden aparecer como un cambio repentino en el espaciamiento de las franjas o como un punto donde las franjas se detienen (también conocido como ruptura de franjas). En estas circunstancias, los errores en el desenvolvimiento de la fase son propagados desde el defecto al resto del arreglo de valores de la fase. En este trabajo se desenvuelve la fase utilizando el método de Itoh [6] sin embargo no se proporcionan detalles del algoritmo empleado. En este trabajo se emplea una cuadratura Gaussiana de la transformada fraccional continua de Fourier. Esta cuadratura está dada en términos de los polinomios de Hermite y que permite reescribir la transformada rápida de Fourier considerando valores complejos dentro de un círculo unitario y sólo los valores en su frontera. Esta versión de la transformada de Fourier denominada XFT (Xtended Fourier Transform) es una versión mas precisa de la transformada de Fourier rápida (FFT) [7] y mejora de manera significativa los resultados obtenidos de las superficies digitalizadas.

3. RESULTADOS

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos. En la columna de la izquierda se muestra la fase envuelta y la reconstrucción de la superficie usando la transformada de Fourier rápida (FFT) que viene incluida en los programas de cómputo comerciales. En la columna de la derecha se muestra la fase envuelta y la reconstrucción de la superficie empleando el algoritmo de la transformada de Fourier extendida (XFT). Se puede observar que la superficie con la XFT no tiene saltos o imperfecciones como en el caso de la FFT.

Tabla 1. Imágenes de la fase envuelta y la reconstrucción de la superficie usando la FFT y la XFT.

FFT	XFT
-----	-----



4. CONCLUSIONES

En este trabajo se utiliza la técnica de proyección de luz estructurada para la reconstrucción tridimensional de la topografía de superficies de muestras vegetales como hojas. Con esta técnica se reconstruye la topografía de los objetos utilizados a partir de la deformación de las franjas proyectadas mientras es observado a través de un microscopio óptico. La imagen que se obtiene de las franjas deformadas es registrada por una cámara CCD. Mediante una aplicación de procesamiento de imágenes, además del uso del método de Takeda se implementa la forma que permite visualizar e interpretar la topografía de las superficies y proporciona información de los cambios superficiales que presentan. Los resultados muestran que con el uso de la XFT se mejoran las superficies reconstruidas sin necesidad de contar con algoritmos de desenvolvimiento de fase complejos.

BIBLIOGRAFÍA

1. Torres Vidales Eugenia, "Análisis cualitativo de la topografía de objetos por proyección de luz estructurada", (Tesis de licenciatura, UMSNH, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas; Morelia, Michoacán, 2010).
2. Jasprit Singn, in "Optoelectronics an introduction to materials and devices" (USA. McGraw-Hill, 1996).
3. Bahaa E.A Saleh, Malvin Carl Teich, in "Fundamentals of photonics" (USA. John Wiley, 1999).
4. Gasvik Kjell J. in "Optical Metrology", (England. John Wiley, 2002).
5. Takeda Mitsuo, Hideki Ina, Seiji Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry" J. Opt. Soc. Am. Vol. 72, 1, 1982, 156-160.
6. Itoh K., "Análisis of the phase unwrapping problema", Applied Optics. Vol. 21, 14, 1982, 2470-2479.
7. R. G. Campos, J. Rico-Melgoza, E. Chávez, "XFT: An extensión of the discrete fractional Fourier Transform", arXiv preprint arXiv:0911.0952, 2009.

PARTÍCULAS MAGNÉTICAS DE POLVO URBANO PRESENTES EN HOJAS EN FICUS L. (Moraceae), ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA, MÉXICO)

Laura Elizabeth Peña García^a, Francisco Bautista Zúñiga^b, Víctor Rentería Tapia^c, Javier García Velasco^a, Roberto Maciel Flores^a y José Rosas Elguera^c

^aDepartamento de Ecología. Centro Universitario de Ciencias Biológicas. Camino Ing. Ramón Padilla Sánchez No. 2100. Poblado de la Venta del Astillero. Nextipac, Zapopan, Jal.

pglaurae@gmail.com

^bCentro de Investigaciones en Geografía Ambiental, Universidad Nacional Autónoma de México. Laboratorio Universitario de Geofísica Ambiental, Antigua Carretera a Pátzcuaro No. 8701, Col. Ex-Hacienda de San José de la Huerta. C.P. 58190. Morelia, Michoacán, leptosol@yahoo.com

^cCentro Universitario de los Valles. Universidad de Guadalajara, Ameca, Jal.

victor.renteria@profesores.valles.udg.mx

RESUMEN

Se desarrolló un estudio en hojas de *Ficus* sp. con la intención de identificar presencia, distribución y caracterización de metales pesados en la zona metropolitana de Guadalajara, definidos como elementos tóxicos para la población presentes en la atmósfera. Se utilizaron las hojas de *Ficus* sp. como elementos captadores de dichos metales. Para ello se colectaron 150 muestras de hojas de *Ficus* sp. a una altura de entre 1.5 y 2 metros de altura. El muestreo fue efectuado de manera simultánea con el apoyo de 11 equipos de trabajo. Los sitios de muestreo se establecieron en gabinete, especificando el sitio a cada 2 km de distancia entre sí y conforme a la traza urbana, uso de suelo y tipos de vialidad.

Las muestras de hojas fueron analizadas mediante microscopio electrónico de barrido y fueron observadas a diferentes escalas.

Mediante microscopía electrónica de barrido se observó que el 82% de las muestras se identificó la presencia de cobre, níquel, cadmio, cobalto, arsénico, el 72% presencia de tantalio y circonio; tungsteno 55%, platino y talio 27% y mercurio 18%. Zinc, titanio, vanadio en el 45% de ellos. 36% de plomo y 27% de cromo en las muestras.

Se analizan los efectos en la salud de los metales que se encuentran, así como la distribución y el origen de ellos en la ZMG.

Los elementos Cu, Zn, Co, Ni, Cd, Pb, Cr, que fueron observados por MEB, también fueron identificados mediante absorción atómica, encontrando concentraciones de Pb de 228.441 y Cu de 152.863.

1. INTRODUCCIÓN

A partir de la década de los 90 se han desarrollado trabajos sobre caracterización y sedimentación de elementos en polvo urbano, suelo y en algunas especies vegetales en diferentes partes del mundo, con áreas de trabajo de tamaños diversos, pero todos con la finalidad de identificar el tipo de contaminantes presentes.

Una de las causas de la contaminación ambiental vino a hacerse presente con mayor fuerza en ciudades fuertemente congestionadas por tráfico y una reducida precipitación pluvial, causando acumulación de metales sobre las vías de comunicación. Estas partículas provienen de los productos de abrasión de frenos, discos, ruedas y el propio firme. Aunque se hayan eliminado los asbestos en las pastillas de frenos, metales como Fe, Mn, Cu, Zn, Sb, Ba, Zr, entre otros, son componentes abundantes en ellas y Zn en las ruedas (Querol 2008).

La contaminación por partículas (también llamado material particulado o PM) es el término de una mezcla de partículas sólidas y gotitas líquidas que se encuentran en el aire. La contaminación por partículas incluye "partículas gruesas", con diámetro mayor de 2,5 micras y menor a 10 micrómetros y "partículas finas", con diámetros que tienen 2,5 micrómetros y más pequeñas (U.S. EPA 2011).

El tamaño de las partículas está directamente relacionado con su potencial para causar problemas de salud. Las partículas de 10 micrómetros de diámetro o menos (PM10), son las partículas que por lo general pasan a través de nariz y garganta y entrar en los pulmones. Así como la exacerbación de enfermedades preexistentes del corazón o de pulmón, los niños y los adultos mayores. En cuanto a efectos ambientales, las PM disminuyen la visibilidad, así como el incremento en la acidez de lagos y ríos, cambios en el equilibrio de nutrientes en aguas costeras y cuencas hidrológicas, reducción de los niveles de nutrientes del suelo, daño a bosques y cultivos, reducción de la diversidad en los ecosistemas y daños a la roca y otros materiales (U.S. EPA 2011).

El rápido crecimiento económico y la globalización han generado evidentes beneficios económicos, sin embargo también han provocado problemas de salud ambiental, como la degradación de la calidad del aire urbano, y la presencia de metales pesados en la corteza terrestre, los suelos y las plantas en concentraciones nocivas en los suelos urbanos. La toxicidad de los elementos depende de la dosis o cantidades de las que se traten, ya que existen elementos esenciales que, en grandes dosis, son tóxicos ((Calzas Rodríguez, Barneto Aranda y Sánchez Torres 2007); (Aguilar Reyes, y otros 2011-2); (Baltrėnaitė, Baltrėnas, Lietuvninkas, Serevičienė, & Zuokaitė, 2014); (Kord, Mataji, & Babaie, 2010).

La OCDE en un reporte comenta que “la contaminación del aire se convertirá en la principal causa ambiental de mortalidad prematura en el mundo” y estima que “hacia 2050 el número de muertes prematuras derivadas de la exposición a partículas suspendidas aumentará más del doble y alcanzará 3.6 millones cada año en el mundo” (OCDE 2012).

Los metales pesados y en general los elementos traza, están presentes en relativamente bajas concentraciones en la corteza terrestre, los suelos y las plantas. La presencia de concentraciones nocivas (anomalías) en los suelos es una degradación especial denominada contaminación y ocurre como consecuencia de las diversas actividades humanas, principalmente la industrial. Se han acumulado en los suelos, diversos compuestos de estos elementos, en grandes cantidades y/o en formas solubles, rompiendo el equilibrio natural y causando la contaminación de acuíferos y en ocasiones, la introducción de estos elementos en la red trófica. La toxicidad de los elementos en gran medida depende de la dosis o cantidades de las que se traten, ya que existen elementos esenciales que en grandes dosis son tóxicos (Calzas Rodríguez, Barneto Aranda y Sánchez Torres 2007). Estas partículas tienen la capacidad de genera problemas de salud más severos si se encuentran entre ellas metales como Pb, Zn, Ba, Cd y Cr (OMS 2010).

2. ÁREA DE ESTUDIO

El área de estudio fue la ZMG, es la segunda ciudad más grande del país, después de la Ciudad de México. Se ubica en el centro del Estado de Jalisco. Circundan la ZMG, al NE la Sierra de San Esteban; al SE la Serranía de San Nicolás y los conjuntos montañosos Cerro Escondido, San Martín y El Tapatío, La Reyna; al S el Cerro del Cuatro, Gachupín y Santa María; y al O la Sierra La Primavera. Estas sierras constituyen, parcialmente, una barrera física natural para la circulación de los vientos. Las pendientes son variables con un promedio de 3% (INECC 2007). La ZMG está conformada por 8 municipios, San Pedro Tlaquepaque, Tonalá, Zapopan, Tlajomulco de Zúñiga, El Salto, Juanacatlán, Ixtlahuacán de los Membrillos y el citado Guadalajara. La superficie que cubren es de 2,734 Km². la población total de los 8 municipios que conforman la ZMG para el 2014, es de 4, 737,096 habitantes (Secretaría de Gobernación 2014), de los cuales 6 (Guadalajara, Zapopan, Tlaquepaque, Tonalá, el Salto y Tlajomulco de Zúñiga), corresponden a nuestra área de estudio.

El municipio de Tlajomulco de Zúñiga observó la tasa más alta en el periodo 2000-2005 de 10.8 puntos porcentuales y en el siguiente quinquenio (2005-2010) tuvo una crecimiento explosivo, aumentó su población un 88.8 por ciento (195,996 hab.) a una tasa promedio anual de 14.63%. Le siguió Ixtlahuacán de los Membrillos con una tasa considerada alta de 12.82%, para acumular a mediados del 2010. Le siguen en importancia de crecimiento los municipios de El Salto y Tonalá, con tasa de 4.74 y 3.45 por ciento en promedio anualmente.

La ZMG se encuentra afectada la mayor parte del año por la afluencia de aire marítimo tropical. Sin embargo, en el transcurso del año una gran variedad de fenómenos meteorológicos de escala regional, en superficie y en la atmósfera superior. Por estar situada en la región central del país, está sujeta también a la influencia de sistemas anticiclónicos, generados tanto en el Golfo de México como en el Océano Pacífico. Estos sistemas ocasionan una gran estabilidad atmosférica, inhibiendo el mezclado vertical del aire. Así mismo, recibe una abundante radiación solar debido a

su latitud de 20° N, lo que hace que su atmósfera sea altamente foto reactiva (Gobierno del estado de Jalisco; Instituto Nacional de Ecología; Secretaría de Salud 2001).

3. PARTE EXPERIMENTAL

Se consultó y obtuvo información cartográfica y de uso, traza urbana y vialidades. Con ello se clasificaron y agruparon por usos de suelo y tipos de vialidades, con lo que se diseñó un muestro estatificado, con una rejilla sobre el plano de la ZMG, escala 1:12,500 y se definieron los puntos de muestreo, esto ajustándolo a la traza urbana, ubicando cada sitio de muestreo a 2 kilómetros de distancia entre cada uno.

Para el muestreo fue necesario solicitar apoyo de alumnos y profesores, a los cuales se les dio un curso de capacitación. Con ellos se organizaron 11 grupos de trabajo para cubrir la ZMG (18 puntos por grupo). Cada grupo estuvo integrado por 4 personas (1 profesor y 3 estudiantes), a los que se les entregó el material a utilizar y mapa de localización de su área de trabajo. El muestreo inicio a las 8 y finalizo a las 21 horas del 23 marzo 2013.

Se colectaron 150 muestras de hojas de *Ficus* sp, procurando obtener la muestra del punto previamente definido en gabinete. Los sitios de muestreo se georreferenciaron en coordenadas Universal Transversal de Mercator (UTM) y datum WGS84. Cada grupo llevó una bitácora y el registro fotográfico del muestreo. Para la toma de muestras se usó equipo de seguridad (lentes de protección, guantes y cubre bocas). Las muestras se tomaron de árboles grandes, de una altura promedio ente 1.60 y 2 mts. Se cortaron 30 hojas maduras grandes, de color café. Las hojas se cortaron con tijeras de jardinero, al completar las 20 hojas se selló la bolsa y esta se depositó en una segunda bolsa, entre ambas se colocó una etiqueta de color con el número de muestra, la hora, nombre del colector y las coordenadas del sitio (Bautista, y otros 2011), (Aguilar, y otros 2013).

Las muestras se colocaron en papel estraza y se secaron en estufa con sistema de convección de calor durante 48 horas. Posteriormente se seleccionaron de ellas, de manera que la ZMG quedara geográficamente representada y se llevaron al laboratorio para ser observadas en un microscopio Jeol JSM 6610LV, Detector EDS Oxford 20 mm² con el software AZtecEnergy de Oxford Instruments, de Energía dispersiva espectroscópica de rayos X. A cada muestra se le se les dio un barrido general a escala pequeña (250 o 100 µm), para la conocer la composición química de las partículas presente en las hojas y, posteriormente, en las áreas de interés (mayor acumulación de partículas), se observaron a mayor detalle (10, 2.5 µm y menores). Se identificaron y cuantificaron los elementos presente. Esto permitió hacer comparaciones de contaminación entre las diferentes áreas de muestreo.

4. RESULTADOS

Con microscopía fue factible identificar diferencias en la forma de las partículas, algunas se observaron angulosas y otras redondeadas o sub redondeadas, así como de tamaños diversos, predominando las de tamaño menor a 2.5µ.

Los elementos más abundantes (determinados mediante absorción atómica) fueron el Pb con un máximo de 228.44 mg/kg y el Cu con 152.86 mg/kg. Se observaron correlaciones de Pearson altamente significativas en orden decreciente entre el Cu, Zn, Cr, Cd y Ni, posteriormente entre el Co, Cd, Pb, Cr y Ni, en seguida el Ni, Cd y Pb y finalmente el Cd con el Pb y el Cr.

4. CONCLUSIONES

Ya que el tamaño de las partículas en su mayoría es menor a 2.5µ, s importante considerar las afectaciones a la salud de la población., así como analizar la fisiología de las especies de *Ficus* sp. Y determinar el daño que estas partículas pueden generar en el arbolado.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía

1. Aguilar Reyes, Bertha, Francisco Bautista, José Rosas-Elguera, Avto Gogichaishvilli, Rubén Cejudo, y Juan. Morales. «Evaluación de la contaminación ambiental por métodos magnéticos en las ciudades de Morelia y Guadalajara México.» *Latinmag Letters*, 2011-2: D22 1-6.

2. Aguilar, Bertha, y otros. «Reconnaissance environmental magnetic study of urban soils, dust and leaves from Bogotá, Colombia.» *Studia Geophysica et Geodaetica*, 2013: 741-754.
3. Bautista, Francisco, José Palacios, Hugo Delfín, Rosaura Pérez, Estela Carmona, y María del Carmen Delgad. *Técnicas de muestreo para manejadores de recursos naturales*. México: Universidad Nacional Autónoma de México, 2011.
4. Calzas Rodríguez, Julia, Isodoro Carlos Barneto Aranda, y José Miguel Sánchez Torres. *Cáncer de pulmón. Cuestiones más frecuentes, información a pacientes y familiares*. Madrid: Grupo Editorial Entheos, S. L., 2007.
5. Cazimir, Roberto, Roberto Joseph Sylvestre, y Servando Carvajal. «Las especies ornamentales de Ficus L. (Moraceae) de la zona metropolitana de Guadalajara.» *Scientia-CUCBA*, 2001: 59-84.
6. Gobierno del estado de Jalisco; Instituto Nacional de Ecología; Secretaría de Salud. *Programa para el Mejoramiento de la Calidad del Aire en la ZMG 1997-2001*. México: Instituto Nacional de Ecología, 2001.
7. OCDE. *Perspectivas ambientales de la OCDE hacia 2050*. Francia: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, 2012.
8. OMS. *Organización Mundial de la Salud*. Noviembre de 2011. <http://www.who.int/features/factfiles/cancer/facts/es/index.html> (último acceso: 20 de Diciembre de 2011).
9. —. «Organización Mundial de la Salud.» *Centro de prensa. Calidad del aire (exterior) y salud. Nota descriptiva N°313*. Marzo de 2014. <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs313/es/> (último acceso: 13 de Enero de 2015).
10. —. «Organización Mundial de la Salud.» *Las 10 causas principales de defunción. Nota descriptiva n° 310*. Octubre de 2008. <http://www.who.int/research/es/> (último acceso: 28 de Diciembre de 2011).
11. —. «Organización Mundial de la Salud Oficina Regional para Europa. WHO Regional Office for Europe.» *Outdoor air pollution a leading environmental cause of cancer deaths*. 17 de octubre de 2013. <http://www.euro.who.int/en/health-topics/environment-and-health/air-quality/news/news/2013/10/outdoor-air-pollution-a-leading-environmental-cause-of-cancer-deaths> (último acceso: 02 de Septiembre de 2014).
12. —. *Organización Mundial de la Salud. Nota descriptiva N°297*. Octubre de 2011. <http://www.who.int/entity/mediacentre/es/> (último acceso: 28 de Diciembre de 2011).
13. —. «Organización Mundial de la Salud. Nota descriptiva N°343.» *Eliminación de las enfermedades relacionadas con el asbesto*. Julio de 2010. <http://www.who.int/entity/mediacentre/es/> (último acceso: 28 de Diciembre de 2011).
14. —. «Organización Mundial de la Salud. Nota descriptiva N°350.» *Cánceres de origen ambiental y ocupacional*. Julio de 2011. <http://www.who.int/entity/mediacentre/es/> (último acceso: 28 de Diciembre de 2011).
15. Organización Mundial de la Salud. *Guías de calidad del aire de la OMS relativas al material particulado, el ozono, el dióxido de nitrógeno y el dióxido de azufre*. Ginebra: Organización Mundial de la Salud, 2006.
16. Querol, Xavier. «Calidad del aire, partículas en suspensión y metales.» *Revista Española de Salud Pública*, 2008: 447-454.
17. U.S. EPA. *U. S. Environmental Protection Agency*. 6 de Julio de 2011. <http://www.epa.gov/gateway/learn/airpollution.html> (último acceso: 29 de Diciembre de 2011).
18. Valdivia Aguilar, Emilio. «Morbilidad respiratoria y su relación con la contaminación atmosférica por PM10 en la zona de "Miravalle", Jalisco., México en el 2006-2007.» *Tesis Maestría en Ciencias de la Salud Ambiental*. Guadalajara, Jalisco: Universidad de Guadalajara, 27 de Enero de 2009.

Muerte de una estrella: Los cuerpos oscuros de Laplace

Alberto Jiménez Gutiérrez, Sarahi Casas Serrano, David Pérez Bifano, Víctor Alexis Escobedo Nájera, Aurora Solar García

Preparatoria 2 de octubre de 1968. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. email: pablenko@outlook.com

RESUMEN

El siguiente trabajo presenta una revisión de los modelos que describen la muerte de las estrellas desde un punto de vista relativista. Clasificamos las estrellas utilizando el principio de exclusión de Pauli, el límite de masas de Chandrasekhar y el radio de Schwarzschild. Recurrimos a los trabajos del Dr. Shahen Hacyan de la colección "La ciencia desde México". Los cálculos más elaborados los solventamos usando la paquetería Wolfram Mathematica. Este trabajo de divulgación es elaborado por estudiantes del club de ciencias de la Preparatoria "2 de Octubre de 1968" del nivel medio superior de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP).

1. El rol de la gravedad

El punto de vista más general aceptado por los físicos hasta el momento, es que uno puede dividir la discusión acerca del universo en dos partes. La primera es la cuestión de que las leyes locales se satisfacen en distintos campos de la física, usualmente expresadas en forma de ecuaciones diferenciales. En la segunda, está el problema de las condiciones de frontera para estas ecuaciones y la naturaleza global de sus soluciones. Esta parte abarca, en cierto sentido la cuestión de los límites del espacio-tiempo. Ambas partes podrían no ser independientes. De hecho se ha sostenido que las leyes locales están determinadas por la estructura a gran escala del universo.¹ Al respecto, adoptaremos un enfoque menos ambicioso: tomaremos las leyes físicas que han sido determinadas experimentalmente, y veremos lo que estas leyes implican acerca de la estructura a gran escala del universo. Resulta evidente que hay una gran extrapolación en suponer que las leyes físicas que uno determina en laboratorio, debieran aplicarse a otros puntos del espacio-tiempo donde las condiciones pueden ser muy diferentes. Si estas leyes fallaran, deberíamos considerar la existencia de otros campos físicos que contienen estas leyes locales, pero cuya existencia todavía no se ha detectado en los experimentos, debido a que variarían muy poco en un región tan pequeña como nuestro sistema solar. De hecho, la mayoría de los resultados debieran ser independientes de la naturaleza específica de las leyes de la física, más bien implicarían ciertas propiedades generales, tales como la descripción del espacio-tiempo descritas por la geometría pseudo-Riemanniana del espacio-tiempo.

Las interacciones fundamentales en la actualidad que conoce la física se puede dividir en cuatro clases: las interacciones nucleares fuerte y débil, el electromagnetismo y la gravedad. De estas, la gravedad es por mucho la más débil (la relación entre la fuerza gravitacional en comparación con la fuerza eléctrica en un átomo de hidrógeno es del orden de $\sim 10^{-40}$). Sin embargo, ésta juega un papel dominante en la conformación de la estructura a gran escala del universo. Esto es debido a que las interacciones fuerte y débil tienen un rango de corto alcance ($\sim 10^{-13}$ cm o menos), y aunque el electromagnetismo es una interacción de largo alcance, la repulsión de cargas es muy equilibrada casi idéntica, por lo que respeta a las masas de dimensiones macroscópicas, debido a la atracción de cargas opuestas. La gravedad por otro lado parece ser siempre atractiva. Así, el campo gravitacional de todas las partículas que conforman un cuerpo macroscópico, produce un campo que domina sobre todas las demás fuerzas.

¹Esta visión, es generalmente asociada a Mach, y recientemente ha sido desarrollada por Dirac (1938), Sciama(1953), Dicke(1964), Hoyle, Narlikar(1964) y otros

2. Cuerpos oscuros de Laplace

La gravedad no solo es una fuerza dominante a grán escala, sino que es una fuerza que afecta a cada partícula de la misma forma. Esta universalidad fue reconocida por primera vez por Galileo, quién encontró que cualquiera dos objetos caen a la misma velocidad. También se ha observado que la luz es desviada por campos gravitacionales. Debido a que las señales no pueden viajar más rápido que la luz, la gravedad entonces determina la estructura causal del universo, es decir, determina aquellos acontecimientos del espacio-tiempo que pueden estar relacionados causalmente entre sí.

Estas propiedades de la gravedad conducen a severos problemas, si para una cantidad lo suficientemente grande de materia se concentra en una región, ésta, podría desviar luz de la región lo suficiente que, de hecho, resulta ser arrastrada hacia adentro. Esta situación fué planteada en 1798 por Laplace quién apuntó que un cuerpo de una densidad similar a la del sol, pero 250 veces su radio deberá ejercer un campo gravitacional tan fuerte que la luz no puede escapar de su superficie, Esto resulta tan impresionante que regresaremos a él en el apéndice.

Uno puede expresar el arrastre de luz por un cuerpo masivo más precisamente usando la idea de Penrose de superficies cerradas atrapadas. Consideremos una esfera de radio \mathcal{T} que rodea. Al mismo instante \mathcal{T} emite un flash de luz. Un instante de tiempo t después, los frentes de onda entrante y saliente \mathcal{T} forman dos esferas de radio \mathcal{T}_1 y \mathcal{T}_2 respectivamente. En una situación normal, el área de \mathcal{T}_1 debe ser menor que \mathcal{T} pues \mathcal{T}_1 representa el área entrante y al área de \mathcal{T}_2 , más grande que la \mathcal{T} . Si embargo, si una cantidad muy grande de materia se encierra dentro de \mathcal{T} , las áreas de \mathcal{T}_1 y \mathcal{T}_2 deben ser menores que las de \mathcal{T} . La superficie de \mathcal{T} se dice que debe ser una superficie atrapada. Conforme t incrementa, el área de \mathcal{T}_2 se hace más y más pequeña manteniendo a la gravedad atractiva, es decir siempre que la densidad de energía de la materia no se convierta en negativa. Ya que la materia al interior de la esfera \mathcal{T} no puede viajar más rápido que la luz, debe ser atrapada dentro de una región cuya frontera decrece dentro de un tiempo finito. Esto sugiere que algo va muy mal. En realidad muestra que en esta situación, una singularidad espacio-temporal debe ocurrir, para ciertas condiciones razonables.

3. La detección de hoyos negros

Los hoyos negros no emiten luz y ninguna otra señal; sólo se manifiestan por medio de su atracción gravitacional. La materia atrapado por un

hoyo negro puede llegar a liberar enormes cantidades de energía antes de ser absorbida definitivamente. Este proceso no solo delata la presencia de un hoyo negro, sino que puede ser la clave para explicar un gran número de fenómenos misteriosos del universo.

Uno de los principios fundamentales de la física es la conservación de la energía. La energía no puede crearse ni desaparecer, pero sí puede cambiar de forma. Una forma de energía es el calor, que es la manifestación macroscópica del movimiento de los átomos. Consideremos ahora una estrella rodeada de una nube de gas, el gas cae sobre la estrella y se calienta por la fricción entre sus partes (Por los choques entre sus moléculas). En este ejemplo la energía gravitacional se convierte en calor. El proceso por el que un cuerpo cósmico, como una estrella, atrae gravitacionalmente y absorbe el gas de sus alrededores ha sido llamado “acreción” por los astrofísicos. Este es un fenómeno bastante frecuente y de efectos muy interesantes. El caso más extremo, en cuanto generación de energía, es el de la acreción en un hoyo negro. Si un cuerpo cae libremente a un hoyo negro, puede alcanzar velocidades cercanas a la luminosa en el momento anterior a su caída en el hoyo. Si, por el contrario, la caída del cuerpo es frenada por algún tipo de fricción, la energía gravitacional del cuerpo se convierte en calor. En el caso de un gas que es atraído por un hoyo negro la cantidad de energía liberada en forma de calor llega a ser un factor importante de la energía en forma de masa que posee el gas (según la fórmula $E = mc^2$). Los astrofísicos han calculado que la acreción en un hoyo negro puede ser un mecanismo para generar energía aun mas eficiente que la fusión nuclear, en la que “sólo ”un 4 % de la masa del hidrogeno se libera en forma de energía. Por supuesto un hoyo negro debe de estar formado por una gran cantidad de gas para que se produzca una acreción.

3.1. Hoyos negros en sistemas binarios

La mayoría de las estrellas se encuentran formando grupos de dos o mas, amarradas entre si pr su mutua atracción gravitacional, las estrellas aisladas como el sol son mas bien la excepción. Es frecuente que dos estrellas formen un sistema binario, en el que cada una gira alrededor de la otra. en algunas ocaciones, las dos estrellas se encuentran tan cercanas entre si que sus atmósferas se tocan y llegan a intercambiar materia; en este último caso, diversos fenómenos interesantes ocurren por el fenómeno de acreción de la materia de una estrella por su compañera.

En un principio se puede dar el caso de que una de las estrellas de un sistema binario sea mucho más masiva que las otras y, en consecuencia, evolucione más rápidamente pasando por todas las fases de la vida de una estrella hasta terminar en una supernova y, posteriormente, en un hoyo negro. Resultará, entonces, un sistema muy peculiar en el que un hoyo negro y una estrella normal giran uno entorno de otro por su atracción gravitacional. Las estrellas

suelen arrojar cantidades considerables de gas de sus atmosferas al espacio por la presión de su radiación. En nuestro sistema planetario, los efectos del llamado viento solar son bien conocidos por los astrónomos y geofísicos, pero, en muchas estrellas, los vientos estelares pueden ser más intensos que en el caso del sol. También, como señalamos anteriormente, las estrellas tienden a crecer bastante al final de sus vidas, tornándose en gigantes rojas y perdiendo parte de su atmósfera.

Consideremos, pues, un sistema binario formado por un hoyo negro y una estrella normal, con la peculiaridad de que ambos cuerpos se encuentran muy cercanos entre sí. Si la estrella normal está arrojando parte de su atmósfera por el mecanismo de viento estelar, o está creciendo, entonces una fracción de ese material es atrapada por un hoyo negro. Este fenómeno de captura puede generar enormes cantidades de energía.

Debido a la atracción gravitacional y a la rotación del sistema, el gas de la estrella fluye por una zona pequeña de su atmósfera, localizada precisamente frente al hoyo negro, y no cae directamente en este, sino que gira a su alrededor formando un disco de acreción. Si pudiéramos seguir la trayectoria de una partícula de gas en el disco de acreción, veríamos que gira alrededor del hoyo negro y se acerca lentamente a este describiendo una espiral. Si la partícula estuviera aislada giraría indefinidamente alrededor del hoyo negro, tal como un planeta gira alrededor del sol pero, al chocar con las otras partículas del gas perdería parte de su energía de movimiento y se acercaría gradualmente al hoyo negro. La situación es similar a la de un satélite artificial en órbita alrededor de la tierra: Si el satélite se encuentra fuera de la órbita terrestre, giraría indefinidamente; pero si su órbita se encuentra dentro de la atmósfera perdería su energía por la fricción con el aire, se calentaría al rojo vivo y finalmente caería al suelo. Lo mismo sucede con el gas en el disco de acreción: En este caso, la fricción de las diversas partes del gas entre sí lo calentaría enormemente, a costa de frenar su caída al hoyo negro.

Como consecuencia de la fricción, el gas del disco de acreción se calienta cada vez más a medida que se acerca al hoyo negro. Los astrofísicos han calculado que la temperatura en la parte central de un disco de acreción -más cercana al hoyo negro- puede alcanzar varios millones de grados.

Cómo todos sabemos la materia caliente emite luz. La luz es una onda electromagnética cuya longitud de onda determina el color. Nuestros ojos solo pueden percibir la luz con longitudes de onda entre 4 y 8 cienmilésimas de centímetro, que corresponde al violeta y al rojo, respectivamente: los dos extremos del arco iris. Pero, más allá del violeta, están la luz ultravioleta, los rayos X y los rayos gamma con longitudes de ondas cortas (y energías mayores); en el otro extremo, más allá del rojo, están la luz infrarroja, la microondas y las ondas de radio, con longitudes cada vez mayores (y energías menores). La materia calentada a algunos miles de grados (la superficie del Sol) emite la mayor parte de luz en el rango de luz visible. En cambio,

la materia caliente a varios millones de grados emite luz principalmente en forma de rayos X. Así, el gas de un disco de acreción llega a calentarse tanto, poco antes de caer al hoyo negro, que emite rayos X. visto desde la Tierra, un sistema doble como el descrito tendría la apariencia de una estrella normal que gira al rededor de una compañera visible y, además, la posición de ese sistema coincidirá con una fuente cósmica de rayos x.

Hay que precisar que la formación de un disco de acreción no es exclusiva de un hoyo negro. Si la compañera normal es una estrella de neutrones, cuyo tamaño y atracción gravitacional son comparables con las de un hoyo negro, también se puede formar un disco de acreción con características muy semejantes al que se originan alrededor de un hoyo negro. La emisión intensa de rayos X en un sistema binario no necesariamente detecta la presencia de un hoyo negro. Si se trata de una estrella de neutrones, es muy probable que esta emita los pulsos de radio tan característicos de estos objetos; pero aun si no se detectan tales pulsos, no se puede descartar la presencia de una estrella de neutrones, porque no todas emiten pulsos que se puedan recibir en la tierra. El parámetro drástico que permite discernir entre un hoyo negro y la estrella de neutrones es la masa que debe determinarse de alguna forma indirecta.

A diferencia de la luz visible de las estrellas, los rayos X de origen cósmico no pueden llegar a la superficie de la Tierra porque son absorbidos por la atmósfera terrestre. La única manera de detectarlos es por medio de telescopios espaciales colocados en los satélites artificiales que giran por encima de la atmósfera terrestre. En 1970 se puso en órbita un satélite llamado UHURU, diseñado especialmente para observar el cielo a la luz de los rayos X. La imagen del universo que se reveló resultó ser muy distinta que la que estamos acostumbrados a ver. Por lo que se refiere al tema que nos interesa, el satélite localizó varias fuentes de rayos x en el cielo cada una de las cuales coincidía en posición, justamente con una estrella "normal".

Evidentemente si se logra determinar la masa del objeto que se encuentra en el centro del disco de acreción, ésta resulta ser varias veces la del Sol, entonces no habrá duda de que se trata de un hoyo negro. Sin embargo, medir la masa de una estrella, o de cualquier objeto cósmico es imposible en la práctica, a menos de que se pueda observar cómo influye gravitacionalmente sobre algún cuerpo vacío cercano cuya masa sí sea conocida. Los astrónomos han logrado determinar la masa de algunas estrellas que se encuentran en sistemas binarios, estudiando sus movimientos; por otra parte, han podido clasificar a las estrellas según sus características directamente observadas, lo que ha permitido establecer una relación bastante precisa entre el tipo estelar y la masa de cualquier estrella. Conociendo la masa de la estrella normal visible en un sistema binario que emite rayos X, los astrónomos pueden determinar, en forma más o menos aproximada, la masa de

la compañera invisible. En algunos casos, esta masa resultó ser demasiado grande para una estrella de neutrones.

En el caso más conocido y mejor estudiado es el del sistema Cygnus X-1, así llamado porque es la primera fuente de rayos X que se descubrió en la constelación del Cisne. Esta fuente corresponde, en luz visible, a una aparentemente insignificante estrella, sólo visible con el telescopio, que lleva el número 1665 en el catálogo Henry raper(HD) de estrellas. HD 1665 es un sistema binario formado por una estrella gigante muy caliente, que da una vuelta en 5 días y medio alrededor de otro cuerpo masivo invisible. se han hecho varias estimaciones de la masa de ese de ese compañero invisible y todos los cálculos indican superiores a 7 veces la masa del Sol. Hoy en día, la mayoría de los astrónomos están convencidos de que Cygnus X-1 (HD 1665) es un sistema binario formado por una estrella gigante y un hoyo negro, alrededor del cual se ha formado un disco de acreción.

Hasta ahora, se conocen tres casos de fuentes de rayos X que, según las evidencias, podrían corresponder a sistemas binarios con hoyos negroS. Cygnus X-1 sigue siendo el más notorio y el mejor estudiado por su relativa cercanía (sólo diez mil años luz). Otro sistema binario, muy parecido a Cygnus X-1, pero considerablemente más alejado, es LMC X-3, en la Nube mayor de Magallanes. Más reciente, en 1986, se descubrió que un sistema binario, con el nombre poco sugestivo de A0620-00 y a sólo 3000 años luz de distancia, emitía rayos X; una de las componentes no se observaba y la otra era una estrella más pequeña que el sol. Apartir del período de revolución de la estrella visible, se calculó que la masa de la componente invisible es de unas 3 veces la masa solar, lo cual hace sospechar muy frecuentemente que se trata de un hoyo negro.

Referencias

- [1] S.W. Hawkin & G. F. R. Ellis. The large scale structure of space-time. Cambridge University Press 1973.
- [2] E. Papantonopoulos (Ed.), The Physics of the Early Universe, Lect. Notes Phys. 653 (Springer, Berlin Heidelberg 2005), DOI 10.1007/b99562
- [3] Hacyan Shahen, Los hoyos negro y la curvatura del espacio-tiempo. Colección La ciencia para todos FCE 2000).
- [4] Hawking (TV) dirigida por Phillip Martin. BBC Corporation 2004

DESARROLLO DE UN SIMULADOR DEL FLUJO DE CALCIO POR LAS BOMBAS PMCA Y SERCA

Marleni Reyes Monreal^a, Frida Jessica Hernández Ruiz^b, María Eugenia Pérez Bonilla^b,
Arturo Reyes Lazalde^b.

^aDirección General de Innovación Educativa, BUAP, Puebla, Pue. marleni.reyes@yahoo.com.mx

^bBiología Interactiva, Escuela de Biología, BUAP, Puebla, Pue, jess.dfm@hotmail.com,
bonillaeugenia@gmail.com, arturoreyeslazalde@gmail.com

RESUMEN

El ion calcio (Ca^{2+}) es una herramienta universal usada para la transducción de señales extracelulares al interior de las células. Esta función de segundo mensajero se debe a la existencia de una diferencia de tres órdenes de magnitud entre las concentraciones extracelular ($[\text{Ca}^{2+}]_e$) y citoplasmática ($[\text{Ca}^{2+}]_c$) basal del ion. En oposición a una $[\text{Ca}^{2+}]_e$ en rangos milimolares, las células mantienen una $[\text{Ca}^{2+}]_c$ basal de aproximadamente 100 nM, por medio del almacenamiento del ion en las vesículas y organelos intracelulares y su expulsión hacia el espacio extracelular. Para esto, las células poseen varios tipos de proteínas integrales de las membranas plasmáticas y vesiculares que bombean el ion en contra del gradiente de concentración por medio de la hidrólisis del ATP: una de ellas es la bomba de calcio localizada en la membrana plasmática (PMCA) y otra, es la bomba de calcio del retículo endoplásmico y sarcoplásmico (SERCA). En ambos casos el calcio es movido en contra de concentración y en consecuencia requieren de ATP. En este trabajo se desarrolló un simulador de los flujos de calcio por estas bombas. El programa fue implementado usando el lenguaje Visual Basic® ver 6.0. El usuario puede variar las concentraciones de calcio de los diferentes compartimientos: dentro del retículo, el extracelular, el intracelular y determinar el flujo de calcio correspondiente para las bombas PMCA y SERCA.

1. INTRODUCCIÓN

La regulación de la señal del calcio no sería posible sin un sistema de bombas e intercambiadores que puedan regular su concentración intracelular. Una vez que el calcio ha aumentado, resulta necesario que se restablezca a los niveles normales, para que cese la señal, por lo que el calcio debe salir al medio extracelular en la misma concentración que entró. Pero esto no es fácil, ya que al contrario de su entrada por canales, la salida del calcio es en contra de un alto gradiente de concentración, esto obliga a un aporte energético para que pueda ser removido del citoplasma

[1,2]. Estos sistemas regularán la concentración de calcio citosólico y su señal como segundo mensajero, pero no son los únicos. También hay bombas e intercambiadores de calcio para la mitocondria y el retículo, donde hay que considerar que la concentración de calcio es mayor ($>10^{-3}$ M en el retículo sarcoplásmico frente a 10^{-7} M en citoplasma). El retículo sarcoplásmico es un depósito de calcio. Las bombas e intercambiadores de calcio deben de facilitar la entrada de calcio en mitocondria y retículo, mientras que la salida de este depósito se efectúa por canales de calcio, por donde fluye el calcio a favor de su gradiente de concentración [3, 4].

El calcio que entra por sus canales dependientes de voltaje al citosol [5, 6]; es expulsado de él mediante dos tipos de sistemas citosólicos: (1) una ATPasa dependiente de calcio (PMCA), que intercambia 1Ca^{2+} por 2H^{+} y que por ello es eléctricamente neutra, y (2) otra que intercambia 1Ca^{2+} por 3Na^{+} que produce un gradiente electroquímico intermembranal, al tener una carga positiva de más que libera energía, que se puede almacenar para utilizarse en otros procesos que son deficitarios energéticamente¹. Por tanto, la energía necesaria para este proceso contra gradiente se gasta del ATP o del gradiente electroquímico que produce energía libre. El intercambiador $\text{Ca}^{2+}/\text{Na}^{+}$, es de gran capacidad de transporte y baja afinidad para el calcio (lo contrario a la bomba ATPasa) y es especialmente importante en células excitables donde se necesita una salida rápida de calcio del citosol. La PCMA forma un complejo enzima fosfato y está codificada por dos familias de genes. Los genes PCMA1 y PCMA4 parecen ser más genéricos, mientras que los PCMA2 y PCMA3 se expresan de una manera más restringida [7].

La entrada de calcio al retículo, tiene lugar mediante una bomba ATPasa dependiente, denominada SERCA, que intercambia 1Ca^{2+} por $1-2\text{H}^{+}$ (probablemente solo uno), esto hace que en un momento dado, puede no ser eléctricamente neutra. Está codificada, en este caso por 3 genes, SERCA1 más abundante en tejido esquelético, mientras que SERCA2 y SERCA3 lo son en músculo liso y en tejidos no musculares [8, 9].

El flujo de calcio por las bombas PMCA y SERCA disminuye la concentración de calcio del citosol debido a que saca calcio de la célula y/o lo guarda en el retículo. Se han estudiado modelos matemáticos que reproduzcan esta actividad. Una primera aproximación es el uso del modelo de Michaelis-Menten. La ecuación correspondiente está relacionada con una reacción enzimática de primer orden. Basado en esta aproximación Hill propone una ecuación de primer orden para la bomba PMCA. En tanto que, para la bomba SERCA propone una ecuación de segundo orden. Ambas ecuaciones son llamadas función de Hill. Cada una de ellas depende de la concentración de calcio en el citosol.

2. MATERIAL Y MÉTODO

Se desarrolló el simulador mediante el lenguaje Visual Basic® ver. 6.0 para ambiente Windows® los simuladores están basados en el modelo de Hill. Para la bomba PMCA el coeficiente de Hill es uno y para la bomba SERCA es dos. El cambio de la concentración de calcio citoplasmático está basado en el modelo de Goldbeter y colaboradores de 1990.

3. RESULTADOS

Se diseñó y desarrolló un simulador para el estudio del flujo de calcio por las bombas PMCA de la membrana plasmática y para las bombas SERCA en el retículo sarcoplásmico o endoplásmico. El simulador está formado por tres módulos: (1) Paso de calcio por la bomba PMCA, (2) flujo de calcio por la bomba PMCA y (3) flujo de calcio por la bomba SERCA.

En la figura 1, se muestra la ventana para simular el paso del calcio por la bomba PMCA. Este paso de calcio por la bomba depende de la concentración citoplasmática de calcio en la célula, de la afinidad de la bomba por el ión calcio y del potencial de membrana. El usuario puede modificar la concentración interna del calcio y el potencial de membrana para cada nueva simulación.

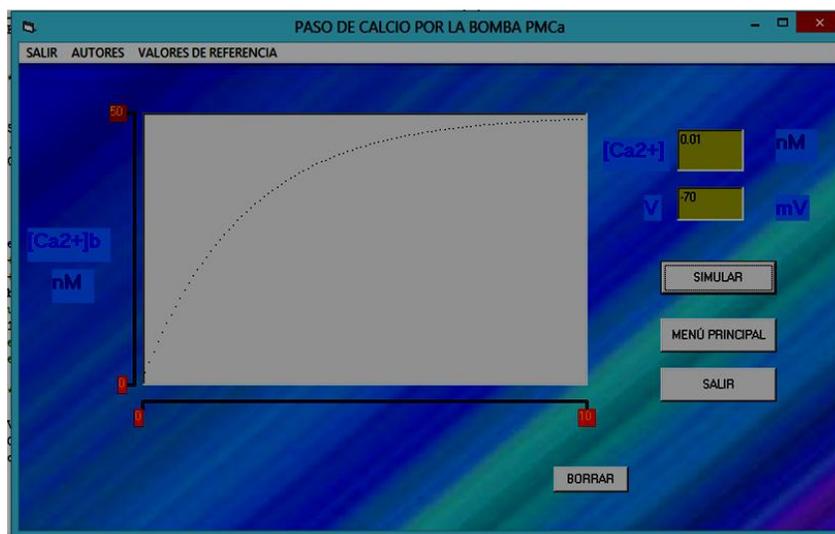


Figura 1. Ventana de interfaz de usuario para simular el paso del calcio por la bomba PMCA. Se observa que rápido y con el tiempo va disminuyendo su velocidad hasta llegar a un máximo.

La figura 2, muestra la ventana de interfaz para simular el flujo del calcio por la bomba PMCA. Este flujo depende de las oscilaciones de calcio citoplasmático. El usuario puede ingresar las concentraciones de calcio que existen en el citoplasmático y en el retículo. En este simulador la frecuencia de oscilación es fija. Cada vez que se produce un incremento en la concentración de calcio citoplasmático, la bomba PMCA saca calcio de la célula al exterior. La velocidad de flujo por la bomba es del orden de $2 \times 10^{-6} \mu\text{M}/\text{cm}^2$, y la constante K de $1 \mu\text{M}$. El usuario puede modificar estas variables dentro del orden de magnitud propuesto.

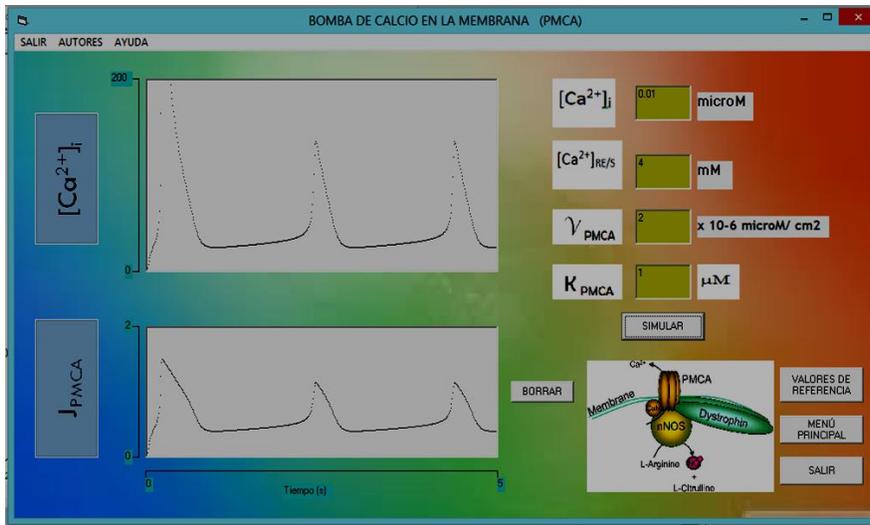


Figura 2. Interfaz para simular el flujo de calcio por la bomba PMCA. Los trazos del recuadro de arriba corresponden a la oscilación de calcio citoplasmático. Los trazos del recuadro de abajo, corresponden al flujo del calcio por la bomba PMCA. Del lado derecho, están cuatro recuadros donde se pueden modificar los valores de las concentraciones de calcio, la velocidad de flujo de la bomba y la constante K.

La figura 3, muestra la ventana para simular el flujo del calcio por la bomba SERCA. Como puede observarse, en este caso, la velocidad de flujo de la bomba es mucho menor que en la bomba PMCA, esto ocasiona que el flujo sea menor. La constante K propuesta para esta bomba es de 2 y la velocidad de flujo es del orden de 2×10^{-4} nM/cm² ms.

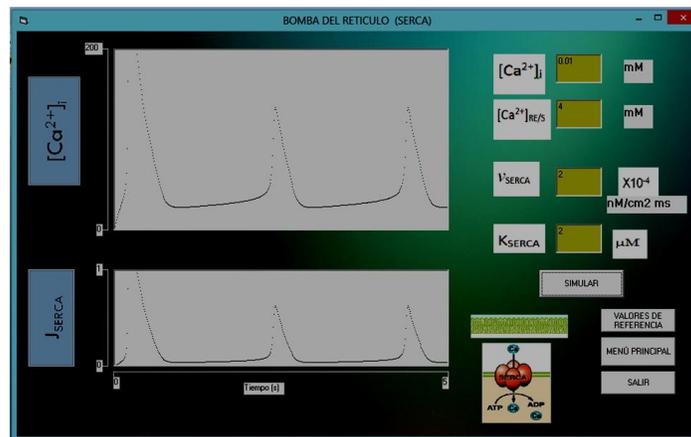


Figura 3. Interfaz para simular el flujo de calcio por la bomba SERCA. El flujo de calcio por la bomba (recuadro inferior), sigue la dinámica de las oscilaciones de calcio citoplasmático.

4. CONCLUSIONES

Este simulador permite a los alumnos comprender de manera interactiva aquellos parámetros que influyen sobre el flujo de calcio por las bombas PMCA y SERCA. Por otro lado se introducen a temas tan importantes como es el control de la concentración de calcio citoplasmático. Este simulador se recomienda usar dentro de la exposición en clase del tema y debe verse como un material didáctico de apoyo para la educación.

BIBLIOGRAFÍA

1. M.J. Berridge, "Neuronal calcium signalling". *Neuron*; 21, 1998, pp. 13-26.
2. E. Carafoli, "Calcium-mediated celular signals: a story of failures". *Trends Biochem. Sci.* 29, 2004, pp. 371-379.
3. G. Benaim, "La Ca^{2+} -ATPasa de la membrana plasmática como enzima clave en la homeostasis intracelular del calcio". *Estimulación por etanol y otros efectores. Acta Cien Ven.* 55, 2004, pp. 304-314.
4. M. Brini, E. Carafoli, "Calcium pumps in health and disease". *Physiol. Rev.* 89, 2009, pp.1341-1378.
5. E. Carbone, D. Aswandulla, "Neuronal calcium channels: Kinetics, Blockade and modulation". *Prog. Biophys. Melee. Biol.* 54, 1989, pp. 31-58.
6. W.A. Catterall, "Structure and regulation of voltage-gated Ca^{2+} channels". *Annu. Rev. Cell Dev. Biol.* 16, 2000, pp. 521-55.
7. L. Dode, C. De Greef, I. Mountian, M. Attard, M.M. Town, R. Casteels, *et al.*, "Structure of the human sarco/endoplasmic reticulum Ca^{2+} -ATPase 3 gene. Promoter analysis and alternative splicing of the SERCA3 pre-mRNA". *J Biol Chem*; 273, 1998, pp. 13982-13994.
8. J. Lytton, A. Zarain-Herzberg, M. Periasamy, D.H. MaCLennan, "Molecular cloning of the mammalian smooth muscle sarco(endo)plasmic reticulum Ca^{2+} -ATPase". *J Biol Chem*; 264, 1989, pp. 7059-7065.
9. C. M. Misquitta, D. P. Mack A. K. Grover, sarco/endoplasmic reticulum Ca^{2+} (SERCA)-pumps: link to heart beats and calcium waves, *cell calcium*, 25(4), 1999, pp. 277-290.

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA RESPUESTA ACÚSTICA EN GUÍAS DE ONDAS PERIÓDICAS

Ana Karen Reyes^a, Gabriel Arroyo Correa^a, Héctor Pérez Aguilar^a, Alberto Mendoza Suárez^a,

^a Facultad de Ciencias Físico-Matemática, UMSNH, Morelia, Mich., akreyes92@gmail.com, garroyo@umich.mx, hiperezag@yahoo.com, amendozas777@yahoo.com.mx

RESUMEN

La propagación de ondas que interactúan con objetos compuestos de materiales que tienen ciertas propiedades físicas engloban a una gran cantidad de fenómenos en electromagnetismo, óptica, acústica, mecánica cuántica, etc. En particular, sistemas físicos donde las ondas acústicas puedan ser guiadas por alguna región que convenga y que, además, puedan ser controladas algunas de sus propiedades. En este trabajo, presentamos resultados experimentales de la transmisión de ondas acústicas a través de guías de ondas periódicas definidas por canales con perfiles no estándares. Este sistema permite ser la contraparte de una guía de ondas de cristal fotónico en 1D, en donde la periodicidad se obtiene variando las propiedades físicas del material en la dirección longitudinal a diferencia de un cristal convencional.

1. INTRODUCCIÓN

En fechas recientes el estudio de la propagación de ondas electromagnéticas a través de nano-estructuras con geometrías no convencionales ha llamado la atención por sus potenciales aplicaciones tecnológicas [1,2]. El diseño y construcción de estas nano-estructuras requiere de técnicas avanzadas dadas las dimensiones con las que se trabaja. En el caso de ondas acústicas es bien sabido el efecto que un resonador de Helmholtz acoplado a una guía, o simplemente una perforación practicada en la superficie de la guía, tiene sobre la propagación de la onda acústica a través de la guía [3]. El amplio rango del espectro acústico, desde la región infrasónica, audible y hasta la región ultrasónica, hace que desde el punto de vista técnico sea más sencillo construir estructuras apropiadas para modificar las propiedades de propagación de ondas acústicas. En este trabajo mostramos resultados experimentales de la propagación de ondas acústicas a través de una guía con estructura periódica.

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

La Fig. 1 muestra una fotografía del arreglo experimental utilizado en este trabajo. La guía se construyó con cartón grueso con sus extremos abiertos. Las dimensiones fueron 39X5X5 cm. Se utilizó un generador de funciones conectado a una bocina. La bocina se aisló dentro de una estructura de hielo seco sobre la cual se practicó una abertura, de 2.5X1 cm, acoplada al extremo izquierdo de la cavidad. A la salida del extremo derecho de la guía se colocó un sensor de sonido en la parte central. La señal acústica fue registrada con una interfaz digital conectada a la PC y el espectro de Fourier fue desplegado en tiempo real con la ayuda de un software apropiado. Se construyeron dos guías idénticas, una con paredes lisas y otra con paredes rugosas.

En el caso de la guía con paredes rugosas, a la cara inferior y superior se le fueron agregando escalones rectos separados 10 cm entre sí como se muestra en la Fig. 2(a). La tapa inferior permaneció fija y la superior se diseñó para que se pudiera desplazar de tal manera que fuera posible definir separaciones relativas entre los escalones superiores e inferiores. En una primera serie de mediciones se analizó el caso en que las alturas de los escalones fueron de 1 cm,

estudiando los casos en que la separación relativa entre los escalones fueron de 0 cm, 2.5 cm y 5 cm. En una segunda serie de mediciones se estudio el caso en que la altura de los escalones fue de 2 cm, y analizando los mismos casos de separación relativa entre los escalones. Se concluyó este estudio con una tercera serie de mediciones en donde ahora se colocaron dos pares de escalones simétricamente separados con respecto al escalón de 2 cm de altura. En la Fig. 2(b) se muestra esta disposición. Se analizaron también los casos en que la separación relativa entre los escalones centrales fueron de 0 cm, 2.5 cm y 5 cm.



Figura 1. Arreglo experimental.

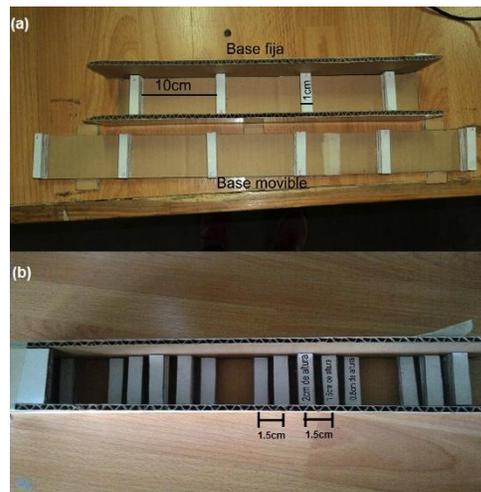


Figura 2. Geometrías en la guía rugosa: (a) escalón simple; (b) con subestructuras.

3. RESULTADOS

Las Figs. 3-6 muestran los espectros de Fourier de la señal detectada a la salida de la guía cuando la altura del escalón fue de 1 cm y para las diferentes frecuencias en la bocina indicadas en los pies de figura. La secuencia de los espectros en cada figura es como sigue: el espectro superior izquierdo corresponde a la guía lisa y el resto de los espectros corresponde a la de la guía con paredes rugosas cuando el desfase relativo entre los escalones fue de 0 cm (espectro superior derecho), de 2.5 cm (espectro inferior izquierdo) y de 5 cm (espectro inferior derecho). Las unidades de las amplitudes de los espectros están en unidades arbitrarias. De estas figuras resulta evidente el efecto que las paredes rugosas y el desfase relativo entre los escalones tienen sobre el espectro acústico. A frecuencias bajas, Fig. 3, es clara la aparición de subestructura en el espectro comparado con la de la guía lisa. Además, el desfase relativo entre los escalones favorece el reforzamiento de la amplitud del espectro (compárense las escalas verticales). Este mismo comportamiento se observa a frecuencias mayores, Figs. 4 y 5. A la frecuencia mayor que se analizó en este trabajo de 7480 Hz, Fig. 6, se observa una subestructura más complicada que la que ocurre a bajas frecuencias pero que también es modificada por el desfase relativo entre los escalones. En las Figs. 7-10 se muestra la secuencia de espectros a las frecuencias similares a las de las Figs. 3-6, pero para cuando la altura del escalón fue de 2 cm. Conclusiones similares a las del párrafo anterior se pueden inferir; sin embargo, hay diferencias bien marcadas. A bajas frecuencias la subestructura del espectro es más sensible al desfase relativo entre los escalones cuando la altura del escalón es mayor (compárense las Figs. 3 y 7). A frecuencias mayores, Figs. 8 y 9, es notorio el cambio en la amplitud del espectro con el desfase relativo

entre los escalones. A la frecuencia mayor analizada, Fig. 10, el desfaseamiento relativo puede inducir una disminución notable en la amplitud del espectro.

Las Figs. 11-14 presentan los resultados experimentales para la estructura de escalones de la Fig. 2(b) para frecuencias altas. De estas figuras se puede inferir que el efecto de la subestructura y el corrimiento relativo de los escalones producen mayores modificaciones al espectro acústico que lo que se observa en el caso de escalones simples. Esto desde luego es esperado ya que la separación entre los elementos de la subestructura es del orden o menor que la longitud de onda de la radiación acústica a estas frecuencias.

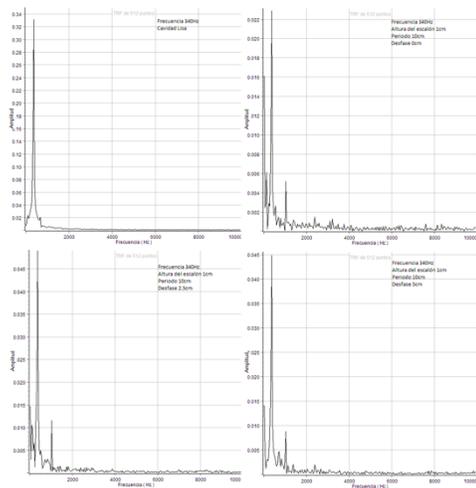


Figura 3. Espectros a $f=340$ Hz.

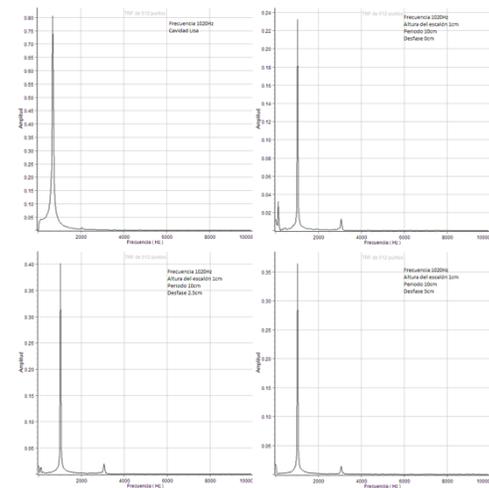


Figura 4. Espectros a $f=1020$ Hz.

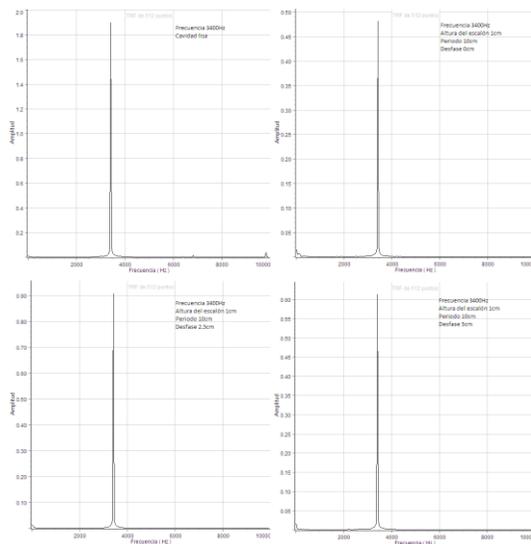


Figura 5. Espectros a $f=3400$ Hz.

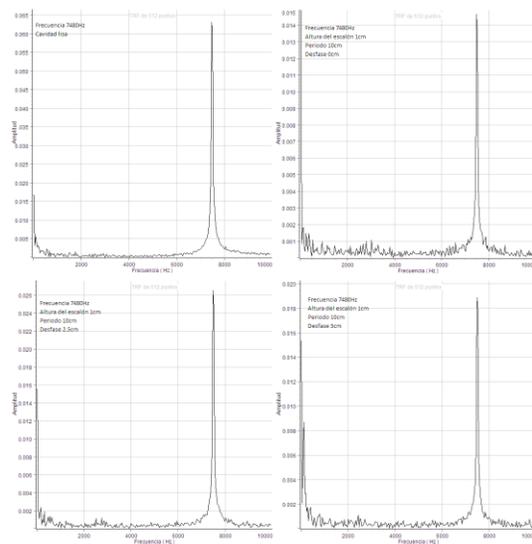


Figura 6. Espectros a $f=7480$ Hz.

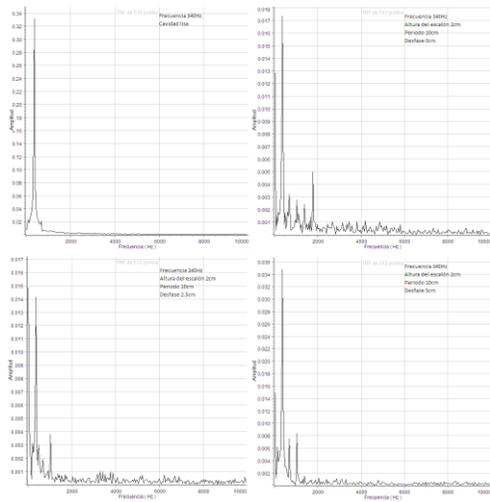


Figura 7. Espectros a $f=340$ Hz.

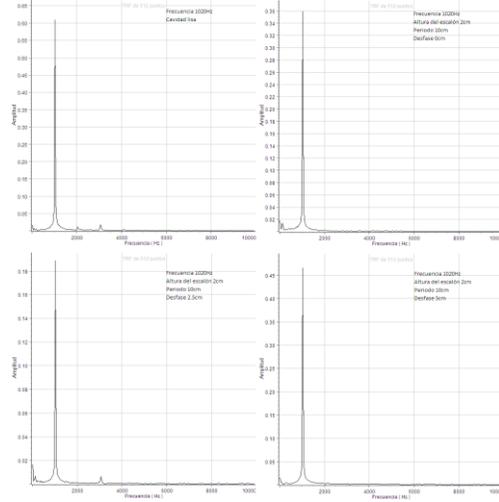


Figura 8. Espectros a $f=1020$ Hz.

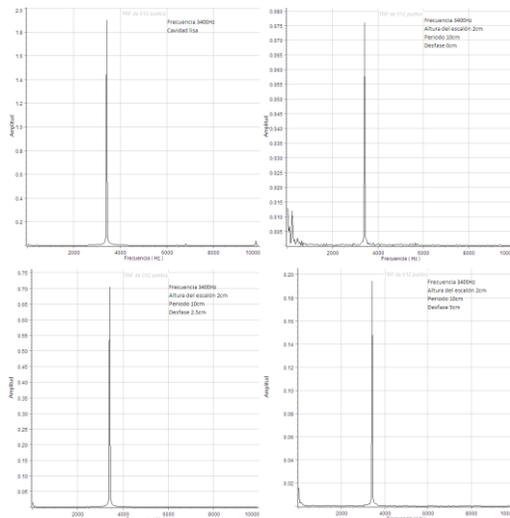


Figura 9. Espectros a $f=3400$ Hz.

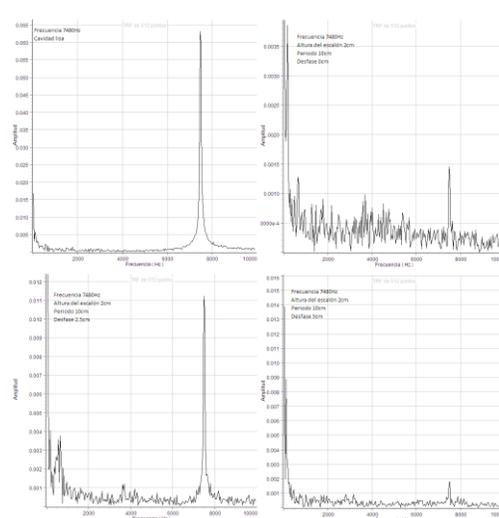


Figura 10. Espectros a $f=7480$ Hz.

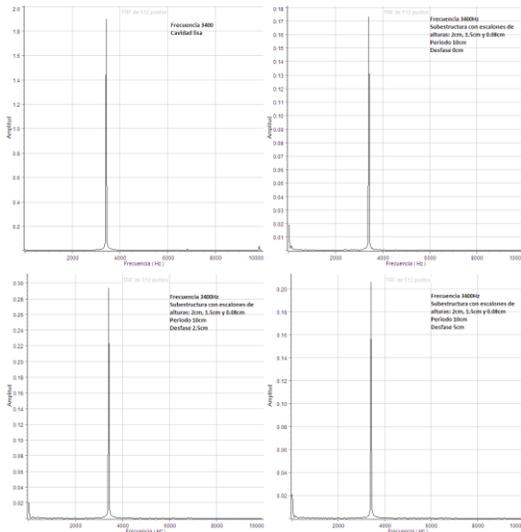


Figura 11. Espectros a $f=3400$ Hz.

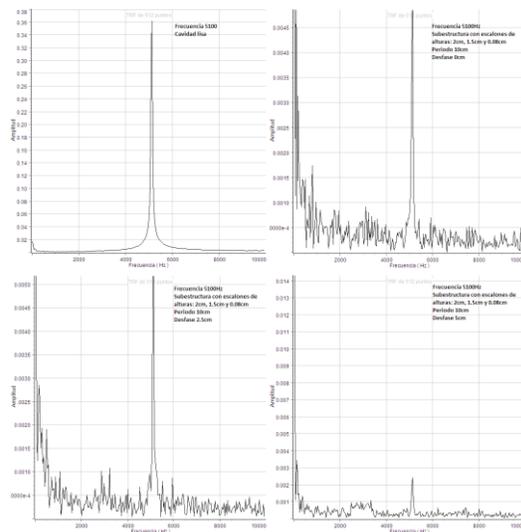


Figura 12. Espectros a $f=5100$ Hz.

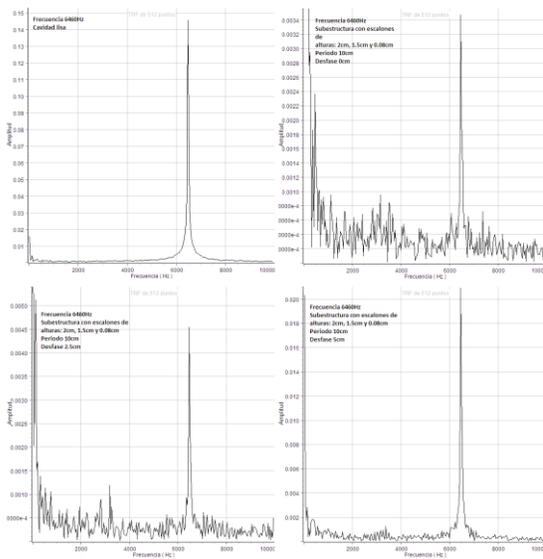


Figura 13. Espectros a $f=6450$ Hz.

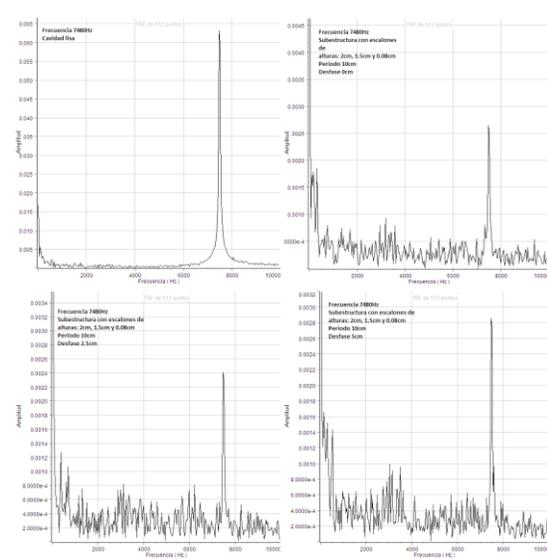


Figura 14. Espectros a $f=7480$ Hz.

4. CONCLUSIONES

Podemos concluir que es evidente la aparición de cambios en el espectro acústico según la estructura de las paredes de nuestra guía. En una guía completamente plana podemos observar solo el máximo en la frecuencia que nosotros mismos estamos inyectando a la guía, pero cuando tenemos una guía con algunas modificaciones, como lo son los escalones en su pared inferior y superior, podemos darnos cuenta que puede aparecer subestructura en el espectro acústico. El desfase relativo entre los escalones también modifica el espectro acústico. En el caso de escalones simples, Fig. 2(a), este comportamiento es evidente a bajas frecuencias. En el caso de subestructura adicional en los escalones, Fig. 2(b), este comportamiento se nota a frecuencias altas. Esto es de esperarse ya que en uno y el otro caso se está trabajando con separaciones del orden o menor a la longitud de onda. Nuestros resultados nos permiten establecer pautas apropiadas para construir guías con geometrías más complicadas para propósitos específicos: filtros acústicos, lentes acústicas, etc.

BIBLIOGRAFÍA

1. H. Perez-Aguilar, A. Mendoza-Suarez, E. S., Tututi and I. F. Herrera-González, "Disordered Field Patterns in a Waveguide with Periodic Surfaces," *Progress In Electromagnetics Research B*, Vol. 48, 329-346 (2013).
2. H. Pérez Aguilar et al., "Cálculo de estructuras de bandas en cristales fotónicos en 2D con superficies rugosas", Memorias del XI Encuentro Participación de la Mujer en la Ciencia, 2011. Artículo S1-FMCT06.
3. L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, J. V. Sanders, "*Fundamentals of Acoustics*" (John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, 2000), Chapters 9-10, pp. 246-296.

TRANSFORMACIÓN FOTOQUÍMICA DE NANOPARTÍCULAS DE PLATA

Pablo Eduardo Cardoso Avila^a, Monica Monserrat Martinez Garcia^a, Juan Luis Pichardo Molina^a

^aCentro de Investigaciones en Óptica, León, Gto., pecardoso@cio.mx, monsemtzgca@cio.mx,
jpichardo@cio.mx

RESUMEN

El control sobre la morfología y el tamaño de las nanopartículas es de gran importancia para su uso en diversas aplicaciones y en tecnologías emergentes. En el presente trabajo mostramos que mediante un proceso fotoquímico sencillo y de bajo costo es posible modificar la morfología y tamaño de nanopartículas esféricas de plata (3 nm de diámetro). Partículas decaedrales (78 nm) y planas (21 nm) son obtenidas respectivamente cuando el coloide es expuesto únicamente a luz azul o verde proveniente de LEDs superluminiscentes. Además, si la transformación fotoquímica se inicia con luz azul y después se cambia a luz verde, es posible obtener una amplia variedad de morfologías y tamaños de partícula. Por ejemplo, para tiempos de exposición al azul menores a 30 min, diversas morfologías como partículas facetadas (42 nm), planas alargadas (17 nm) y planas redondeadas (11 y 24 nm) son obtenidas. Tiempos de exposición mayores a 45 min, permiten la formación de partículas decaedrales (71 hasta 78 nm). Estos resultados muestran que además de modificar la morfología, es posible sintonizar la banda plasmónica desde 511 hasta 594 nm con un alto grado de selectividad.

1. INTRODUCCIÓN

Las nanopartículas (NPs) de metales nobles, como el oro y la plata, han recibido mucha atención en los años recientes debido a sus interesantes propiedades físicas y químicas; sus posibles aplicaciones abarcan desde almacenamiento de datos, microelectrónica, óptica no lineal, biosensores, catálisis y celdas solares [1-5]. La mayoría de estas aplicaciones están basadas en las propiedades ópticas de las NPs [6]. Las bandas plasmonicas para NPs de metales nobles son altamente dependientes del tamaño y morfología [7] y generalmente se encuentran en el rango visible y cercano infrarrojo del espectro electromagnético, lo que las hace muy atractivas para aplicaciones tecnológicas y biomédicas. Esferas, cubos, barras, decaedros y placas son algunas morfologías que pueden ser producidas mediante métodos de síntesis químicos, térmicos, electroquímicos y fotoquímicos [8]. Los métodos térmicos son los más sencillos en cuanto a la facilidad de producción de NPs, sin embargo tiene la desventaja de requerir altas temperaturas y agentes reductores fuertes lo que produce una distribución de tamaño amplia. Como alternativa se han desarrollado una variedad de métodos de síntesis fotoquímica para la producción de diversas morfologías como esferas, decaedros, prismas, barras, barras pentagonales y discos [9-13]. Casi todos los métodos de síntesis fotoquímica parten de una solución precursora de partículas esféricas de plata que al ser expuestas a diferentes fuentes de radiación sufren un cambio morfológico y de tamaño. En general para cada longitud de onda con que se excitan una solución precursora se obtendrá una morfología y distribución de tamaños determinados, y por consiguiente una banda de absorción óptica asociada a estos. Debido a lo anterior y a la limitación en cuanto a fuentes de excitación, no es posible hacer una sintonización fina de la banda de absorción. Los métodos de síntesis previamente reportados, abordan la sintonización de la banda plasmónica mediante métodos de recrecimiento con una o múltiples fuentes de iluminación; es decir, después de transformar fotoquímicamente la solución precursora, esta es transferida a una nueva solución de crecimiento, y es iluminada nuevamente para provocar un segundo cambio morfológico. La desventaja de estos métodos es que siempre son métodos de varios pasos en múltiples soluciones, lo que puede comprometer la eficiencia de síntesis. El objetivo de este trabajo es investigar la capacidad de sintonización fina mediante un método de una sola solución, y que usa la combinación de radiación de dos fuentes de iluminación en diferentes etapas de la síntesis.

2. EXPERIMENTAL

Para la síntesis de la solución precursora se utilizó el método reportado previamente [15]. La solución precursora exhibe un tono amarillo claro indicando la presencia de partículas esféricas (diámetro 3 ± 1 nm). La solución precursora se mantiene en oscuridad durante dos horas antes de ser irradiada. Como fuente de iluminación se utilizaron LEDs comerciales superluminiscentes azules ($\lambda_0=465$ nm, 180 mW/cm²) y verdes ($\lambda_0=520$ nm, 50 mW/cm²). Un conjunto de 11 muestras fue preparado al transferir dos mililitros de la solución precursora a celdas desechables para espectrometría. Las muestras A1 y A2 fueron irradiadas con luz azul y verde respectivamente. Las muestras A3 hasta A11 fueron irradiadas primero con luz azul para tiempos de 2, 3, 4, 5, 10, 15, 30, 45 y hasta 60 minutos, y posteriormente con luz verde hasta que 150 minutos fueron completados. Los espectros de absorción óptica fueron medidos mediante un espectrómetro portátil (Stellarnet spectrometer EPP2000). El análisis de morfología y tamaño se hizo mediante el análisis de imágenes de TEM (TEM; JEOL, JEM 1230). El análisis estadístico para determinar el tamaño se realizó midiendo al menos 200 NPs en varias imágenes correspondientes a diferentes áreas de la rejilla. Los experimentos fueron realizados por triplicado para comprobar la reproducibilidad de la síntesis.

3. RESULTADOS

Al comienzo de la transformación fotoquímica la solución precursora presenta un único pico de absorción localizado en 400 nm (Fig. 1), lo que indica la presencia de pequeñas partículas esféricas de 3 ± 1 nm [10].

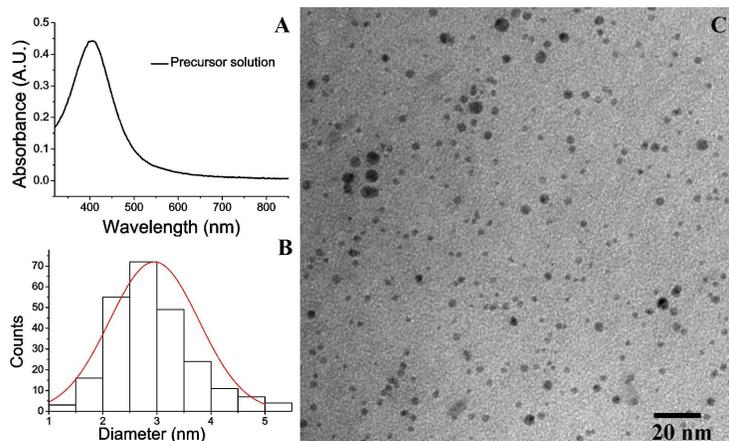


Fig 1. Espectro de absorción (A), distribución de tamaños e imagen TEM de la solución precursora de plata.

Al graficar la posición de la banda de máxima absorción como función del tiempo de exposición a la luz azul podemos ver que entre 10 y 150 mins se tiene un comportamiento lineal en la sintonización de esta banda (Fig. 2), lo que permite una sintonización fina de la misma. Para tiempos de irradiación menores a 10 mins el comportamiento deja de ser lineal pero el rango de sintonización se amplía considerablemente. El rango de sintonización va desde 511 hasta 594 nm, mientras que la banda de absorción de la muestra sintetizada únicamente con luz verde se ubica en 677 nm. En el panel A de la figura 2 se muestran los espectros de absorción para el conjunto de muestras sintetizado usando en combinación LEDs azules y verdes, como podemos ver las características ópticas de estas muestras varían considerablemente entre si, tanto en absorbancia, en la posición de la banda de absorción y en el ancho medio de esta.

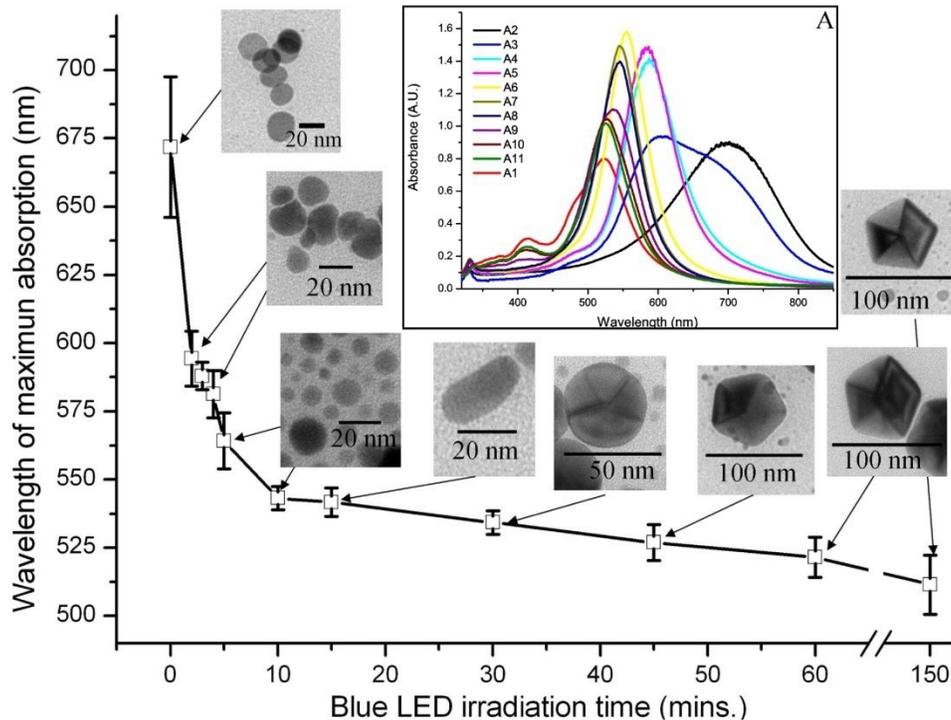


Fig. 2. Posición de la banda de absorción como función del tiempo de iluminación con los LEDs azules. Las imágenes insertadas muestran las morfologías dominantes para cada muestra. Espectros de absorción al final de la transformación fotoquímica (Panel A).

Las imágenes insertadas en la Fig. 2 muestran las morfologías representativas de cada muestra. Podemos ver además que dependiendo del tiempo de exposición a la luz azul se pueden obtener diferentes morfologías como: discos, discos twin, planas alargadas y decaedros con diferentes características. Por ejemplo, mientras que para la muestra A9 (30 mins de exposición al azul) apenas se notan los bordes pentagonales, al incrementar la exposición a 45 mins obtenemos decaedros mejor formados y si seguimos aumentando esta exposición los bordes se van definiendo cada vez mejor.

La Tabla 1 incluye detalles de la preparación de las muestras y resume los resultados de la síntesis fotoquímica: el tiempo de irradiación en la luz azul, la posición de la banda de absorción y el tamaño promedio medido mediante el análisis de las imágenes de TEM, así como la morfología dominante en cada muestra. Se incluye también el análisis estadístico hecho para la posición de la banda de absorción y para el tamaño de partícula.

Tabla 1. Detalles de la síntesis, espectroscopia Uv-Vis y análisis de TEM.

Muestra	Tiempo de irradiación azul (mins)	Banda de absorción (nm)	Tamaño (nm)	Morfología
Solución precursora	-	400±5	3±1	Esfera
A1	150	511±11	78±13	Decaedros (bordes definidos)
A2	0	677±26	21±6	Disco
A3	2	594±10	24±8	Disco
A4	3	588±5	24±8	Disco
A5	4	581±9	24±8	Disco
A6	5	564±10	11±7	Disco
A7	10	543±4	11±8	Disco

A8	15	541±5	17±10	Planas alargadas
A9	30	534±4	42±11	Decaedros (circulares)
A10	45	527±8	71±8	Decaedros (bordes redondeados)
A11	60	521±7	74±8	Decaedros (bordes definidos)

4. CONCLUSIONES

Nuestros resultados muestran que es posible sintonizar la banda de absorción dentro de un rango amplio del espectro visible con un alto grado de selectividad. Además este método de síntesis nos permitió fabricar partículas con una variedad de morfologías: discos, discos twin, partículas planas elongadas (similares a cacahuates) y partículas decaedrales, con bordes que van desde lo redondeado hasta los bien definidos. Este es un método rápido y de bajo costo que permite sintonizar la banda de absorción en una amplia región del espectro visible y que puede ser escalado fácilmente a regiones del cercano infrarrojo con el uso de fuentes de iluminación de longitudes de onda mayores.

BIBLIOGRAFÍA

1. Conde J, Rosa J, Lima JC, Baptista PV (2012) Nanophotonics for molecular diagnostics and therapy applications. *Int J Photoenergy* 2012:1-11
2. Dittbacher H, Lamprecht B, Leitner A, Aussenegg FR (2000) Spectrally coded optical data storage by metal nanoparticles. *Opt Lett* 25(8):563-565
3. Kumar S, Harrison N, Richards-Kortum R, Sokolov K (2007) Plasmonic nanosensors for imaging intracellular biomarkers in live cells. *Nano Lett* 7(5):1338-1343
4. Motl NE, Smith AF, DeSantis CJ, Skrabalak SE (2014) Engineering plasmonic metal colloids through composition and structural design. *Chem Soc Rev* 43(11):3823-3834
5. Toman I, Pinaud BA, Chen Z, Clemens BM, Jaramillo TF, Brongersma ML (2011) Plasmon enhanced solar-to-fuel energy conversion. *Nano Lett* 11(8):3440-3446
6. Bohren CF, Huffman DR (1983) Absorption and scattering of light by small particles. Wiley-Interscience, New York
7. Noguez C (2007) Surface plasmons on metal nanoparticles: the influence of shape and physical environment. *J Phys Chem C* 111(19):3806-3819
8. Kumar C (2009) *Metallic nanomaterials*, vol 1. Wiley, Weinheim
9. Stamplecoskie KG, Scaiano JC (2010) Light emitting diode irradiation can control the morphology and optical properties of silver nanoparticles. *J Am Chem Soc* 132(6):1825-1827
10. Zheng X, Xu W, Corredor C, Xu S, An J, Zhao B, Lombardi JR (2007) Laser-induced growth of monodisperse silver nanoparticles with tunable surface plasmon resonance properties and a wavelength self-limiting effect. *J Phys Chem C* 111(41):14962-14967
11. Pietrobon B, Kitaev V (2008) Photochemical synthesis of monodisperse size-controlled silver decahedral nanoparticles and their remarkable optical properties. *Chem Mater* 20(16):5186-5190
12. Cardoso-Avila PE, Pichardo-Molina JL, Upendra Kumar K, Arenas-Alatorre JA (2014) Temperature and amino acid-assisted size- and morphology-controlled photochemical synthesis of silver decahedral nanoparticles. *J Exp Nanosci* 9(6):639-651
13. Cardoso-Avila PE, Pichardo-Molina JL, Murali-Krishna C, Castro-Beltran R (2015) Photochemical transformation of silver nanoparticles by combining blue and green irradiation. *J Nanopart Res* 17(160):1-10

EN BUSCA DE LOS MODOS NORMALES DE OSCILACIÓN.

M. G. Hernández-Morales ^a, R. Espíndola-Heredia ^a, G. Del Valle ^a,
F. Pinto ^a, J. Díaz ^a, B. Hernández ^a

^a Departamento de Ciencias Básicas, Área de Física Atómica y Molecular, Laboratorio de Investigación en Dinámica Rotacional, Edificio G-103, Universidad Autónoma Metropolitana, Azcapotzalco Av. San Pablo 180, Azcapotzalco., México D. F., gpe@correo.azc.uam.mx, roeshe@correo.azc.uam.mx, gabrieladel_valle@hotmail.com, pinto258578@gmail.com, jediaz_2194@hotmail.com, saga_bruno@hotmail.com

RESUMEN

Estudiamos el sistema formado por dos péndulos con masas m_1 y m_2 , unidos por medio de un resorte o muelle de constante elástica κ . Desarrollamos la solución teórica del sistema a través de distintas formulaciones (Newtoniana, Lagrangiana, Hamiltoniana) y presentamos resultados tanto experimentales como numéricos del sistema, enfocados en la obtención de los modos normales de oscilación de esta clase de sistemas, para entender el tratamiento dado en los distintos formalismos.

1. INTRODUCCIÓN

Un modo normal de un sistema oscilatorio es la frecuencia a la cual la estructura deformable oscilará al ser perturbada. Los modos normales son también llamados frecuencias naturales o frecuencias resonantes. Para cada estructura existe un conjunto de estas frecuencias que es único.

Normalmente se establece al sistema oscilatorio el cual está formado por una masa y un resorte el cual bien puede ilustrar el comportamiento de una estructura deformable. Sin embargo, para estudiar los modos normales es necesario tener un sistema acoplado, donde los distintos grados de libertad interaccionen, bien puede ser entonces un sistema formado por lo menos de dos masas unidas a un resorte, para el caso más simple. Entonces, cuando este tipo de sistema es excitado en una de sus frecuencias naturales, las masas se moverán con la misma frecuencia. Las fases de las masas son exactamente las mismas o exactamente las contrarias. Este trabajo se ha organizado de la siguiente manera, en la sección 2 se presenta la teoría, en las formulaciones Newtoniana Lagrangiana y Hamiltoniana, en la sección 3 presentamos los resultados experimentales así como resultados numéricos, y en la sección 4 las conclusiones correspondientes de este trabajo.

2. TEORÍA

Nuestro objeto de estudio es suponer dos partículas de masa m_1 y m_2 , colgadas de varillas iguales, inextensibles y sin peso, de longitud l , con los puntos de suspensión separados por una distancia d y unidas por medio de un resorte de constante elástica k . Dado el sistema descrito, consideramos que tanto θ_1 y θ_2 son las desviaciones de los péndulos respecto de la vertical. Luego la elongación del resorte estará dada por Δx , ver figura 1.

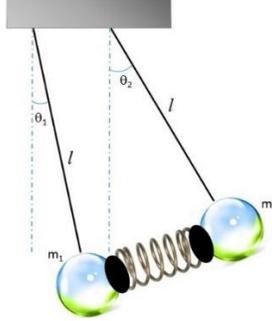


Figura 1: Sistema acoplado de dos péndulos sujetos por medio de un muelle o resorte de constante k , que oscilan y que representa el objeto de estudio experimental y teórico de este trabajo.

A. FORMULACIÓN NEWTONIANA

Tomando en cuenta la aproximación de ángulos pequeños, esto es: $\sin(\theta) \approx \theta$ y $\cos(\theta) \approx 1 - \theta^2/2$. Con lo que se considerará que el movimiento vertical de las masas es despreciable respecto a la elongación del resorte. Dentro de tal aproximación, la elongación puede expresarse como: $\Delta x \approx l(\theta_2 - \theta_1)$

La energía cinética del sistema es el resultado de la suma de las energías cinética de cada péndulo, la energía potencial total del sistema es el resultado de dos contribuciones; la gravitatoria de las dos masas y la del muelle, la energía mecánica total resulta que es una propiedad que se conserva dado que no existen pérdidas de energía, esto es: $E = T_1 + T_2 + U_r + U_{r1} + U_{g2} = cte.$

Entonces es derivar la expresión para la energía mecánica total E y obtener como solución una ecuación diferencial con la siguiente forma: $0 = \dot{T}_1 + \dot{T}_2 + \dot{U}_{r1} + \dot{U}_{g1} + \dot{U}_{g2}$, la cual admite una separación de variables, puesto que los ángulos son independientes, deben anularse por separado, y por tanto las ecuaciones del movimiento en la formulación Newtoniana será:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= -\left(\frac{g}{l} + \frac{k}{m_1}\right)\theta_1 + \frac{k}{m_2}\theta_2 \\ \ddot{\theta}_2 &= +\frac{k}{m_1}\theta_1 - \left(\frac{g}{l} + \frac{k}{m_2}\right)\theta_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Cuya solución será el determinante de la matriz si se buscan soluciones armónicas para los ángulos, con frecuencia de ω

$$\text{Det} \begin{pmatrix} \omega^2 - \left(\frac{g}{l} + \frac{k}{m_1}\right) & \frac{k}{m_2} \\ \frac{k}{m_1} & \omega^2 - \left(\frac{g}{l} + \frac{k}{m_2}\right) \end{pmatrix} = 0, \quad (2)$$

con las soluciones:

$$\omega_1 = \omega_0 \\ \omega_2 = \sqrt{\omega_{e1}^2 + \omega_{e2}^2 + \omega_0^2}, \quad (3)$$

donde

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{g}{l}} \\ \omega_{e_i} &= \sqrt{\frac{k}{m_i}} \end{aligned}, \quad (4)$$

de esta solución se desprenden casos particulares como por ejemplo el sistema de masas iguales.

A. FORMULACIÓN LAGRANGIANA

Para el caso de la formulación Lagrangiana resulta ser similar al anterior dado que no existen fuerzas disipativas, entonces la Lagrangiana del sistema puede escribirse como $L = T - U$ y ésta puede ser incluida en la expresión de Euler-Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} L - \frac{\partial}{\partial \theta_i} L = 0 \quad (5)$$

para obtener las ecuaciones de movimiento:

$$\begin{aligned} m_1 l^2 \ddot{\theta}_1 + m_1 g l \theta_1 - k l^2 (\theta_2 - \theta_1) &= 0 \\ m_2 l^2 \ddot{\theta}_2 + m_2 g l \theta_2 - k l^2 (\theta_2 - \theta_1) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

que esencialmente son el mismo conjunto que en (1) y la su solución se encuentra presentada en el apartado anterior.

B. FORMULACIÓN HAMILTONIANA

Para el caso de la formulación Hamiltoniana tenemos:

$$H = \sum p_{\theta_i} \dot{\theta}_i - L(\theta, \dot{\theta}, t) \quad (7)$$

La ecuación para el Hamiltoniano sería la siguiente:

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{p_{\theta_1}^2}{l^2 m_1} + \frac{p_{\theta_2}^2}{l^2 m_2} \right) + \frac{1}{2} (m_1 g l \theta_1^2 + m_2 g l \theta_2^2) + \frac{1}{2} (k l^2 \theta_1^2 + k l^2 \theta_2^2) - \frac{1}{2} (l^2 k \theta_1 \theta_2) \quad (8)$$

donde después se aplican las derivadas parciales con respecto a θ_1 y θ_2 y se considera que $\partial H / \partial \theta_i = -\dot{p}_{\theta_i} = -m_i l^2 \ddot{\theta}_i$ con lo que se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} -m_1 l^2 \ddot{\theta}_1 &= m_1 g l \theta_1 + k l^2 (\theta_2 - \theta_1) \\ -m_2 l^2 \ddot{\theta}_2 &= m_2 g l \theta_2 + k l^2 (\theta_2 - \theta_1) \end{aligned} \quad (9)$$

que son el mismo conjunto de ecuaciones que se obtienen en (1) y (6) y cuya solución está expuesta en (4)

Estas soluciones representan el movimiento que tienen los péndulos acoplados, puede verificarse que si dicha solución se inserta en las ecuaciones de movimiento, debemos de recordar que estamos en la aproximación de ángulos pequeños, se obtienen dos resultados interesantes, para el caso de ω_1 , la solución implica que:

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (10)$$

Lo que quiere decir que se encuentran en fase, las dos oscilaciones, esto implica que el sistema estará moviéndose como un péndulo físico, y la presencia del resorte, equivaldrá a una barra inextensible. En la figura 2 el segundo caso mostrado, representa esta solución. Sin embargo trabajar con la solución para ω_2 , proporcionará el siguiente resultado:

$$\theta_1 = -\theta_2 \quad (11)$$

Lo cual implica que las soluciones están en contra fase, En la figura 2 el caso mostrado en primer lugar representa esta solución obtenida.

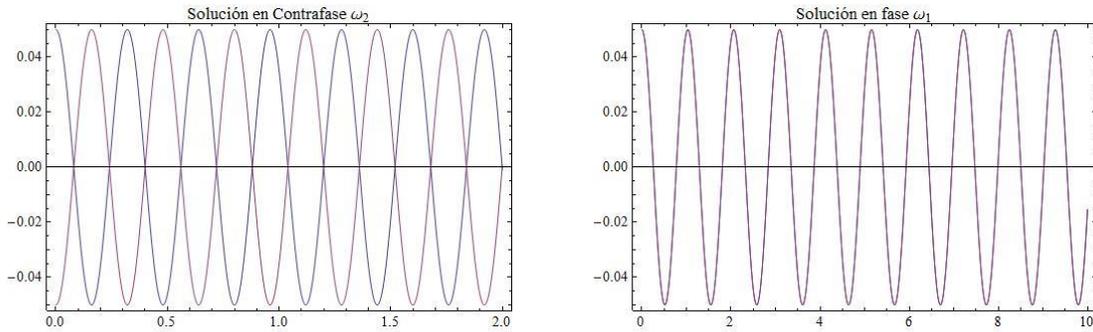


Figura 2. Resultados numéricos de las oscilaciones, primer caso se presenta el resultado de ω_2 que proporciona una solución en contrafase, y el segundo caso es la solución ω_1 que presenta una solución en fase.

Una tercera posible solución se presenta cuando una de las masas oscila con la frecuencia ω_1 y la otra oscila con la frecuencia ω_2 , la figura 3 muestra esta posibilidad.

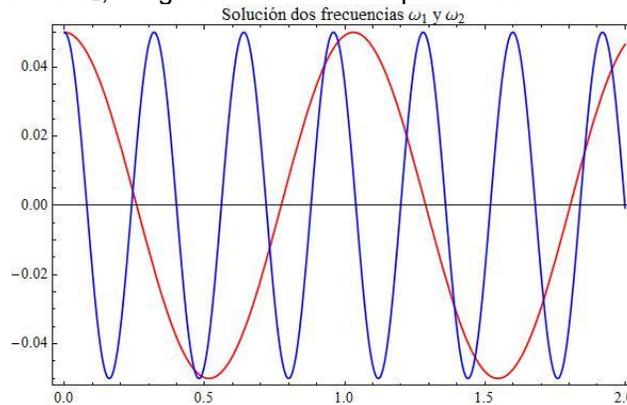


Figura 3. Resultados numéricos de las oscilaciones, cuando una de las masa oscila con la frecuencia ω_1 , mientras la otra oscila con la frecuencia ω_2 .

3. PARTE EXPERIMENTAL

Se elaboraron tres diferentes arreglos que constan del cambio de ciertos parámetros como las constantes del resorte, masas y longitudes.

A. Masas Diferentes

El primer arreglo consta de dos péndulos unidos por un resorte de constante elástica k , masas m_1 y m_2 , dos sensores de rotación de la marca PASCO modelo PS-20120, el sistema montado se observa en la figura 4. Los valores iniciales aparecen en tabla 1.



Figura 4. Montaje Experimental

(Masa ± 0.001) Kg	(Masa ± 0.001) Kg*	(Longitud ± 0.01) m	(Constante k) N/m
0.06985	0.06985	0.263	19
0.2478	0.06940	0.263	19

Tabla 1. Parámetros constantes del experimento, *la segunda columna fue considerada para el caso de masas iguales.

Con ayuda de los sensores de rotación se desplazaron las varillas de su posición de equilibrio, es decir respecto de la vertical y debido a que una de los cuerpos es más denso que el otro, se garantizó que el resorte se encontrará estirado para buscar con la oscilación el resultados adecuado de los modos normales. En la figura 5 donde podemos apreciar los diferentes radios en un intervalo de 10 segundos de tiempo.

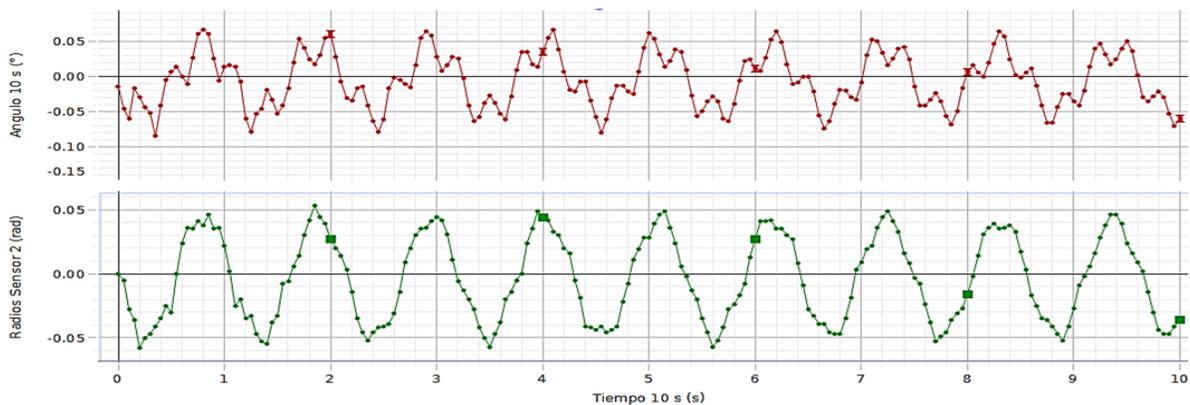


Figura 5. Resultados experimentales para las dos frecuencias con el arreglo de masas diferentes.

Posteriormente aplicamos un ajuste a este fragmento de grafica que nos permite obtener como resultados las frecuencias $\omega_1 = (6.03 \pm 0.012)$ y $\omega_2 = (6.06 \pm 0.010)$

B. Masas Iguales

En este caso el arreglo pertenece al de dos péndulos unidos por un resorte de constante elástica k con masas iguales conectadas de la misma manera descrita anteriormente a los sensores, teniendo las condiciones iniciales propuestas en la tabla 1

Procediendo de la misma manera que en el apartado anterior y después de realizar el ajuste mostramos en la figura 6 las dos oscilaciones de los sensores con respecto al ángulo y del tiempo donde se obtuvieron en un minuto 1311 datos, de los cuales para realizar el análisis y determinar la frecuencia, solamente se consideraron 10 seg, debido a que las condiciones del experimento mostraron el alcance de las fuerzas disipativas y en las soluciones que hemos presentado en la parte teórica solo hemos considerado las soluciones ideales, por ello con la intención de reducir . Con ayuda de un ajuste sinoidal en este fragmento de grafica nos permite obtener una $\omega_1 = (6.03 \pm 0.012)$ y $\omega_2 = (6.06 \pm 0.010)$.

En el momento final de la experimentación el sistema presento un amortiguamiento y una frecuencia el cual llamaremos frecuencia experimental de $\omega_{exp} = (5.87 \pm 0.039)$.

Con respecto a la teoría podemos decir que esta frecuencia experimental y la frecuencia teórica $\omega_{exp} = (5.87 \pm 0.039)$ y $\omega_{teorica} = (6.09 \pm 0.001)$ podemos indicar que la frecuencia de amortiguamiento experimental la variación está dentro de los términos de la teoría.

En el caso del segundo modo de vibración $\omega_{T,2} = 23.48$, para determinar este modo es necesario las dos frecuencias ω_1 y ω_2 las cuales se determinara un promedio que se llamara ω_p y conociendo que $\omega_E = \sqrt{[(\omega_{T,E})^2 - (\omega_p)^2]}/2 = 16.04$ este resultante $\omega_E = 16.51$ el cual si se compara con el valor de la $\omega_{TE} = \sqrt{k/m} = 16.51$ donde el error experimental es del 2.82%.

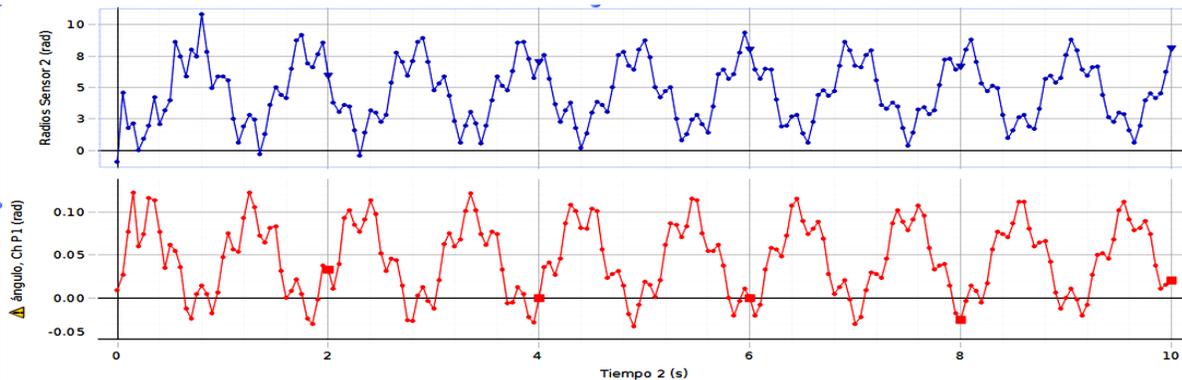


Figura 6. Resultados experimentales para las dos frecuencias.

3. CONCLUSIONES

En este trabajo presentamos los distintos enfoques para obtener los modos normales de oscilación del sistema dos péndulos más resorte con dos masas m_1 y m_2 , mostramos que en las tres formulaciones siempre es posible obtener el mismo sistema de ecuaciones de movimiento cuya solución es esencialmente la misma.

A pesar de que el estudio teórico parece ser significativamente sencillo, un estudio experimental de dos péndulos acoplados muestra que la dinámica del sistema puede ser notablemente compleja para un sistema aparentemente tan simple.

Sin embargo, es posible buscar soluciones armónicas los llamados modos normales en los que el sistema oscila como un todo de frecuencias bien determinadas.

4. BIBLIOGRAFÍA

1. Singiresu S. Rao, "Vibraciones Mecánicas", 2012, 5a Edición., Pearson Education México.
2. Quintero Salazar, Edwin Andrés; Chaves Osorio, José Andrés, Simulación con Circuitos Electrónicos de la Práctica de Laboratorio de Física III: Péndulos Acoplados, Scientia et Technica, vol. XVI, Núm. 44, 2010, pp. 201-206, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia
3. Romualdo S. Silva Jr., Formalismo Hamiltoniano: Modos normais de vibração de dois pêndulos com massas diferentes acoplados por uma mola, 2013, Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No. 1.
4. A. P. French, Vibraciones y Ondas, 2000, Editorial Reverté, pp139-150

ESPECTROS DE RESONANCIA ULTRASÓNICA DE MUESTRAS CILÍNDRICAS HUECAS: EFECTOS GEOMÉTRICOS

Diana G. Ramírez-Infante^a, P. A. I. Hernández-Becerra^a, Fernando Millan-Villafaña^a, Miguel Vargas-Luna^a, Isabel Delgadillo-Holtfort^a, Rafael Guzman^b

^aDivisión de Ciencias e Ingenierías DCI, Campus León, Universidad de Guanajuato, ramirezid2011@licifug.ugto.mx, variaciones.sintacticas@hotmail.com, millanvf2011@licifug.ugto.mx, mvargas@fisica.ugto.mx, idelgadilloh@fisica.ugto.mx

^bDivisión de Ingenierías, Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato, guzmanc@ugto.mx

RESUMEN

En este trabajo, se miden espectros vibracionales de muestras cilíndricas y tubulares de acrílico mediante espectroscopía de resonancia ultrasónica y se comparan y analizan sus espectros de acuerdo a las dimensiones de las muestras. Éstas consisten en tres series de tubos cilíndricos de longitudes de aproximadamente 10, 15 y 20 ± 0.1 mm, con radios exteriores de 6.3 ± 0.1 mm y radios interiores que varían de 0 (muestras cilíndricas) a 4.6 ± 0.1 mm. El sistema de resonancia ultrasónica emplea pares de piezoeléctricos Panametrics V150. Con estas mediciones se observa la influencia que variaciones de la geometría introducen en picos de resonancia particulares. De manera especial se caracterizan las diferencias geométricas en términos de corrimientos y aparición de picos de resonancia adicionales.

1. INTRODUCCIÓN

La obtención de espectros de fantasmas de hueso por espectroscopía de resonancia ultrasónica RUS se propone como una primera aproximación a la caracterización y estudio del hueso. En el presente análisis, los fantasmas son diseñados en acrílico, considerado por la similitud en densidad con el tejido óseo [1], de una geometría tubular, con paredes de distintos espesores y con diferentes alturas, a fin de analizar las variaciones inducidas a los espectros por cambios graduales de estas características. El análisis empleando la técnica de RUS permite determinar las frecuencias de resonancia que dependen de la forma, densidad y constantes elásticas del material. Las longitudes de onda en las cuales se produce la resonancia son cercanas al tamaño de la muestra, debido a que se obtienen datos de medición sólo en las frecuencias de resonancia, podemos decir que la muestra actúa como un filtro selectivo de esas frecuencias [2]. La técnica RUS involucra la medición de la estructura de resonancia de muestras compactas, generalmente con geometrías simples como esferas, cubos, paralelepípedos o cilindros pequeños, con el objetivo de determinar propiedades mecánicas [3]. En el montaje experimental, se pretende adecuar al sistema de tal forma que se le considere lo más cercano posible a un cuerpo oscilando libremente, ya que las resonancias mecánicas de un objeto con condiciones de borde libre, pueden ser calculadas como una aproximación general de las ecuaciones de movimiento del objeto [2]. Generalmente, la muestra es colocada entre dos o más transductores ultrasónicos, uno que transmite y otro que recibe, en el caso de muestras cilíndricas, como en el presente estudio, la muestra está en contacto con los transductores en las orillas opuestas del cilindro, de tal forma que no se presenta gran acoplamiento de la muestra con los transductores y se minimiza la perturbación de las vibraciones y el corrimiento de las frecuencias de resonancia [3].

2. TEORÍA

En la caracterización mecánica de materiales, las constantes elásticas son de suma importancia, ya que se relacionan con las segundas derivadas de la energía libre con respecto a la deformación y están directamente relacionadas con los enlaces atómicos del material. La técnica RUS ofrece una análisis de las ondas elásticas que se propagan en el material, al caracterizar las propiedades elásticas al obtener experimentalmente un solo espectro en una muestra, lo que proporciona una ventaja en tiempo de experimentación, además de ser una técnica no invasiva [4].

Considerando $u_i(x_k), i, k=1,2,3$, los desplazamientos en un punto de material que está siendo deformado al aplicársele una fuerza, donde x_k es la coordenada antes de la deformación. La deformación puede escribirse en términos del tensor de deformaciones e_{kl} como

$$e_{kl} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right] \quad (1)$$

asumiendo que las deformaciones son pequeñas, de tal forma que los términos de segundo orden se pueden despreciar. Los elementos en la diagonal del tensor de esfuerzos, e_{kk} , son una medida de la extensión por unidad de longitud del k -ésimo eje, mientras que los elementos fuera de la diagonal, e_{kl} , son una medida del cambio en el ángulo entre los ejes k y l . Las fuerzas relacionadas con la deformación son escritas en términos del tensor de esfuerzos σ_{ij} , donde el subíndice i denota el i -ésimo componente de una fuerza actuando en un área unitaria cuya normal está a lo largo del j -ésimo eje. En elasticidad lineal, la generalización de la Ley de Hooke se puede escribir como

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \quad (2)$$

donde se asume la convención de índices repetidos, y C_{ijkl} son las constantes elásticas, componentes del tensor elástico, el cual presenta 81 constantes elásticas independientes en el caso más general, pero al tomar en cuenta las simetrías del material, se puede simplificar en gran medida [4].

Las ecuaciones de movimiento se obtienen al considerar las fuerzas en un elemento cúbico infinitesimal del material de volumen $dx dy dz$. Despreciando las fuerzas en el cuerpo, la fuerza neta es debida a los diferentes esfuerzos actuando en las diferentes caras del cubo. es decir, debido a la variación espacial del esfuerzo aplicado. La segunda Ley de Newton para el elemento considerado será

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (3)$$

donde ρ es la densidad de masa. Al combinar las ecuaciones (1) y (3) y considerando $C_{ijkl}=C_{jikl}$, se obtiene la ecuación de movimiento

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4)$$

Las soluciones a esta ecuación son difíciles en general, pero se puede asumir soluciones de ondas planas, de tal forma que al diseñar los experimentos, las ondas que se propagan en la muestra son planas, como en los experimentos de resonancia ultrasónica [4].

3. PARTE EXPERIMENTAL

El montaje consiste en una muestra soportada de forma horizontal por dos piezoeléctricos, donde un transductor es usado para el envío de una señal de amplitud y frecuencia constantes y el otro transductor es empleado para detectar las resonancias. El contacto entre el transductor y la muestra se realiza por puntos de contacto, para minimizar la carga sobre la muestra y un posible amortiguamiento de los modos de resonancia, como se muestra en la Figura 1. Se emplean pares de piezoeléctricos Panametrics V150, empleando un pulso cuadrado de 10 Vpp y 30 Hz. Los

fantomas consisten en tres series de tubos cilíndricos, de longitudes de 10, 15 y 20 \pm 0.1 mm, con radios exteriores de 6.3 \pm 0.1 mm y radios interiores que varían de 0 (muestras cilíndricas) a 4.6 \pm 0.1 mm. como se muestra en la Figura 2.

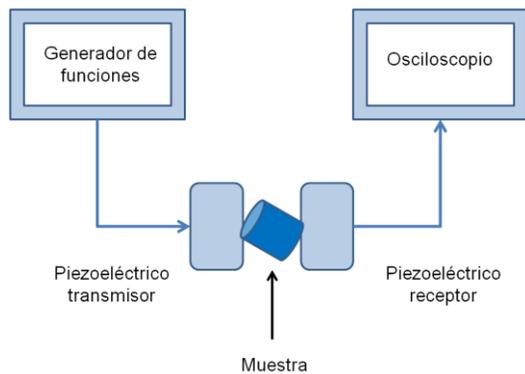


Figura 1. Montaje experimental

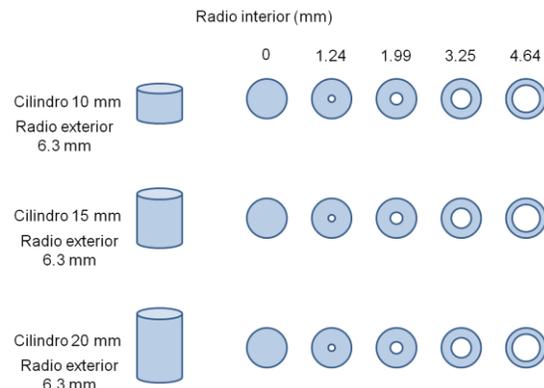


Figura 2. Medidas de fantomas de acrílico

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Figura 3, se muestra el espectro vibracional de las muestras tubulares de acrílico de 15 mm de longitud, para los radios interiores 0, 1.24, 1.99, 3.25, 4.64 mm, que se han etiquetado en la gráfica como serie 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente, en relación al radio interior de las muestras. Se aprecia en cada curva cuatro picos característicos, los cuales presentan un corrimiento tanto en frecuencia como en amplitud. Para la muestra representada, los picos a frecuencias bajas presentan corrimientos hacia valores bajos en frecuencia, mientras que los picos de frecuencias altas, muestran corrimientos hacia valores altos en frecuencia. Además, las amplitudes muestran un aumento conforme el radio interior de las muestras tubulares aumenta. Para analizar con más detalle cada una de estas variaciones, se procedió a ubicar cada pico en cada espectro de las diferentes muestras tubulares, y se han graficado respecto al corrimiento en frecuencia y en amplitud, como se muestra en la Figura 4 y 5, respectivamente.

En la Figura 4, para las muestras de 10 mm, se aprecia un aumento en la frecuencia donde se ubica la resonancia en el espectro, conforme el radio interno aumenta. Para la muestra de 15 mm, en los primeros dos picos de resonancia ubicados, se aprecia un aumento en la frecuencia, en relación con el aumento del radio interno de la muestra, mientras que para los picos de frecuencias más altas hay una disminución de las frecuencias a medida que el radio interno aumenta. Para la muestra de 20 mm, todos los picos muestran un corrimiento a frecuencias más altas a medida que el radio interno aumenta.

En la Figura 5, que presenta el corrimiento en amplitud respecto a los picos de resonancia, normalizada con respecto a la mayor amplitud de cada espectro en cada serie. Para las muestras de 10 mm y 20 mm, no se aprecia un patrón que se pueda especificar fácilmente, mientras que para la muestra de 15 mm, los picos 2 y 3 no presentan variación apreciable, mientras que los picos 1 y 4 muestran una notable disminución a medida que el radio interno aumenta.

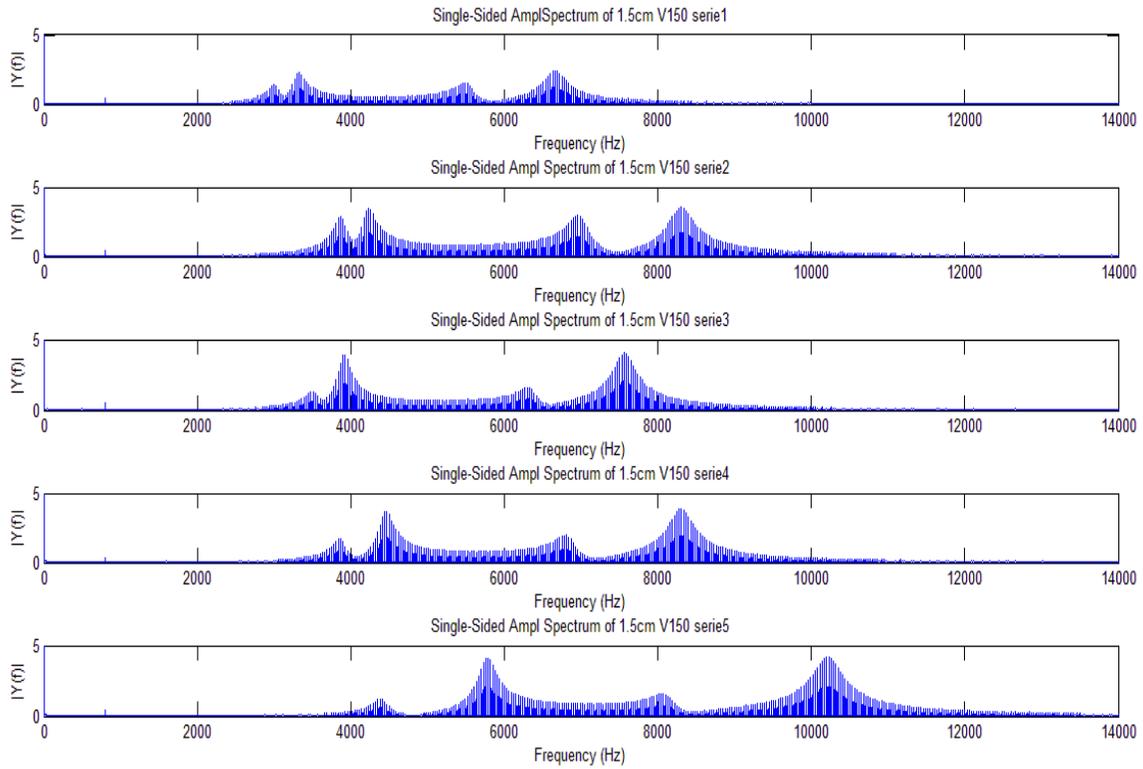


Figura 3. Espectros vibracionales de las muestras tubulares de acrílico de 15 mm de longitud, para los radios interiores 0, 1.24, 1.99, 3.25, 4.64 mm

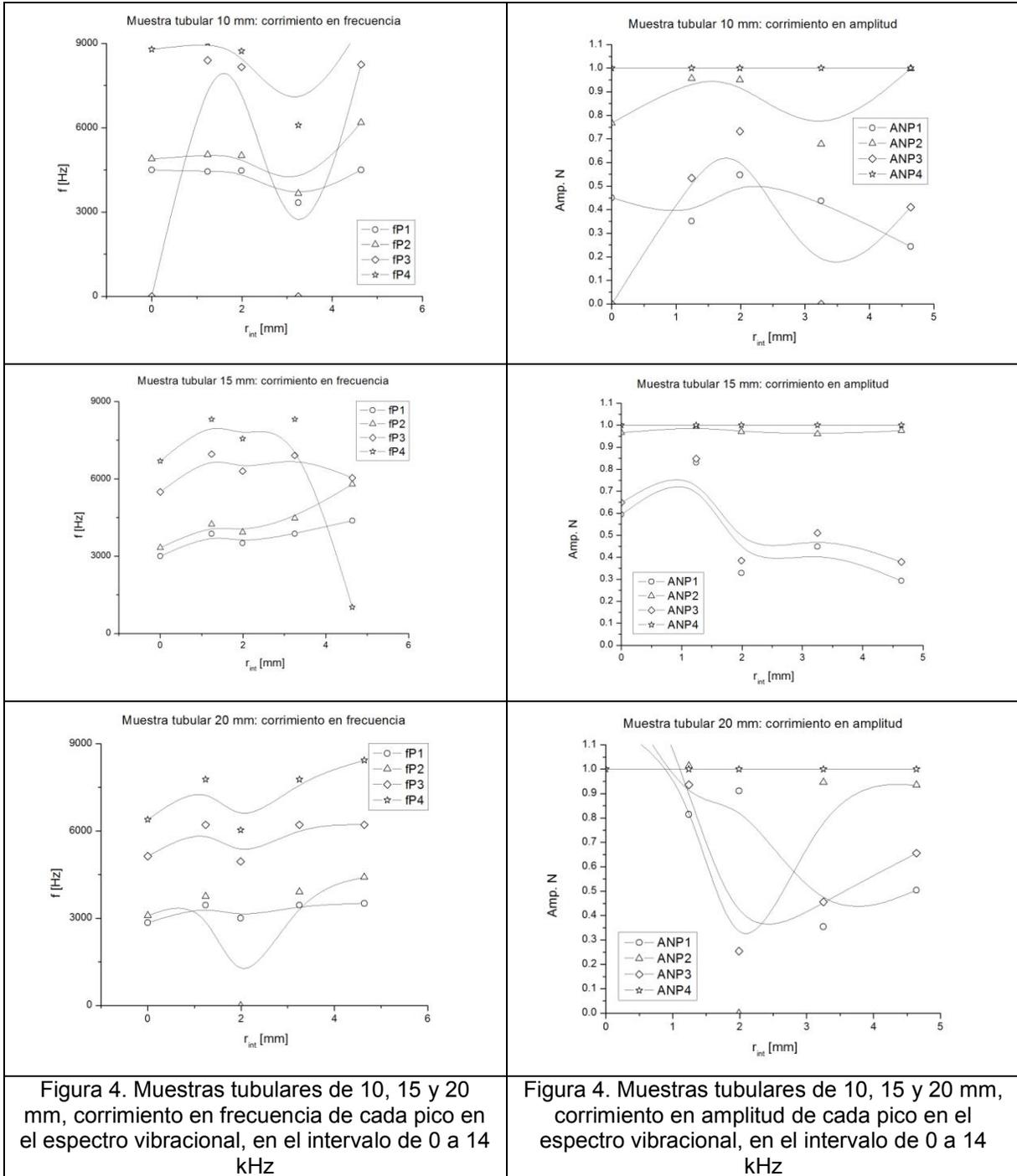


Figura 4. Muestras tubulares de 10, 15 y 20 mm, corrimiento en frecuencia de cada pico en el espectro vibracional, en el intervalo de 0 a 14 kHz

Figura 4. Muestras tubulares de 10, 15 y 20 mm, corrimiento en amplitud de cada pico en el espectro vibracional, en el intervalo de 0 a 14 kHz

5. CONCLUSIONES

Se ha realizado un análisis cualitativo del corrimiento en frecuencia y variaciones en la altura de los picos del espectro de resonancia para cada conjunto de muestras, se aprecian posibles patrones relacionados con las variaciones graduales del radio interno de las muestras. A pesar de esto, no es posible establecer un resultado concluyente respecto al espesor de las muestras. Muy probablemente se requiere un análisis que involucre un mayor número de muestras en términos de desviación de ejes principales para poder obtener mayor información respecto a las variaciones geométricas entre muestras.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos el apoyo financiero de CONACYT, el apoyo financiero parcial del Proyecto DAIP 2014: "Caracterización mecánica del hueso: cambios inducidos en los espectros vibracionales como función del tamaño y la densidad mineral ósea". Se agradece al Sr. Juan Manuel Noriega por el maquinado de las muestras

BLIOGRAFÍA

1. Sánchez A. Silvia, Rivera Montalavo T., Villaseñor Navarro F. *Diseño de un fantoma antropométrico de cabeza y cuello para dosimetría en un LINAC*. V Simposio de Tecnología Avanzada 2010; 45-47
2. Matthew Kenneth Fig. Litwiller, *Resonant Ultrasound Spectroscopy and the Elastic Properties of Several Selected Materials* Iowa State University, (2000)
3. Y. C. Wang and R. S. Lakes, *Resonant ultrasound spectroscopy in shear mode*, Review of scientific instruments, Volume 74, Number 3 (March 2003)
4. R. G. Leisure and F. A. Willis, *Resonant ultrasound spectroscopy*, J. Phys.: Condensed Matter 9 (1997) 6001-6029 (1997)

RELACIÓN ENTRE LAS HABILIDADES DE RAZONAMIENTO CIENTÍFICO Y EL APRENDIZAJE DE LA MECÁNICA CLÁSICA EN LA FCFM BUAP

Jeny Juárez Susano^a, Dra. Olga Leticia Fuchs Gómez^a, , Dra. María Guadalupe Raggi Cárdenas^a,
^bErica Vera Cervantes, Dra. Honorina Ruiz Estrada

^aFacultad de Ciencias Físico-Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, jене@live.com.mx, letyfuchs@yahoo.com.mx, gperaggi@fcfm.buap.mx

^bFacultad de Ciencias de la Computación, BUAP. eevclibra@gmail.com

RESUMEN. Las primeras materias que se plantean en el plan de estudios de la licenciatura de Física requieren habilidades de un pensador formal o hipotético deductivo según la Prueba de Aula de Anton B. Lawson y Colleta basada en la teoría piagetana y son pocos los estudiantes que ingresan con este nivel de desarrollo cognitivo. Con el fin de entender como impactan en el aprendizaje de la física, se hizo un estudio de éstas en la generación 2014 de las licenciaturas de física y física aplicada y se compararon los resultados con las calificaciones obtenidas en el curso de Mecánica. Aunque fue muy pequeño el porcentaje de estudiantes con razonamiento hipotético deductivo se encuentra una dependencia entre éstas y el rendimiento académico.

INTRODUCCIÓN.

La presente investigación descriptiva-correlacional, desarrollada en el año 2014-2015 en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, se centra en establecer la relación entre el nivel de razonamiento y el rendimiento en estudiantes universitarios de primer ingreso de los colegios de Física y Física aplicada y analizar si existe una relación entre ambas variables.

Para conseguirlo, se aplicó la prueba Lawson a los estudiantes muestreados catalogando su nivel de razonamiento, se obtuvieron los promedios académicos que alcanzaron en la materia de mecánica y se procedió a analizar su relación.

Esta investigación permitió caracterizar a la mayoría de los estudiantes, en un nivel de razonamiento concreto y de transición, evidencia que puede servir como base para diseñar estrategias de intervención cognitiva más acordes con las necesidades de nuestros estudiantes. Los resultados obtenidos sugieren replantear la forma en la que asignamos las calificaciones, es decir, considerar los factores o elementos que evaluamos en la práctica y los que realmente deberíamos considerar, de tal manera que las notas asignadas reflejen la capacidad de razonamiento y criticismo que han desarrollado a lo largo de su proceso formativo.

2. TEORÍA,

Muchos investigadores han estudiado el razonamiento lógico y científico de estudiantes en todos los niveles educativos, entre ellos, Iriarte, Espeleta, Zapata, Cortina, Zambrano y Fernández, (2010) quienes, en sus investigaciones para identificar las variables, las leyes y los mecanismos que actúan durante los procesos de aprendizaje, han señalado que el razonamiento es uno de los procesos cognitivos básicos por medio del cual utilizamos y aplicamos nuestro conocimiento. Sin las inferencias, el sistema de procesamiento humano se vería obligado a depender de conocimiento específico y exacto para cada una de las situaciones con las que se encuentra. Pensar es considerado casi como un sinónimo de resolución de problemas (Quintero, Suárez, García, Vanegas, 2012); cualquier tipo de situación problemática exige al sujeto llegar a una

solución exitosa. Esta actividad es fundamental en la ciencia y se encuentra estrechamente vinculada a los procesos de aprendizaje, lo que hace evidente la importancia de conocer la

estructura cognitiva del estudiante para conducirlo a la construcción de aprendizajes significativos y llevarlo a niveles superiores de razonamiento, hasta llegar al nivel formal.

Los niveles de razonamiento lógico están seriamente ligados al aprendizaje, a la comprensión del conocimiento y, sobre todo, a la transferencia de éste a contextos o situaciones particulares. Está demostrado que poseer un pensamiento formal facilita la resolución de problemas matemáticos y científicos (Quintero, Suárez, García, y Vanegas, 2012).

Piaget (1947) propuso una secuencia de etapas cognoscitivas por las que atraviesan todos los seres humanos. El pensamiento en cada nivel construye, contribuye e incorpora etapas previas, conforme se vuelve más organizado, adaptativo y se vincula menos con eventos concretos. Piaget (Dolle, 2006) tenía un interés especial en la lógica y la construcción de conocimientos universales que no pueden aprenderse directamente del entorno, es decir, razonamientos como la conservación o la reversibilidad. Este tipo de conocimiento proviene de la reflexión y coordinación de nuestras propias cogniciones o pensamientos, no del mapeo de la realidad externa. Por lo tanto, creía que el ambiente social es un factor importante en el desarrollo; pero no consideraba que la interacción social fuese el principal mecanismo para modificar el pensamiento. Algunos psicólogos educativos y del desarrollo, llaman al constructivismo de Piaget constructivismo “de la primera ola”, donde el énfasis se pone en la edificación individual de significados.

Piaget se dedicó a estudiar la génesis de la inteligencia, priorizando la actividad individual del sujeto en la adquisición del conocimiento sobre el contexto o factores sociales y culturales en que desenvuelve su vida el individuo, razón por la cual, muchos consideran sus trabajos como una teoría de desarrollo cognoscitivo o como psicología genética.

En sus investigaciones Piaget buscaba la respuesta sobre cómo el sujeto adquiriría el conocimiento; y su epistemología genética, como prefirió denominarla, era la vía para conseguirla. En sus trabajos se aprecia un énfasis en el desarrollo, en lugar del aprendizaje, y al respecto Piaget argumentaba: “la epistemología es la relación entre el sujeto que actúa o piensa y los objetos de su experiencia” (Piaget, 1947, citado por Dolle, 2009).

Piaget, distinguía dos tipos de aprendizaje: el aprendizaje en sentido estrecho (asociacionista), mediante el cual se adquiere una información específica o concreta, y el aprendizaje en sentido amplio, que consiste en el desarrollo de las estructuras cognoscitivas del sujeto, lo cual depende de dos factores:

- a. La adecuada madurez del sistema nervioso del sujeto para poder desempeñar tareas concretas.
- b. La oportunidad para poder experimentar o llegar a explorar y conocer objetos o conceptos requeridos para el aprendizaje.

Piaget en sus trabajos, explicó el desarrollo cognoscitivo en base a dos principios biológicos: el principio de organización y el principio de adaptación. El primero es fundamental para el organismo y representa la tendencia de éste para estructurar partes y procesos en un sistema coherente. El segundo constituye la tendencia del organismo a asimilar los nutrientes de su entorno y a modificarse internamente para poder adaptarse al ambiente. Cada una de las etapas anteriores implica una tendencia o movimiento hacia la complejidad, la integración, la organización y la efectividad. A su vez, cada etapa es el resultado de la anterior.

En el siguiente esquema se ilustran los componentes de la adaptación:

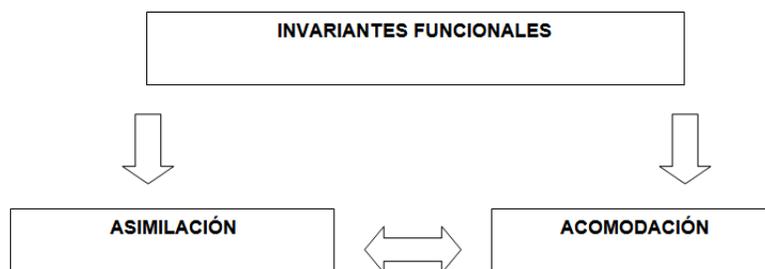


Imagen 1. Componentes de la adaptación, según Piaget.

Piaget explica la apropiación del conocimiento (conceptos, procedimientos y actitudes), recurriendo a tres conceptos: la asimilación, la acomodación y la equilibración.

El proceso de equilibración (concepto que retoma también Vygotsky), subyace a los de asimilación y acomodación y es el responsable de las transiciones entre una y otra de las etapas de desarrollo. Proporciona un cambio cuantitativo y cualitativo, sin el cual, el aprendizaje en sentido estricto o por asociación, carecería de explicación racional.

Piaget define la asimilación como la integración de elementos exteriores a estructuras en evolución o ya incorporadas en el organismo, es decir, que la asimilación sería el proceso mediante el cual el sujeto interpreta la información que proviene del medio, en función de sus esquemas o estructuras conceptuales disponibles.

Sin embargo, aunque imponamos sobre la realidad nuestros propios significados, el mundo se rige por sus propias leyes; y entonces, es necesario un proceso complementario que Piaget denominó acomodación, mediante el cual nuestros conceptos e ideas se adaptan recíprocamente a las características vagas, pero reales, del mundo y donde se da la modificación de un esquema asimilador o de una estructura, causada por los elementos que se van asimilando.

Para pasar o avanzar de una etapa a otra Piaget (Dolle, 2006) encuentra que es necesario "construir" estructuras mentales nuevas, producto en parte de la madurez, pero también de la experiencia en las interacciones con el mundo. Las estructuras mentales son el resultado de operaciones físicas que el sujeto realiza y luego las transforma en operaciones mentales.

Piaget plantea tres períodos o estadios para el desarrollo intelectual, los cuales se presentan en secuencia, por lo tanto, cada uno es necesario para el siguiente. En el esquema que se ofrece a continuación, se visualizan dichos estadios como un ascenso por una escalera.

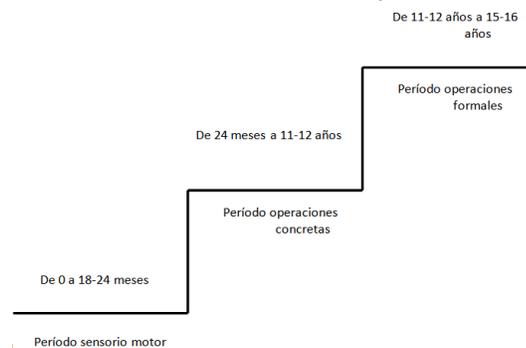


Imagen 2. Periodos o estadios que componen el desarrollo intelectual de acuerdo a la teoría postulada por Piaget.

La primera etapa sensorio-motriz que comienza con el nacimiento a partir de los reflejos condicionados, es inmediata, pues trata directamente con los objetos (permanencia de objetos) y su tendencia es el éxito de la acción. Este período termina alrededor de los dos años y da paso a la preparación y surgimiento posterior de las operaciones concretas, que implica un nivel cualitativamente superior de las operaciones intelectuales.

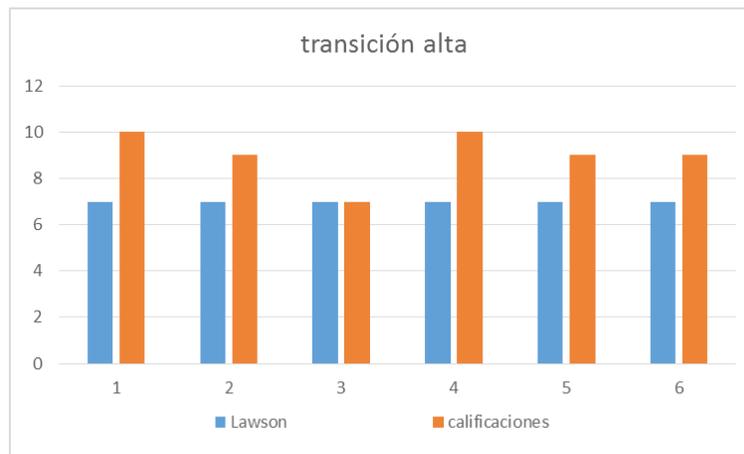
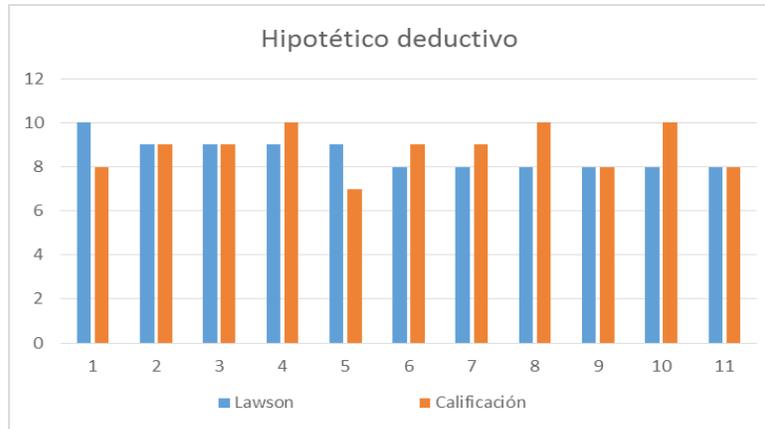
El segundo período se conoce como la etapa de las operaciones concretas, y Piaget lo subdivide en dos grandes momentos: el subperíodo del pensamiento o etapa pre-operatoria y el subperíodo de las operaciones concretas. El pensamiento preoperatorio abarca desde los dos hasta los siete años de edad aproximadamente y se caracteriza por ser un pensamiento preconceptual, intuitivo, egocéntrico, muy influido por la percepción y donde el niño se encuentra todavía centrado en su punto de vista. El pensamiento operatorio concreto desde los siete u ocho años hasta los once o doce, conlleva un importante avance en el desarrollo del pensamiento infantil. Aparecen por primera vez las operaciones mentales, aunque referidas o ligadas a objetos concretos. Entre las principales operaciones comprendidas en este período Piaget señala la clasificación, la seriación y la conservación.

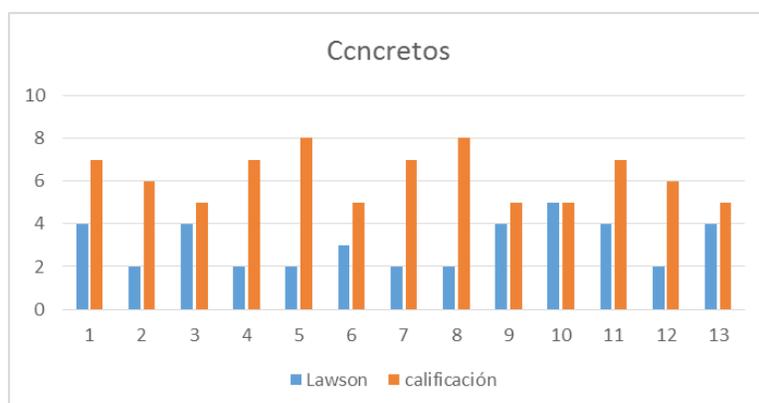
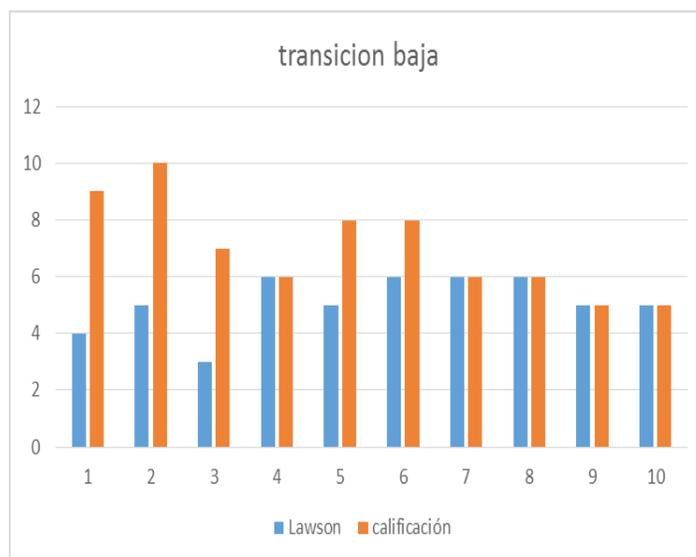
Estas estructuras se van haciendo cada vez más complejas hasta culminar a los quince o dieciséis años en la etapa de las operaciones formales o pensamiento lógico formal, el cual se caracteriza por ser un pensamiento hipotético deductivo que le permite al sujeto llegar a deducciones a partir de hipótesis enunciadas oralmente y que son, según Piaget, las más adecuadas para interactuar e interpretar la realidad objetiva. Estas estructuras lógico-formales resumen las operaciones que le permiten al hombre construir, de manera efectiva, su realidad

3. PARTE EXPERIMENTAL

Utilizamos la prueba de aula de Lawson-Colleta¹, que está basada en la teoría de Piaget de desarrollo cognitivo y que contempla la evolución del razonamiento científico desde la infancia hasta la adolescencia, partiendo del razonamiento inductivo hasta el hipotético deductivo. La prueba consta de 12 reactivos. Se consideran estudiantes con habilidades hipotético-deductivas los que tienen desde 9 hasta 12 aciertos, en transición alta los que obtienen entre 7 y 8 aciertos, transición baja para 5 y 6 aciertos y aquellos que obtienen menos de cinco aciertos se consideran estudiantes con pensamiento concreto. Esta prueba se aplicó a los estudiantes que recién ingresan a la FCFM, en particular a los colegios de Física y Física Aplicada. Por otra parte se coleccionaron los resultados obtenidos en el primer semestre en los cursos de mecánica para compararlos con los resultados de la prueba de Lawson- Colleta.

Los resultados obtenidos eliminando a los reprobados que en su mayoría eran concretos son los siguientes:





4. CONCLUSIONES.

De estos gráficos podemos observar que las mejores calificaciones las obtienen los estudiantes con mejores habilidades cognitivas en general, aunque algunos otros estudiantes que no resultaron hipotético-deductivos también pueden obtener una alta calificación. A los estudiantes concretos se les ofreció una ayuda adicional a cargo de estudiantes de los niveles superiores que fungieron como mentores para apoyarlos en su proceso de aprendizaje obteniéndose también buenos resultados. Sin embargo muchos estudiantes concretos resultaron reprobados y ya no los consideramos en este estudio. Esto prueba que es muy importante desarrollar habilidades cognitivas suficientes para poder aprobar los cursos de primer ingreso en las licenciaturas de Física y Física Aplicada de la FCFM BUAP

BIBLIOGRAFÍA

1. Anton E. Lawson, Science Teaching and the Development of Thinking, Wadsworth Publishing Company, Belmont, California (1995).
2. Arons, A. B. y Karplus, R. (1976). Implications of accumulating data on levels of intellectual development, American Journal of Physics, 44, 396.
3. Dolle, J. M. (2006). *Para comprender a Jean Piaget. (2ª ed.). México: Trillas.*
4. O. Leticia Fuchs G., Ma. Gpe. Raggi C., H. Ruiz-Estrada, Juan Nieto la actividad tutorial de la fcfm dentro del modelo MINERVA. Memorias del XV taller Nuevas tendencias en la Enseñanza de la Física

5. John R., Jones, Craig H., y Charlesworth, J. (1990). Relationship of conceptions of intelligence to preferred teaching behaviors. *Action in Teacher Education*, 12, 25-29.[6] Jones,
6. Craig H., Slate, John R., Marini, Irmo y DeWater, B.K. (1993). Academic skills and attitudes toward intelligence. *Journal of College Student Development*, 34, 422-424.

Medición de pulsos tardíos en las señales de tubos fotomultiplicadores del tipo malla fina utilizados en un detector de radiación

Lucía Pedraza^a, Rubén Alfaro^a, Andrés Sandoval^a, Ernesto Belmont^a,

^aInstituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México, jed_ia@yahoo.com, ruben@fisica.unam.mx, sandoval@fisica.unam.mx, belmont@fisica.unam.mx

RESUMEN:

Los pulsos tardíos (AP's por sus siglas en inglés) son un tipo de ruido que está siempre presente en las señales de los tubos fotomultiplicadores (PMT's por sus siglas en inglés) y su origen se asocia principalmente a la ionización de los gases residuales que existen dentro de los PMT's. Se presentan los resultados de una prueba realizada para estudiar los AP's en los PMT's del detector V0A que forma parte del detector V0 del experimento ALICE (A Large Ion Collider Experiment) del LHC (Large Hadron Collider). La función principal del detector V0 es generar una señal de disparo para iniciar la toma de adquisición de datos cuando ocurre una colisión entre protones o núcleos de iones pesados. La presencia de pulsos tardíos en los PMT's puede producir eventos falsos cuando un pulso tardío de una colisión previa se registra como una señal nueva. El objetivo principal de éste trabajo es estudiar el origen, amplitud, tiempo y tasa de los AP's en las señales de los tubos fotomultiplicadores del detector V0A y encontrar un umbral de discriminación que permita reducirlos. Para el estudio se utilizó un módulo de digitalización FADC (Flash Analog to Digital Converter), que permitió estudiar los pulsos en una ventana temporal de 1 μ s. Se mostró que la tasa de AP's aumenta con el incremento del alto voltaje y pueden reducirse fijando un umbral de discriminación, teniendo cuidado de no reducir la eficiencia de detección. Asimismo se encontró la existencia de más de una componente en la distribución temporal de AP's, con lo cual podemos asociar el gas residual como origen de los AP's. Concluimos que cada fotomultiplicador debe ser medido individualmente para poder realizar un balance entre el voltaje de operación y el nivel de discriminación, minimizando el número de pulsos tardíos y maximizando la ganancia.

1. INTRODUCCIÓN

El LHC es un sincrotrón de hadrones localizado en Francia y Suiza a 50 m bajo tierra aproximadamente y está formado por dos anillos de 26.7 km de circunferencia cada uno. Cada anillo acelerador (compuesto por secciones curvas y rectas) puede acelerar partículas (protones y iones pesados) en direcciones opuestas y hacerlas colisionar en cuatro puntos de intersección donde se encuentran grandes detectores, también llamados experimentos.

El experimento ALICE está formado por aproximadamente 18 subdetectores y está ubicado en Francia a 40 m bajo tierra. Mide 16 x 16 x 26 m³ y tiene un peso aproximado de 10,000 toneladas. ALICE está diseñado para explorar la física de interacciones fuertes en colisiones protón-protón, y el plasma de quarks y gluones en colisiones ion-ion. El detector consiste básicamente de un barril central, un espectrómetro de muones y un conjunto de detectores delanteros. Estos últimos son los encargados de disparar el trigger para la toma de adquisición de datos cuando ocurre una colisión. Uno de los detectores delanteros es el detector V0 formado por dos discos de plástico centellador V0A y V0C. El detector V0A fue construido en el año 2006 por el grupo experimental de Altas Energías del Instituto de Física de la UNAM y es un detector (junto con el V0C) que juega un papel central en ALICE. La figura 1 muestra los detectores de ALICE.

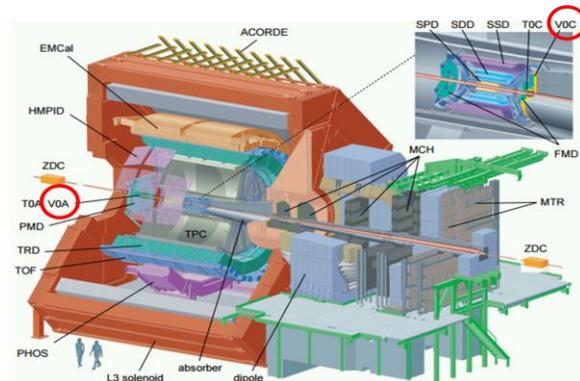


Figura 1. Subdetectores del experimento ALICE.

El detector V0 tiene varias funciones, entre ellas las más importantes son: generar un trigger cuando ocurre una colisión haz-haz, un trigger cuando ocurre una colisión haz-gas residual, y un trigger de centralidad y multiplicidad de la colisión. Además de esto se utiliza para medir la luminosidad del haz y para reconstruir el plano de reacción de la colisión.

El detector V0A está formado por dos hemisferios de plástico centellador que al unirse forman un disco de 82.4 cm de diámetro y 2.5 cm de espesor. El disco tiene en el centro un orificio circular de 86 mm de diámetro que permite el paso de la tubería del haz. El disco está dividido en ocho partes iguales llamadas *sectores* y en cuatro *anillos* concéntricos al orificio central, formando un total de 32 subdetectores individuales referidos como *celdas* o *pixeles*. La luz producida dentro de las celdas es recolectada por fibras corredoras de frecuencia que se encuentran embebidas dentro de ambas caras de cada celda centelladora. La luz es transferida a tubos fotomultiplicadores de malla fina colocados sobre el borde del soporte mecánico del detector. Las celdas están acopladas por fibras claras a un LED para calibrar el detector. Un diagrama del detector V0A se muestra en la figura 2.

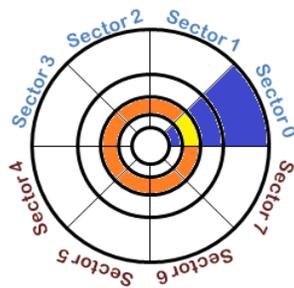


Figura 2. Anillos y sectores del detector V0A.

El tubo fotomultiplicador es un dispositivo que hace posible convertir pulsos de radiación en una señal eléctrica medible. Un diagrama de un PMT convencional se muestra en la figura 3. Los PMT's están formados por los siguientes cuatro elementos: (1) un fotocátodo que convierte la radiación en un flujo de electrones, (2) un sistema óptico y electrónico de entrada para enfocar y acelerar el flujo de electrones, (3) un sistema de multiplicación de electrones que consiste en una serie de electrodos llamados *dínodos*, que son emisores de electrones secundarios, y (4) un ánodo que recolecta el flujo de electrones y facilita una señal eléctrica medible (Flyckt y Marmonier, 2002).

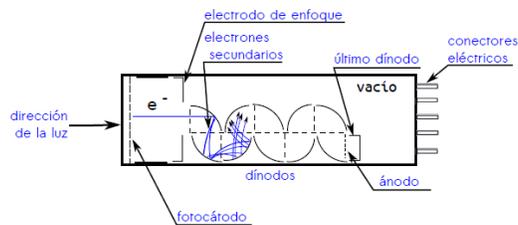


Figura 3. Esquema de la estructura general de un PMT convencional.

Los dínodos de los PMT's utilizados en el detector V0 son del tipo malla fina, estos consisten de planos paralelos de mallas colocadas unas sobre de otras con distancia de separación muy pequeñas, como se muestra en la figura 4. Estos fotomultiplicadores se caracterizan por ser casi inmunes a campos magnéticos intensos de hasta 1 T.

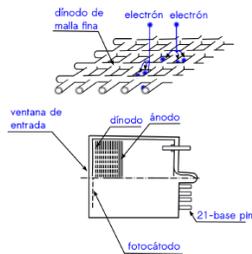


Figura 4. Esquema general de un PMT del tipo malla fina.

Es importante mencionar que la calibración del detector se hace normalmente con partículas de mínima ionización (MIP's por sus siglas en inglés). Las partículas relativistas interactúan con medios materiales principalmente por ionización. Cuando las partículas pierden la mínima energía por ionización se llaman MIP's.

Durante la operación de ALICE se observó la presencia de pulsos tardíos en las señales de los tubos fotomultiplicadores. Estos pulsos son señales espurias que pueden tener varias consecuencias durante la generación del trigger del V0. Los haces de partículas se cruzan cada 25 ns, con un cruce tan corto existe la posibilidad de que un pulso tardío de una colisión previa se registre como una nueva señal, lo que hace un veto falso o se desechan eventos buenos, haciendo que disminuya la eficiencia del detector V0.

El objetivo principal de éste trabajo es estudiar el origen, amplitud, tiempo y tasa de los pulsos tardíos en los tubos fotomultiplicadores del detector V0A y encontrar un umbral de discriminación que permita reducirlos.

2. TEORÍA

Los pulsos tardíos son un tipo de ruido que está siempre presente en las señales de los tubos fotomultiplicadores y se observan después del pulso principal. Se pueden dividir en dos categorías: pulsos tardíos con retraso corto y pulsos tardíos con retraso largo. Los primeros forman parte del pulso principal y se forman por la retrodispersión de los electrones en el primer dínodo de la cadena de multiplicación. Los electrones retrodispersados son decelerados por el campo eléctrico y vuelven a acelerar hacia el primer dínodo, produciendo electrones secundarios y generando un pulso retrasado (Akgun et al., 2008; Lubsandorzhev et al., 2000)

Los pulsos tardíos con retraso largo se originan por la ionización de gases residuales que se encuentran dentro de los fotomultiplicadores. El ion positivo formado en el proceso de ionización se mueve en dirección inversa a los electrones, algunos iones impactan sobre el fotocátodo y liberan electrones que son nuevamente acelerados y multiplicados, resultando un pulso retrasado de amplitud considerable. Como los iones positivos son relativamente lentos el tiempo que les toma regresar al fotocátodo es de cientos de nanosegundos a microsegundos, siendo el tiempo entre el pulso principal y el pulso tardío un tanto largo. De la ecuación de movimiento para un ion en un campo eléctrico $E = V/x$, el tiempo t que tarda un ion en viajar una distancia x es

$$t = \sqrt{\frac{2mx}{qE}}$$

donde m y q son la masa y la carga del ion respectivamente (Knoll, 2000; Coates, 1973).

La relación entre pulsos principales y pulsos tardíos está dada por la tasa de pulsos tardíos, expresada en porcentaje y definida como

$$T = \frac{N_{\text{tardíos}}}{N_{\text{principales}}} \times 100\%$$

Los pulsos tardíos se pueden reducir definiendo un umbral de discriminación como se muestra ejemplificado en la figura 5. Se considera que una tasa igual o menor al 1% es aceptable.

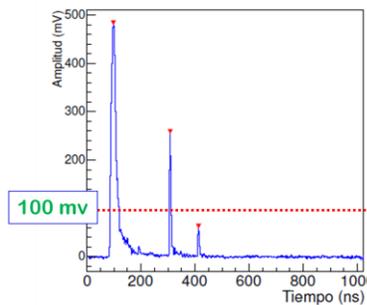


Figura 5. Pulso principal centrado en 100 ns seguido de dos pulsos tardíos, uno centrado en 240 ns y otro centrado en 400 ns. Con un umbral de discriminación de 100 mV se puede discriminar el segundo pulso tardío.

La amplitud de los pulsos tardíos dependerá del tipo de ion, pero no de la amplitud de la señal principal (Ma, K.J. et al., 2009), mientras que la tasa de pulsos tardíos si se espera que sea dependiente de la amplitud de la señal principal.

El origen de los pulsos tardíos se ha asociado a la presencia de iones como He^+ , H_2^+ , N_2^+ y CO^+ . Está reportado que en fotomultiplicadores expuestos al aire por lo menos dos años los pulsos tardíos asociados al He incrementan drásticamente comparados con aquellos causados por iones más pesados (Incandela et al., 1987; Morton, 1967).

3. PARTE EXPERIMENTAL

El diagrama del arreglo experimental se muestra en la figura 6. Se conectó un generador de señales a los LED's colocados dentro de cada hemisferio del detector. Se produjeron señales cuadradas de 10 ns de ancho a una frecuencia de 2kHz y se registraron con un módulo de digitalización FADC programado para tener una frecuencia de muestreo de 1GS/s, o lo que es

igual, una duración temporal por evento de un microsegundo. La señal para disparar la adquisición de datos en el FADC se obtuvo del mismo generador de señales.

Para la digitalización de las señales se utilizó un módulo NIM Mod. N6742 de CAEN con 16 canales de lectura. En el proceso de digitalización una memoria digital analógica de 1024 pxeles muestrea la señal a una frecuencia de programable de 5 GS/s, 2.5 GS/s o 1 GS/s. Cuando una señal de trigger llega al FADC, la información almacenada se digitaliza con una resolución de 12 bits en una memoria digital.

El alto voltaje de los fotomultiplicadores se varió de 1500 V a 2300 V en incrementos de 100 V. Se registraron 100,000 eventos por alto voltaje por celda. Los eventos registrados por el FADC se enviaron a la computadora de adquisición de datos, donde fueron almacenados en archivos .dat y fueron analizados posteriormente con rutinas en C++ y haciendo uso de ROOT que es un software para el análisis de datos desarrollado por el CERN.

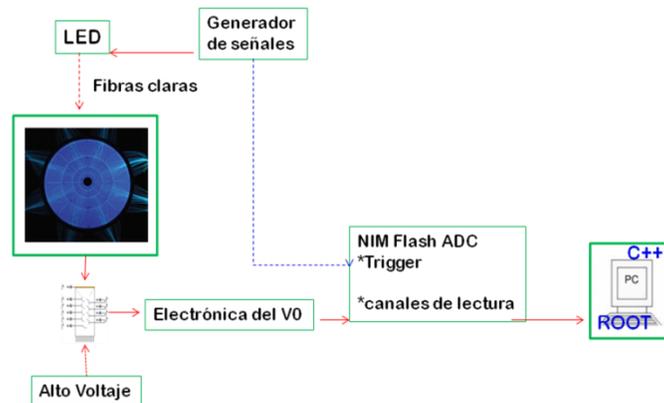


Figura 6. Arreglo experimental para la medición de pulsos tardíos.

Con los eventos registrados se estudiaron las correlaciones tiempo-amplitud de todas las señales registradas por el FADC como la mostrada en la figura 7. Asimismo se estudiaron las distribuciones temporales, y se calculó la tasa de pulsos tardíos para cada fotomultiplicador.

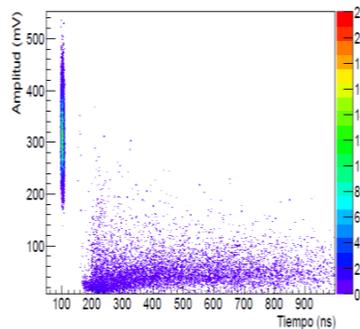


Figura 7. Correlación tiempo amplitud de las señales registradas por el FADC. Los pulsos principales están centrados en 100 ns.

La figura 8 muestra los grupos de pulsos tardíos observados en cada fotomultiplicador medido, en casi todos existen dos grupos de pulsos tardíos.

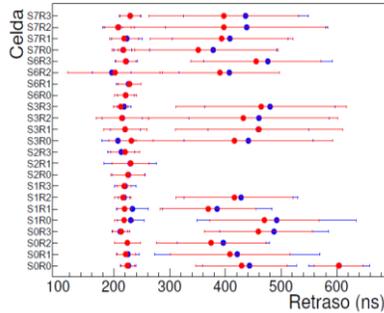


Figura 8. Tiempo de llegada de los grupos de pulsos tardíos a 2000 V (puntos azules) y 2200 V (puntos rojos).

En la figura 9 se muestra la tasa de pulsos tardíos para diferentes umbrales de discriminación. A 2100 V y con un umbral de .4 MIP's es posible reducir la tasa de pulsos tardíos al 1%.

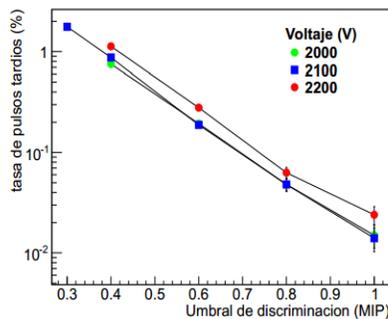


Figura 9. Tasa de pulsos tardíos en función del umbral de discriminación en MIP's.

4. CONCLUSIONES

Los pulsos tardíos se observaron en todas las señales de los fotomultiplicadores estudiados. La cantidad de pulsos tardíos depende del alto voltaje y disminuye con el tiempo.

En las distribuciones temporales fue posible distinguir dos grupos de pulsos tardíos. El primer grupo de pulsos tardíos se observó después de 100 ns de la señal principal. Este grupo tiene una distribución temporal angosta y bien definida. El retraso temporal entre la señal principal y pulsos tardíos no depende del alto voltaje.

Los pulsos tardíos pertenecientes al segundo grupo se observaron 200 ns a 400 ns después de la señal principal. Este grupo tiene una distribución temporal más ancha. En este caso el retraso temporal entre señal principal y pulsos tardíos si depende del alto voltaje. Los pulsos tardíos llegan más rápido al fotocátodo conforme el voltaje aumenta y esto es característico de los pulsos tardíos generados por ionización de gases residuales.

La amplitud de los pulsos tardíos del primer grupo es mayor a la amplitud de los del segundo grupo. La amplitud de los pulsos producidos por iones más ligeros está reportado que es siempre mayor comparada con la amplitud de los pulsos producidos por iones más pesados por lo que es posible asociar el primer grupo a iones ligeros y el segundo grupo a iones pesados.

La tasa de pulsos tardíos depende del alto voltaje, es mayor conforme el voltaje crece. La tasa de pulsos para cada celda es diferente, para algunas celdas la tasa se mantiene por debajo del 1% para voltajes de 1600 V a 2200 V, para otras la tasa pueden alcanzar hasta el 10%.

En algunos fotomultiplicadores fue posible disminuir la tasa de pulsos tardíos hasta el 1% (que es aceptable) utilizando umbrales de discriminación menores a 1 MIP (que es un requerimiento para no perder las señales de 1 MIP) por lo que fue posible reducir la tasa de pulsos tardíos al valor requerido haciendo uso de umbrales de discriminación.

Es necesario calibrar los fotomultiplicadores para encontrar un balance entre el voltaje de operación y el nivel de discriminación, para minimizar el ruido y maximizar la ganancia.

Antes de colocar los fotomultiplicadores en el detector es recomendable caracterizar los pulsos tardíos de cada uno, pues como se mostró la tasa de pulsos es diferente para cada PMT.

BIBLIOGRAFÍA

1. Akgun, U., Ayan, A. S., Aydin, G., Duru, F., Olson, J., y Onel, Y. (2008). Afterpulse timing and rate investigation of three different hamamatsu photomultiplier tubes. *Journal of Instrumentation*, 3(01), T01001.
2. Coates, P. B. (1973). The origins of afterpulses in photomultipliers. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 6(10), 1159. Disponible en: <http://stacks.iop.org/00223727/6/i=10/a=301>
3. Flyckt, S. O. y Marmonier, C. (2002). *Photomultiplier tubes: Principles and applications* (Segunda ed.). Francia: Philips Photonics.
4. Incandela, J., Ahlen, S., Beatty, J., Ciocio, A., Felcini, M. et al. (1987). The performance of photomultiplier exposed to helium. *Nucl. Instrum. Methods A*, 269 (1), 237-245.
5. Knoll, G. F. (2000). *Radiation detection and measurement* (Tercera ed.). Estados Unidos de América: John Wiley & Sons, Inc.
6. Lubsandorzhiev, B., Pokhil, P., Vasiljev, R., y Wright, A. (2000). Studies of prepulses and late pulses in the 8" electron tubes series photomultipliers. *Nucl. Instrum. Methods A*, 442 (1-3), 452-458. Disponible en <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900299012723>
7. Ma, K.J (2009). Time and Amplitude of Afterpulse Measured with a Large Size Photomultiplier Tube. *Nucl.Instrum.Meth.A* 629:93-100, 2011.Morton et al. (1976). Afterpulses in photomultipliers. *IEEE Trans. Nucl. Sci NS-14* (1967) 443.

SINCRONIZACIÓN VAN DER POL-DUFFING

Ulises Uriostegui Legorreta¹, Eduardo Salvador Tututi Hernández¹ y Gabriel Arroyo Correa¹,

¹Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Mich., uli_mat@hotmail.com, tututi@umich.mx, garroyo@umich.mx

RESUMEN

Se analizan circuitos analógicos y la sincronización de un modelo que consiste en un oscilador de Van Der Pol, junto a un oscilador Duffing. La principal motivación de nuestra investigación radica en el hecho de acoplar atractores de diferentes tipos, pueden servir como un buen modelo para los sistemas reales en la naturaleza (por ejemplo, los sistemas electromecánicos, físicos, biológicos, económicos). Se propone un circuito electrónico apropiado para la investigación del comportamiento dinámico del sistema. Mediante la investigación de los resultados recientes sobre la teoría del control adaptativo, está diseñado de manera que permite tanto la sincronización de los dos sistemas acoplados unidireccionalmente y la estimación de los parámetros desconocidos del sistema de accionamiento. Se agradece el apoyo a través del programa CIC-UMSNH 2015.

1. INTRODUCCIÓN

Un modelo de osciladores acoplados por diferentes atractores podría servir como un buen modelo para los sistemas reales en la naturaleza [1]. Este sistema, junto exhibe algunos fenómenos como la histéresis, fenómenos resonantes y antiresonante que se pueden encontrar en sistemas biológicos, económicos, físicos o electromecánicos [1]. En cuanto a la unión entre un oscilador de Van Der Pol y un oscilador Duffing, tres esquemas básicos se pueden enumerar: acoplamiento giroscópico (acoplamiento a través de la aceleración), acoplamiento disipativo (acoplamiento a través de la velocidad), y acoplamiento elástico (acoplamiento a través de soluciones) [2-5]. En contraste con el primer tipo de acoplamiento, la dinámica de un sistema formado por un oscilador Van Der Pol elásticamente acoplado a un oscilador Duffing ha recibido muy poca atención de acuerdo a lo mejor de nuestro conocimiento. Han abordó el problema considerando la dinámica de un sistema que consta de un oscilador de Van Der Pol elásticamente y simétricamente acoplado a un oscilador de Duffing [1]. Se ha demostrado que la existencia de diferentes atractores en un sistema no genera muchas transiciones de fases en el seguimiento de los parámetros del sistema y la constante de acoplamiento.

A fin de proporcionar adicional conocimientos relativos a la dinámica y sincronización de un sistema acoplado, nuestros objetivos en este trabajo son tres: (a) tener en cuenta la dinámica del sistema acoplado e investigar su estructura, con especial énfasis en los efectos de acoplamiento (b) llevar a cabo un estudio experimental de la dinámica del sistema para validar lo teórico y resultados numéricos; y (c) para investigar la sincronización de un sistema de este tipo junto.

2. DINÁMICA DEL SISTEMA

La dinámica de un sistema que consta de un oscilador lineal Van Der Pol (es decir, elásticamente) y simétricamente acoplado a un oscilador de Duffing [3] se describe por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x - k_1(y - x) = 0 \quad (1)$$

$$\ddot{y} + \alpha \dot{y} - y + \varepsilon y^3 - k_2(x - y) = 0 \quad (2)$$

donde μ y ε son parámetros positivos, controlan las no linealidades del modelo, α para la disipación mientras que k representa la fuerza de acoplamiento.

El oscilador de Van Der Pol se caracteriza por la dinámica de un oscilador auto excitado mientras que el oscilador de Duffing describe el movimiento de una partícula clásica en un doble pozo de potencial. Haciendo un cambio de variable $\dot{x} = u$ y $\dot{y} = v$, el sistema (1), (2) puede reescribirse como un conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \\ \dot{u} &= \mu(1 - x^2)u - x + k_1(y - x) \\ \dot{y} &= v \\ \dot{v} &= -\alpha v + y - \varepsilon y^3 + k_2(x - y) \end{aligned}$$

Para $k_1, k_2 = 0$, ambos osciladores están desacoplados: el Van Der Pol presenta un atractor de ciclo límite, mientras que el oscilador de Duffing experimenta un movimiento oscilatorio amortiguado.

Obviamente, el acoplamiento empleado es una realimentación lineal que puede ser visto como la perturbación de cada oscilador por una señal proporcional a la diferencia de su posición.

3. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL NUEVO ATRACTOR CAÓTICO

Se analizará el comportamiento para diferentes valores de $k_1, k_2, \mu, \alpha, \varepsilon$ para ver la diferente dinámica que presenta el sistema. En la Fig. 1 se muestra la dinámica del sistema (1) y (2) para los valores de $\mu = 0.8, \alpha = 0.5, \varepsilon = 0.4$ y $k_1, k_2 = 0.3$. Para las figuras 2,3 y 4 se mantuvieron fijos los valores de $\mu = 0.8, \alpha = 0.5$, y $k_1, k_2 = 0.5$ haciendo variación del parámetro ε , teniendo como valores 0.22, 0.55 y 0.3, respectivamente.

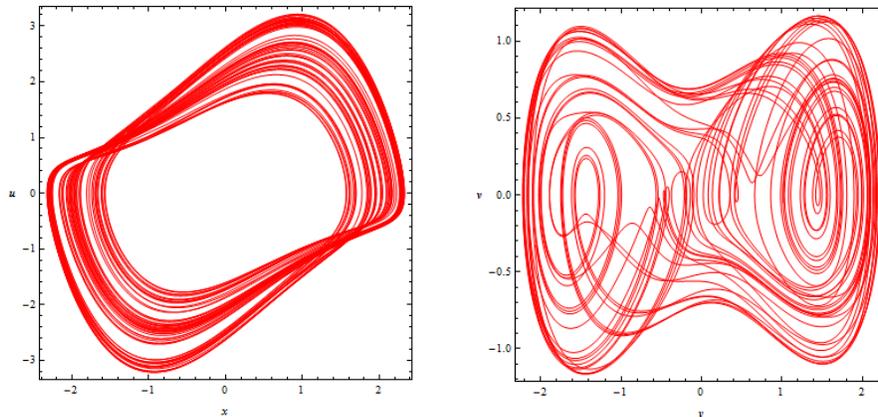


Figura 1. Dinámica de Van Der Pol - Duffing para valores $k_1, k_2=0.3$.

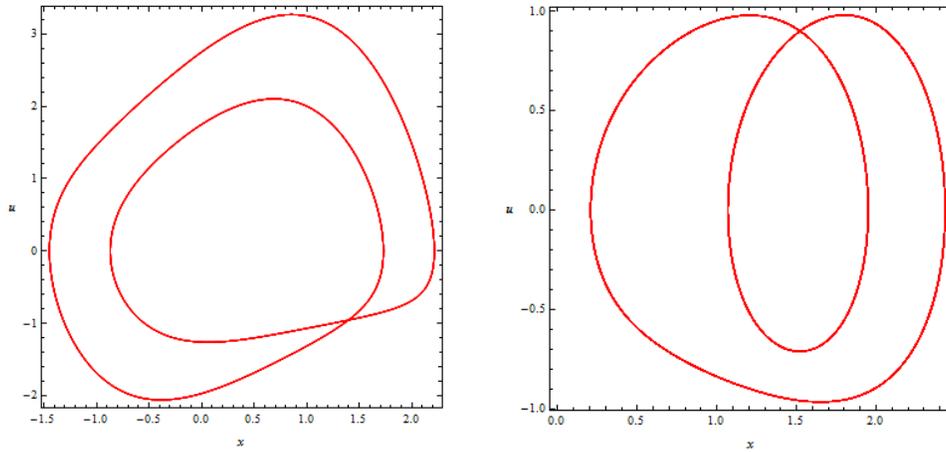


Figura 2. Dinámica de Van Der Pol - Duffing para valores $k_1, k_2=0.5$.

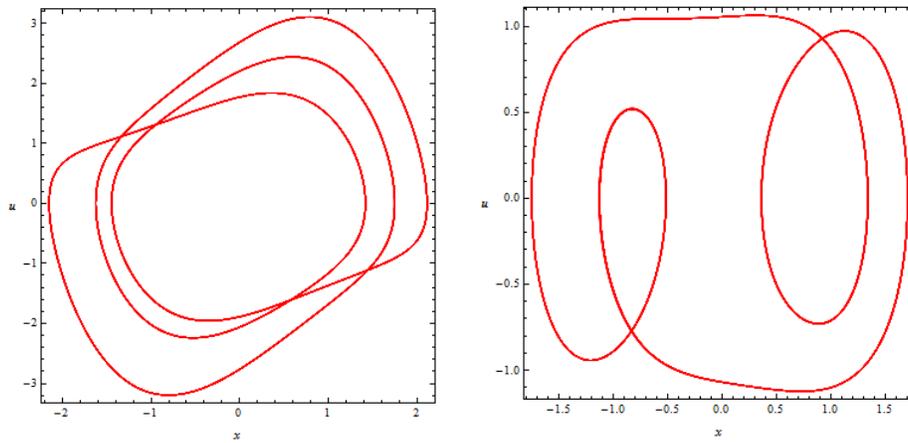


Figura 3. Dinámica de Van Der Pol - Duffing para valores $k_1, k_2=0.5$.

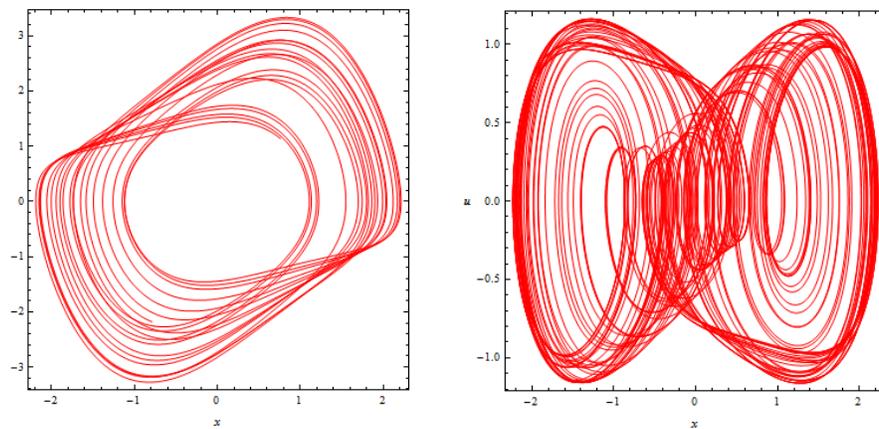


Figura 4. Dinámica de Van Der Pol - Duffing para valores $k_1, k_2=0.5$.

Otro aspecto interesante fue investigar el control del sistema a través de los parámetros de control. El parámetro de control del sistema (1) y (2) en las variables k_1, k_2 y ε hemos encontrado que presenta regiones caóticas, cuasi periódicas y ciclo límite, para ciertos valores.

4. CONCLUSIONES

El sistema Van Der Pol-Duffing tiene comportamientos dinámicos interesantes para ser investigados con mayor detalle. En trabajos futuros se analizará el comportamiento dinámico haciendo distintas variaciones a los parámetros del sistema. El sistema Van Der Pol-Duffing tiene un gran potencial para la comunicación, para llevar a cabo el encriptamiento de información en el nuevo sistema. Se estudiara más a fondo para lograr la sincronización y lograr tener un control del encriptamiento de la información.

BIBLIOGRAFÍA

1. Han, Y.J.: J. Korean Phys. Soc. 37(1), 3–9 (2000).
2. Chedjou, J.C., Kyamakya, K., Moussa, I., Kuchenbecker, H.-P., Mathis, W.: J. Vib. Acoust. 128, 282–293 (2006).
3. Chedjou, J.C., Fotsin, H.B., Wofo, P., Domngang, S.: IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl. 48, 748–756 (2001).
4. Kuznetsov, A.P., Stankevich, N.V., Turukina, L.V.: Physica D 238(14), 1203–1215 (2009).
5. J. Kengne · J.C. Chedjou · G. Kenne.: Nonlinear Dyn (2012) 70:2163–2173.

EVALUACIÓN DE LAS PROPIEDADES REOLÓGICAS DE UN COMPÓSITO BIOPOLIMÉRICO CON INCLUSIONES DE ARCILLA CAOLINÍTICA

Arturo Fidencio Méndez Sánchez¹, Patricia Sánchez Cruz¹, Fernando Donado Pérez² y Leonor Pérez Trejo¹

¹ Escuela superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, aptyo@hotmail.com

² Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. fernando@uaeh.edu.mx

RESUMEN

Desarrollar materiales ecológicos para diversos usos, a saber, el empaque de alimentos, bolsas, cuerdas entre otros, en sustitución de los polímeros convencionales derivados del petróleo es un gran reto vigente en la investigación. Distintos biopolímeros de origen animal, marino, microbiano y agrícola se han investigado. Pero sin importar el origen, los resultados obtenidos muestran que sus propiedades mecánicas y de procesamiento son en general pobres. Por ello, recientemente se ha estudiado la inclusión de partículas y nanopartículas en estos biopolímeros dado que tienen mayor área superficial, favoreciendo las interacciones con la matriz polimérica y mejorando sus propiedades físicas. Entre ellas, se ha analizado la inclusión de nanopartículas para dotar de propiedades bactericidas a empaques de alimentos. En este trabajo se determina la variación de las propiedades reológicas que experimenta un compósito hecho a base de almidón de maíz que tiene incorporado partículas micrométricas de arcilla caolinítica. Los resultados muestran la presencia de una ventana donde las propiedades viscosas se incrementan a bajos contenidos de arcilla, así como la presencia de tixotropía en la muestra. Finalmente, se encontró que el comportamiento reológico del compósito es no newtoniano adelgazante.

INTRODUCCIÓN

En la búsqueda de emplear polímeros naturales o biopolímeros que sean ampliamente reciclables y/o biodegradables, se han realizado diversos estudios y aunque el uso de biopolímeros naturales se ha incrementado a nivel industrial, ya sea por el empleo como carga biodegradable (en no más del 30% de concentración) a polímeros sintéticos como el Polietileno, o en la elaboración de películas de empaques para alimentos, aún es un tema incipiente de estudio, ya que las propiedades físicas de éstos son bajas si son comparadas con las propiedades de los polímeros sintéticos como el Polietileno.

Los primeros estudios de un biopolímero como el almidón de maíz datan de los setentas del siglo pasado y su uso limitado se debe a las bajas propiedades físicas de éstos, a saber, la flexibilidad y dureza principalmente. Por ello en uno de los usos más extendidos con biopolímeros principalmente en forma granular consiste en cargar a los polímeros sintéticos en concentraciones menores al 30% del biopolímero, aunque a esta mezcla no se le considera todavía como material totalmente degradables [1]. Las investigaciones que todavía se siguen desarrollando están relacionadas con la incorporación del granulo de almidón en forma natural o gelatinizada en diferentes procesos, tales como en compresión, extrusión y moldeo por inyección.

Los biopolímeros tienen origen en cuatro fuentes principales, tales como, animal: el colágeno y gelatina, marino: la quitina y quitosan, agrícola: lípidos, grasas e hidrocoloides como las proteínas y los polisacáridos y microbiano como el ácido poliláctico y polihidroxialcanoatos como lo establece Villada y colaboradores [2] (ver Figura 1).

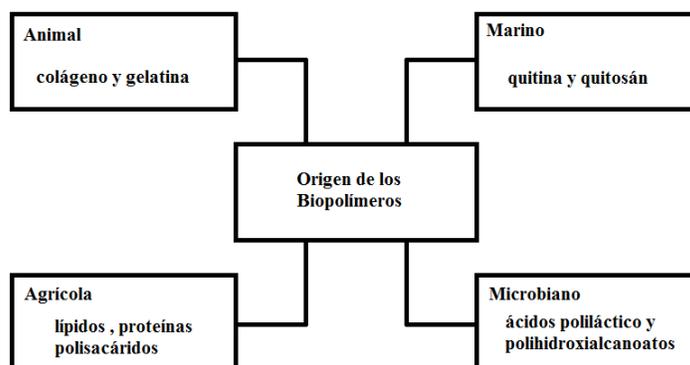


Figura 1 Esquema sobre el origen de los biopolímeros.

Algunas películas de colágeno y gelatina son usadas para la preparación de envolturas comestibles en productos de origen animal, el colágeno es el mayor constituyente de la piel, tendones y tejidos. Hidrocoloides de origen animal y vegetal son empleados en formulaciones específicas para el recubrimiento de alimentos, de la misma forma que tradicionalmente se cubre de ceras o lípidos a los alimentos como las frutas o quesos, aunque las ceras pertenecen al tipo de lípidos y grasas cuya característica principal es que son insolubles en agua, además, son capaces de poseer características especiales, como por ejemplo, proveer una barrera para el oxígeno o el dióxido de carbono. Los polisacáridos tienen origen en los polihidroxialdehídos como la molécula de la glucosa. De los polisacáridos más abundantes en la naturaleza se pueden mencionar a tres: la celulosa que es el sostén estructural de las plantas, el almidón que es la reserva energética de las plantas y el glucógeno que es la reserva de energía de los animales. Sin embargo, no hay que olvidar que cualquiera que sea el origen de estos biopolímeros, la estructura química de los polímeros es la que determina su biodegradabilidad y no su origen.

En nuestro caso, estamos interesados en estudiar los biopolímeros cuyo origen es agrícola como el almidón que es un polímero polisacárido abundante obtenido del maíz. Este tipo de biopolímero tiene propiedades termoplásticas una vez que se realiza la disrupción estructural de la molécula que es cuando presenta una consistencia de gel. El almidón de maíz está compuesto principalmente por dos moléculas de polisacáridos las cuales son la amilosa en un 70% y la amilopectina en un 30%. La amilosa es un polímero no ramificado de forma helicoidal con uniones α 1-4 y su presencia en los almidones, da propiedades estructurales más fuertes así como flexibilidad a las películas. Mientras que la amilopectina es una molécula ramificada con uniones α 1-4 y α 1-6 en las ramificaciones [3]. Esta molécula contribuye a disminuir las propiedades mecánicas del biopolímero. Sin embargo, uno de los problemas que han presentado las películas de almidón es su alta sensibilidad a la humedad lo cual ha sido reducido con el uso de formulaciones en donde se incluye la glicerina. En la tabla 1 se presenta una comparación de estas moléculas

Tabla 1. Comparación entre las moléculas de amilosa y amilopectina.

Propiedades	Amilosa	Amilopectina
Estructura básica	Esencialmente lineal	Ramificada
Estabilidad en solución acuosa	Retrogradados	Estable
Grado de polimerización	C. 103	C. 104-105
Longitud promedio	C. 103	C. 20-25

Recientemente se ha empezado a estudiar la inclusión de nanopartículas en una matriz biopolimérica como desarrollo de nuevos materiales con aplicaciones potenciales en biomedicina [4,5], ejemplo de ello son el uso de nanopartículas de plata en una matriz de almidón por sus propiedades bactericidas, así como para la transportación de medicamentos en el torrente sanguíneo mediante el empleo de materiales superparamagnéticos.

En este trabajo se estudia primeramente la variación que presentan las propiedades reológicas de un compuesto hecho a base de almidón de maíz que tiene incorporado partículas de arcilla

caolinítica de tamaño micrométrico, con la finalidad de estos estudios sirvan como base para la elaboración de compósitos con inclusiones de partículas de arcilla de tamaño nanométrico.

PARTE EXPERIMENTAL Y RESULTADOS

Para la elaboración de la matriz biopolimérica, se empleó almidón sintetizado por sigma Aldrich disuelto en agua. Los componentes plastificantes utilizados para esta matriz biopolimérica fueron el ácido acético, glicerol, aceite de resino. Además a las muestras se les agregó partículas de arcilla caolinítica para obtener concentraciones en peso de 0.1%, 1% y 2%. El compósito fue obtenido a partir de incorporar los componentes necesarios mediante agitación mecánica. Adicionalmente la mezcla fue puesta en una parrilla de calentamiento a 78 grados centígrados y se continuó con la agitación, temperatura aproximada a la cual se conoce que ocurre la disrupción estructural de la molécula y se presenta un incremento de la viscosidad con características gel. Finalmente el compósito elaborado se colocó en el plato del reómetro. Para determinar las curvas de flujo utilizó un reómetro rotacional Bohlin CVO 120 con una geometría de placas paralelas y un GAP de 2mm

a una temperatura de 50 °C, como se ilustra en la figura 2.



Figura 2. Reómetro rotacional Bohlin CVO 120. Detalle de las placas paralelas (plato-plato).

En la figura 3 muestran las curvas de flujo obtenidas para los compósitos para las diferentes concentraciones de partículas estudiadas. De estas curvas se puede observar que el compósito presenta un comportamiento no newtoniano adelgazante ya que la viscosidad (pendiente) disminuye al incrementar la rapidez de deformación. Asimismo, también se incluye la presencia de la curva de flujo de la matriz de almidón, que como se puede observar es más viscosa ya que está localizada por encima de las curvas del compósito, lo cual indica que probablemente existe un rompimiento de la estructura, esto es la presencia de tixotropía. De la misma forma se puede observar que el comportamiento de la curva de flujo del compósito para una concentración del 1% de arcilla es anómalo ya está por encima de las curvas de flujo de 2% y 0.1%, lo cual indica que es probable mente una ventana en donde la viscosidad se incrementa, pero aún, esta curva es menor que la curva de flujo del almidón puro.

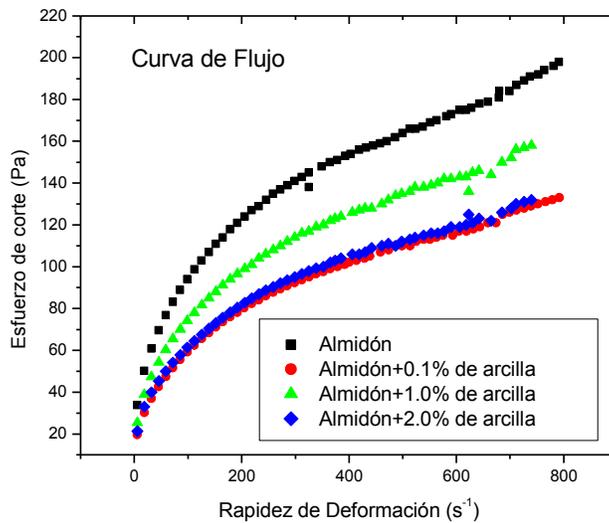


Figura 3. Curva de flujo obtenida para biopolímeros a diferentes concentraciones de partículas de arcilla.

Para corroborar la presencia de tixotropía, se muestra la figura 4, la cual presenta la curva de flujo con partículas de arcilla al 0.1%, en donde se muestran dos corridas consecutivas de la misma muestra. Para un polímero normal, es de esperarse que las curvas se logren superpuestas. Sin embargo, se observa una disminución de la curva de flujo que corresponde a la segunda corrida, lo que es evidencia de la presencia de tixotropía en el compuesto.

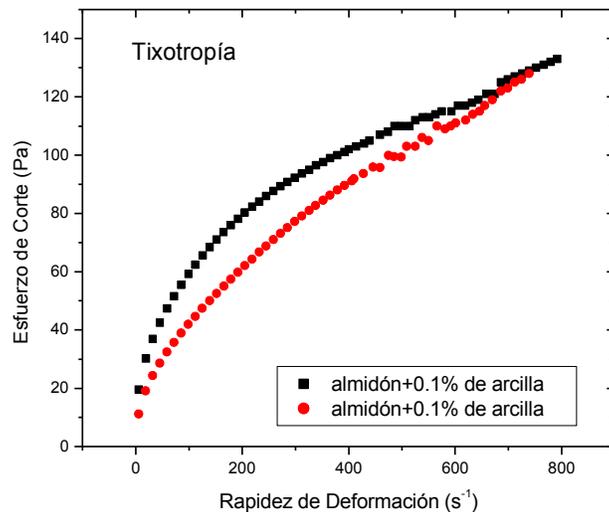


Figura 4. Curva de flujo para un biopolímero con arcilla al 0.1%. Se presentan dos corridas consecutivas de la misma muestra, observe que la última corrida disminuye evidenciando la presencia de tixotropía.

CONCLUSIONES

Se estudió la influencia reológica de un compuesto de almidón de maíz con inclusiones de partículas de arcilla caolínica. Se mostró que el comportamiento es no newtoniano adelgazante de la matriz de almidón y que este comportamiento se preserva en el compuesto. También se evidenció que la inclusión de partículas de arcilla disminuye el comportamiento viscoso de la matriz

biopilimérica. Además, se sugiere la presencia de una ventana a concentraciones de arcilla cercanas al 1% donde se incrementa la viscosidad del compósito, pero aún dicho comportamiento viscoso es menor al compararse con la curva de flujo con el almidón puro. Se encontró una disminución dominante de la viscosidad al incluir la acilla, lo cual se sugiere por la presencia de tixotropía o probablemente al rompimiento de estructura del almidón, aunque mayores estudios deberán realizarse.

BIBLIOGRAFÍA

1. H. Vieyra Ruiz, "Elaboracion de polímeros biodegradables polietileno-almidón y estudio de biodegradabilidad," tesis de maestría, Cicata Legaria, Instituto Politécnico Nacional, México, 2009.
2. H. S. Villada, H. A. Acosta, R. J. Velasco, "Biopolímeros naturales usados en empaques biodegradables," temas Agrarios vol 12(2), págs. 5-13, 2007.
3. Iñigo Lidia, "compuestos de interés biológico," referencia electrónica, http://www.quimiweb.com.ar/sitio/2009/5.D-COMPUESTOS_DE_INTERES_BIOLOGICO.pdf, fecha de consulta 21 de Enero del 2014.
4. M. Garza, M. Hinojosa, V. González, "Desarrollo de nanocompósitos de matriz bioplímica," Ciencia UANL, vol XII, (2), págs. 143-149, 2009.
5. A. Torres-Castro, V. A. González González, M. Garza Navarro, E. Gauna González, "síntesis de nanocompósitos de plata con almidón," Ingenierías, vol XIV, No 50, Págs. 34-41, 2011.

CINÉTICAS DE DEGRADACIÓN DE DQO PARA EL TRATAMIENTO ANAEROBIO DE AGUAS RESIDUALES DE RASTRO.

Claudia Serrano Yañez^a, Ricardo Jaime Guerra Sánchez^b, Germán Buitrón Méndez^c

^aUniversidad Tecnológica de León, León, Gto., cladiaserrano@gmail.com,

^bCentro de Innovación Aplicada en Tecnologías Competitivas (CIATEC), León, Gto.

^cLaboratorio de Investigación en Procesos Avanzados para Tratamiento de Agua, Instituto de Ingeniería (UNAM), Juriquilla, Qro.

RESUMEN

La cinética de degradación para el agua residual generada por un rastro se llevó a cabo a nivel laboratorio en reactores tipo discontinuo de 3.8 L. Se experimentó con dos concentraciones de Demanda Química de Oxígeno 4.6 - 2.0 g/L y dos temperaturas 35°C y temperatura ambiente (25 °C). Se logró caracterizar la cinética de biodegradación de la materia orgánica contenida en el agua del rastro obteniendo una cinética de primer orden y coeficiente de correlación de 0.9. El valor de la constante de biodegradabilidad se obtuvo en un intervalo de 0.07-0.18s⁻¹. Se observó que la constante de biodegradabilidad se ve disminuida cuando la concentración de la DQO es alta y la temperatura es de 25°C además se demostró que el inóculo está adaptado para el tratamiento del efluente debido a que se logró remover en promedio el 70% de la DQO soluble, similar a lo obtenido por otros autores. El biogás generado tuvo una concentración de metano del 70% en promedio, aumentado en todos los casos su porcentaje en el quinto día de la digestión.

1. INTRODUCCIÓN

En México, existe poca información sobre el tratamiento de agua residual en los mataderos y rastros que están ubicados en el territorio nacional. Esta falta de información trae consigo ciertas limitaciones, una de las importantes es el desconocimiento de la funcionalidad de los tratamientos, así como su correcta operación y seguimiento. El 37.2% de estas aguas residuales que se producen en rastros y mataderos es vertido en tanques de tratamiento, con el propósito de disminuir la carga orgánica contaminante.

Los efluentes de los mataderos se caracterizan por un alto contenido de sólidos, materia flotante (grasa), sangre, estiércol y una variedad de compuestos orgánicos. Las principales fuentes de contaminación del agua provienen de las operaciones de puesta del animal en cuadras, la matanza, la eliminación de piel y pelo, la manipulación de las viseras, el lavado de la canal, el cortado y la limpieza según K. Lawrence [1]

Para el tratamiento del agua residual proveniente de este tipo de establecimiento, se han utilizado comúnmente los reactores anaerobios. J Espinoza [2] menciona que no existe un tipo de reactor que sea adecuado para todas las situaciones, ya que existen muchos factores que influyen en el proceso: la naturaleza del agua residual, el caudal, la disponibilidad de espacio, los costos de inversión y operación.

El objetivo del presente trabajo fue caracterizar la cinética de eliminación de la Demanda Química de Oxígeno (DQO) para el agua residual generada en el Rastro de la Ciudad de León, Guanajuato para establecer el orden de reacción, así como su velocidad.

2. PARTE EXPERIMENTAL.

Agua Residual e inóculo.

El agua residual utilizada para el experimento, fue recolectada directamente de la entrada al digestor anaerobio (tipo laguna cubierta) del Rastro Municipal de la Ciudad de León, Guanajuato TIF -333. Que produce en promedio 350 m³/d, dicho rastro sacrifica tres tipos de ganado: vacuno, porcino y caprino. El inóculo para el estudio se tomó del mismo digestor. El pH del inóculo fue de 7.0, con contenido de Sólidos Suspendidos Totales (SST) en promedio de 4.3 g/L y Sólidos Suspendidos Totales Volátiles (SSTV) de 2.6 g/L.

Reactores y puesta en marcha del experimento.

Se utilizaron reactores de vidrio con una capacidad de 3.8 L, bajo las siguientes condiciones experimentales: una concentración del 5% de SSTV y 2.57 L de agua residual. Se utilizaron varias concentraciones de DQO 4.6 y 2 g/L las cuales fueron preparadas por dilución con agua desionizada, esto para observar el efecto de la velocidad de reacción con respecto a la concentración de sustrato. A dichas concentraciones se les denominó alta concentración y baja concentración respectivamente. Las pruebas se llevaron a cabo a temperatura de 35°C y temperatura ambiente en promedio de 25°C. Se mantuvo en agitación de 50 RPM para favorecer el contacto de la biomasa con el sustrato. El biogás producido se midió por desplazamiento de líquido con una solución de sulfato de sodio acidificado con ácido sulfúrico para impedir la absorción del CO₂ y poder analizar la composición del biogás. Para asegurar las condiciones anaerobias, previamente a la inoculación del reactor se burbujeo con un gas inerte durante 5 minutos, para desplazar el oxígeno presente. El tiempo de digestión fue establecido en 10 días debido a que éste es el Tiempo de Retención Hidráulica del digestor real. Las pruebas se llevaron a cabo por triplicado.

Análisis.

La Demanda Química de Oxígeno total y disuelta (DQO), pH, SST, SSTV, alcalinidad fueron analizadas con las normas mexicas NMX-AA-030-SCFI-2001, NMX-AA-008-SCFI-2001, NMX-AA-034-SCFI-2001, NMX-AA-036-SCFI-2001 respectivamente, la alcalinidad alfa fue analizado bajo el procedimiento descrito por Jenkins [5] que es la relación que existe entre dos valoraciones con ácido clorhídrico 0.02N, una realizada hasta pH de 5.75 (a este valor de pH el 80% del HCO₃⁻ ha sido titulado y sólo se cuantifica el 6% de las sales de ácidos orgánicos débiles) y otra hasta pH de 4.3 en la que se han cuantificado los HCO₃⁻ y las sales de ácidos orgánicos débiles, ambas sobre la misma muestra. La composición de biogás (CH₄ y CO₂) se realizó por medio de cromatografía de gases, se tomó una muestra de 10 mL del biogás recolectado y se inyectó en un cromatógrafo de gases (SRI 8610C) equipado con un detector de conductividad térmica y dos columnas empacadas (una columna de 6´x1/8´ de sílica gel empacada en acero inoxidable y una columna de 6´x1/8´ de corte molecular 13X empacada en acero inoxidable). La temperatura del inyector y del detector fue de 90°C y 150°C respectivamente. La temperatura al inicio fue de 40°C (durante 4 min), después incremento hasta 110°C a una tasa de 20°C/min, la temperatura final se mantuvo durante 3 min. El gas acarreador fue N₂ a un flujo de 20 mL/min. Se colectaron muestras diarias en la fase líquida para evaluar la DQO_T, DQO_D y la alcalinidad alfa; así como en la fase gaseosa para analizar la composición del gas.

Variables de estudio.

Se estableció como variable de estudio: alcalinidad alfa para observar la capacidad tampón del sistema. La DQO como indicativo del consumo de sustrato y el análisis del biogás.

Resultados

La Tabla 1 muestra los resultados obtenidos de la cinética bajo las condiciones experimentales señaladas. La eficiencia de remoción de la DQO total fue de un valor máximo del 96% y un mínimo de 55 %. Para la DQO soluble fue de 84% el máximo y 58 % el mínimo como se puede observar en la Tabla 1. La diferencia en la eficiencia puede deberse a la concentración de DQO en el agua, se observa que a mayor concentración de DQO en el agua, mayor porcentaje de remoción; a la

vez que hay una correlación con la temperatura, ya que este parámetro es un factor importante en el desarrollo de las reacciones bioquímicas, generalmente las conversiones anaerobias incrementan con el aumento de la temperatura [7] principalmente de los microorganismos metanogénicos.

Tabla 1 Concentración de la DQO a diferentes temperaturas y concentración de sustrato.

DQO Total (mg/L)					DQO soluble (mg/L)				
Condición	Duración (días)	Influyente	Efluente	% de remoción.	Condición	Duración (días)	Influyente	Efluente	% de remoción.
Bach 1, Temperatura 35°C, concentración alta.	10	4632	284	94	Bach 1, Temperatura 35°C, concentración alta.	10			
		3755	904	76			3152	740	77
		3755	918	76			3152	733	77
Bach 2, Temperatura 25°C, concentración alta.	10	3371	102	97	Bach 2, Temperatura 25°C, concentración alta.	10			
		3865	1340	65			3152	1146	64
		3865	1740	55			3152	1311	58
Bach 3, Temperatura 35°C, concentración baja.	10	2549	221	91	Bach 3, Temperatura 35°C, concentración baja.	10			
		2108	380	82			1667	292	82
		2108	333	84			1667	273	84
Bach 4, Temperatura 25°C, concentración baja.	10	2549	102	96	Bach 4, Temperatura 25°C, concentración baja.	10			
		2108	310	85			1667	321	81
		2108	444	79			1667	332	80

La elevada relación DQO_s/DQO_T (0.81 ± 2) muestra que la materia orgánica en forma disuelta es la que predomina en el agua.

Para el control de la estabilidad de los reactores, se utilizó la alcalinidad alfa como parámetro indicador de la capacidad amortiguadora de la acidez generada en las primeras etapas del proceso de digestión. En la Tabla 2 se puede observar que la relación de pH 5.75/4.3 se mantuvo por encima del valor reportado por López y colaboradores [7] la cual es recomendada para mantener la estabilidad del sistema anaerobio.

La Tabla 2 muestra que los valores de pH para cada reactor estuvieron dentro del rango establecido (6.8-7.4) como óptimo para el proceso metanogénico [6]

Tabla 2 Valores promedio y desviación estándar de los parámetros de control de los reactores

Condición	Réplica	Alcalinidad alfa		pH	
		Influyente	Efluente	Influyente	Efluente
Bach 1, Temperatura 35°C, concentración alta.	1	0.74±0.09	7.4±0.10		
	2	0.65±0.03	7.3±0.13		
	3	0.65±0.03	7.2±0.10		

Bach 2, Temperatura 25°C, concentración alta.	1	0.75±0.13	7.2±0.15
	2	0.62±0.03	7.2±0.30
	3	0.62±0.03	7.2±0.05
Bach 3, Temperatura 35°C, concentración baja.	1	0.69±0.10	7.2±0.20
	2	0.66±0.23	7.1±0.10
	3	0.74±0.05	7.1±0.10
Bach 4, Temperatura 25°C, concentración baja.	1	0.79±0.15	7.1±0.10
	2	0.74±0.05	7.1±0.13
	3	0.74±0.07	7.1±0.10

La figura 1 muestra el progreso en la degradación de la DQO bajo las condiciones experimentales establecidas de 35°C, concentración alta de DQO. Se observa que la constante de biodegradabilidad (pendiente de la curva) tiene un valor de -0.14 d^{-1} , no se observa diferencia significativa en la ecuación de la gráfica.

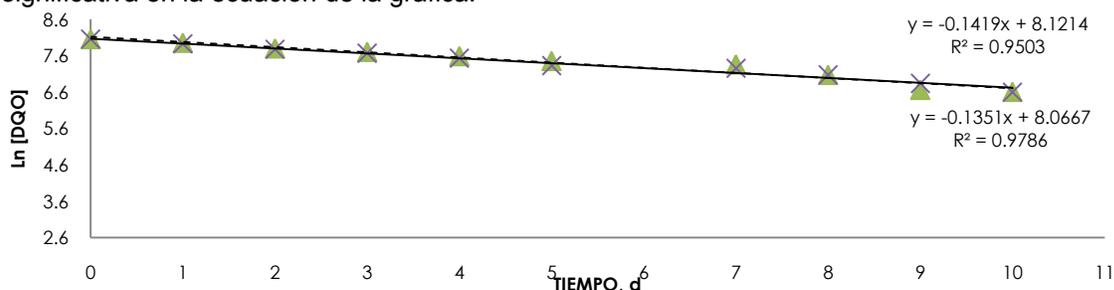


Figura 1. Cinética de eliminación de DQO disuelta, 35 °C , concentración alta de DQO.

La figura 2 muestra los resultados obtenidos de la linearización de la curva de degradación de DQO en condiciones de 25°C y una concentración alta de DQO. Se observa diferencia en la pendiente de las curvas, constante de biodegradabilidad, ello debido a que la temperatura es un factor importante en la velocidad de la reacción anaerobia, también hay diferencia con respecto a la figura 1 obtenidas a temperatura controlada de 35°C.

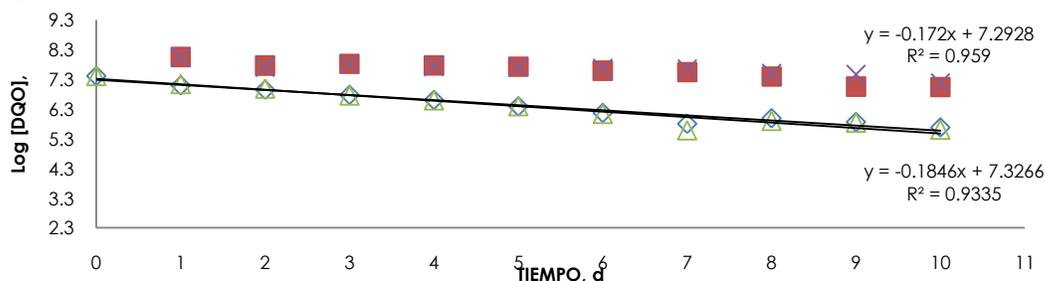


Figura 2 Cinética de eliminación de DQO soluble, Temperatura ambiente 25° C, concentración alta de DQO

En la figura 3 se grafica la linearización de la curva para las condiciones de 35°C y concentración de DQO baja, es importante resaltar que la constante de biodegradabilidad aumenta con respecto a la obtenida en la figura 1 en la que se experimento con alta concentración de DQO.

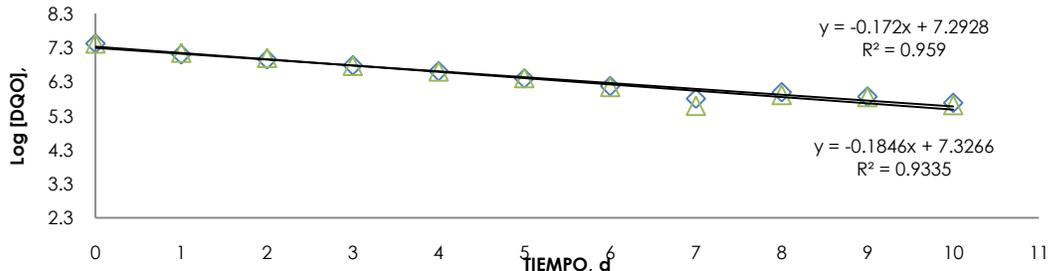


Figura 3 Cinética de eliminación de DQO disuelta, 35 °C, concentración baja de DQO.

En la figura 4 se observa que la constante de biodegradación a 25°C y concentración baja de DQO es igual a la registrada para el experimento a 35°C y misma concentración de DQO, por lo que no es notoria la influencia de la temperatura respecto a la velocidad.

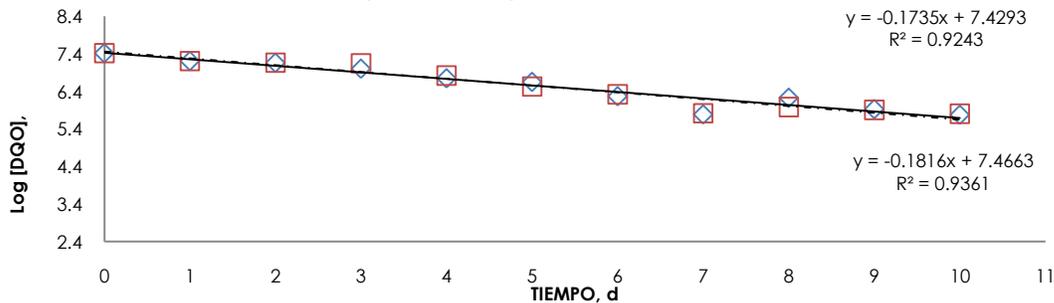


Figura 4 Cinética de eliminación de DQO disuelta, Temperatura ambiente 25°C, concentración baja de DQO.

Las constantes de biodegradabilidad se resumen en la siguiente (Tabla 3). Las constantes de biodegradabilidad obtenidas en el experimento, coinciden con el trabajo realizado por López-López [8] para un agua de rastro, en el que obtuvo una contante de biodegradabilidad de 0.17d^{-1} .

Tabla 3 Resumen de las constantes de biodegradación.

Concentración baja Temperatura 35 °C	Concentración baja temperatura 25°C	Concentración alta Temperatura 35 °C	Concentración alta temperatura 25°C
0.17 d^{-1}	0.17 d^{-1}	0.14 d^{-1}	0.07 d^{-1}
0.18 d^{-1}	0.18 d^{-1}	0.13 d^{-1}	0.10 d^{-1}

Los resultados obtenidos de la composición del biogás para los diferentes tratamientos, se observan en la Figura 5. Destaca que el promedio de metano en el biogás generado es 70%, además en todos los casos el porcentaje de metano aumenta en el quinto día del proceso llegando a reportarse concentraciones de 79%.

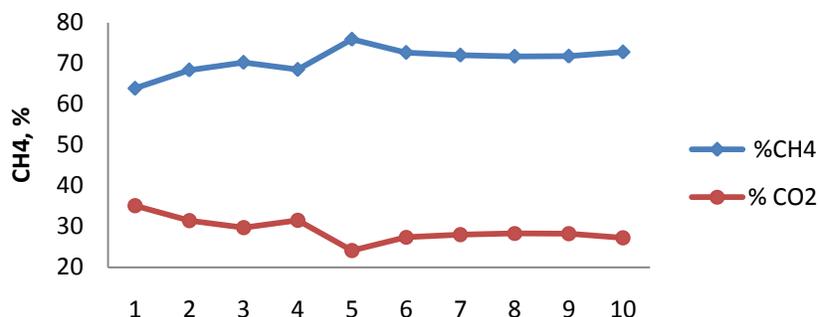


Figura 5 Composición del biogás producido durante los experimentos.

4. CONCLUSIONES.

La remoción de la DQO total durante los ciclos batch fue en promedio del 76%. La remoción de DQO disuelta fue 71%.

La relación alfa de alcalinidad demostró ser un buen parámetro indicador de la estabilidad del sistema, manteniéndose por encima del valor recomendado por la literatura.

Se logró caracterizar la cinética de biodegradación de la materia orgánica contenida en el agua del rastro obteniendo una cinética de primer orden y coeficiente de correlación del 0.9. El valor de la constante de biodegradabilidad se obtuvo en un intervalo de $0.07-0.18s^{-1}$.

Se observa que la constante de biodegradabilidad se ve disminuida cuando la concentración de la DQO es alta y la temperatura es de $25^{\circ}C$.

Se demostró que el inóculo está adaptado para el tratamiento del efluente debido a que se logró remover en promedio el 70% de la DQO soluble, similar a lo obtenido por Padilla y colaboradores [9].

El biogás obtenido tuvo un porcentaje de metano del 70% en promedio, aumentado en todos los casos su porcentaje en el quinto día de la digestión.

BIBLIOGRAFÍA.

- [1] LAWRENCE K. Wang, Young-Tse Hung, Howard H. Lo, Constantine Yapijakis. Tratamiento de los residuos de la industria procesadora de alimentos, Ed. ACRIBIA, S.A. Segunda Edición. España, 2006. pp 92.
- [2] ESPINOSA Antón. J.J. Tratamiento de aguas residuales de matadero con elevado contenido en sangre mediante la combinación de procesos anaerobios de película fija (BAPF) y aerobio de membrana (MBR). Universidad de Burgos, España. 2011
- [3] ROMERO, R. J. A. *Tratamiento de Aguas Residuales*, Tercera Ed. Escuela Colombiana de Ingeniería. 2004, p. 225
- [4] MALDONADO, Julio Isaac M, P. D., & Ramón, J. A. TREATMENT SYSTEM FOR INDUSTRIAL WASTEWATER OF THE SLAUGHTERHOUSES. *Revista Ambiental agua, aire y suelo*. 2006. pp 34–47. Retrieved from ISSN 1900-9178
- [5] JENKINS, S. R., J.M., M., & C.L., S. Measuring anaerobic sludge digestion and growth by a simple alkalimetric titration. *Water Pollution Control Fed.* 1983. Vol. 55, n.5, pp. 448–453.
- [6] KHANAL, K. S. *Anaerobic Biotechnology for Bioenergy Production*. First Edit. WILEY-BLACKWELL. 2008, pp. 65–67.
- [7] LÓPEZ, J. Morgan J. A. Noyola. Arranque de reactores anaerobios industriales dos casos de estudio. En: Memorias de XII Congreso de la Federación Mexicana de Ingeniería Sanitaria y Ciencias Ambientales (FEMISCA). 2000

- [8] LÓPEZ-LÓPEZ, Alberto; BARRERA FRAIRE, Jorge; VALLEJO RODRÍGUEZ, Ramiro y BARAHONA ARGUETA, Carlos. Estudio comparativo entre un proceso fisicoquímico y uno biológico para tratar agua residual de rastro. *INC* [online]. 2007, vol.33, n.7, pp.490-496.
- [9] PADILLA-GASCA E, López-López A, Gallardo-Valdez J. Evaluation of Stability Factors in the Anaerobic Treatment of Slaughterhouse Wastewater. *J Bioremed Biodegrad*. 2011. 2:114. doi:10.4172/2155-6199.1000114

Estimación con el Modelo Mexicano de Biogás con y sin caracterización de Residuos Sólidos Urbanos en un Relleno Sanitario del Estado de México

Jessica Mayte Cuarto Gonzaga^a, María del Consuelo Hernandez Berriel^b, Laura Verónica Díaz Archundia^b, Elizabeth Galeana Martínez^a,

^a Tecnológico de Estudios Superiores de Jocotitlán, lesly_mayte@hotmail.com

^b Instituto Tecnológico de Toluca

RESUMEN

Los rellenos sanitarios (RESA) constituyen una fuente importante de biogás, resultado del proceso de biodegradación de la fracción orgánica de los residuos sólidos urbanos (RSU). Este biogás está conformado principalmente por metano (CH₄), dióxido de carbono (CO₂) y trazas de compuestos orgánicos volátiles (COV), considerados gases de efecto invernadero. Lo anterior hace de interés el conocer la generación de biogás en los RESA, la cual se puede estimar mediante el Modelo Mexicano de Biogás (MMB) v.2. Uno de los factores importantes para el uso del MMB es la composición de los RSU en el RESA en estudio, por lo anterior este trabajo tuvo por objetivo comparar las emisiones de biogás procedentes del RESA de Villa Guerrero, usando el MMB con la caracterización de RSU propia y con la del sitio. Para la estimación de la generación de biogás se hizo la caracterización de los RSU en el sitio en época de estiaje y época de lluvias. Se introdujeron además de la caracterización datos propios del RESA en el MMB como año de apertura y clausura, disposición anual de RSU y porcentaje de cobertura entre otros. Los resultados mostraron una eficiencia de captura de biogás del 46% para ambos casos, la recuperación con la caracterización de RSU propia del MMB fue 54 y 26 % mayor que la calculada con la caracterización de RSU del RESA para lluvia (417 m³/hr) y estiaje (256 m³/hr) respectivamente, esta diferencia en la producción de biogás está en función con el porcentaje de la materia de degradación muy y moderadamente rápida en donde se obtiene un porcentaje de 34.6% y 44.4 % para época de estiaje y lluvias respectivamente estos valores son mayores en comparación con el 14.1% del MMB. Se puede concluir que para el uso del MMB es importante realizar la caracterización de los RSU, ya que se obtendrían datos de producción de biogás más cercanos a la situación real del RESA.

1. INTRODUCCIÓN

Los residuos sólidos urbanos (RSU) comúnmente denominados “basura” son generados de manera intrínseca en todas las acciones humanas. Tchobanoglous *et al.* (1994) menciona que son una consecuencia de la vida y los define como “aquellos residuos que provienen de actividades animales y humanas, que normalmente son sólidos y que son desechados como inútiles o sobrantes”.

El sistema de tratamiento más utilizado en países en vía de desarrollo como México para la disposición final de los RSU es el relleno sanitario (RESA). La disposición final no adecuada de los RSU es hoy en día uno de los problemas ambientales, debido a que como producto de su biodegradación se tienen los lixiviados y al biogás, este último es el resultado de la descomposición anaeróbica de materiales orgánicos en los RSU. Si el biogás no es capturado y/o

aprovechado, puede ser una fuente potente de gases de efecto invernadero y uno de los principales responsables del cambio climático (Santos, 2007).

El biogás está compuesto principalmente de metano (CH₄), dióxido de carbono (CO₂) y gases que están presentes en pequeñas trazas de compuestos orgánicos volátiles (COV), en cuanto a su contribución al efecto invernadero estos gases debido a su mayor coeficiente de absorción molar de la radiación infrarroja y al prolongado tiempo de residencia en la atmósfera el CH₄ tiene una equivalencia de 21 veces al del CO₂ (Serrano, 2006; Tchobanoglous. *et. al.*1994).

Alternativamente el gas recuperado puede usarse de diferentes maneras, por ejemplo: producción de energía eléctrica a través del uso de generadores de combustión interna, turbinas, o micro turbinas o puede utilizarse como combustible en calentadores de agua u otras instalaciones. Además de los beneficios energéticos en el uso del biogás, la recolección y control del biogás generado ayuda a reducir emisiones atmosféricas contaminantes (Santos, 2007).

Partiendo de lo antes mencionado, el objetivo de este trabajo es determinar la generación de biogás y su composición en un RESA del Estado de México, con caracterización y sin caracterización de RSU estimando la generación por el Modelo mexicano de biogás.

2. TEORÍA

2.1 Residuos Sólidos Urbanos

En la actualidad, la Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos (LGPGIR), publicada en 2003, define en su artículo 5 a los RSU que son “los generados en las casas habitación, que resultan de la eliminación de materiales que utilizan en sus actividades domésticas, de los productos que consumen y de sus envases, embalajes o empaques; los residuos provienen de cualquier otra actividad dentro de establecimientos o en la vía pública que genere residuos con características domiciliarias, y los resultantes de limpieza de las vías y lugares públicos, siempre que no sean considerados por esta ley como residuos de otra índole”.

Chávez (2012) menciona que el sistema de tratamiento más utilizado en países en vía de desarrollo como México para la disposición final de los RSU es el RESA. Al depositarse los residuos en el RESA, estos comienzan a descomponerse mediante una serie de procesos químicos complejos. Los productos principales de la descomposición son el lixiviado y el biogás. El manejo inadecuado de los RSU ha tenido y tiene repercusiones en la calidad del aire, agua y suelo, debido a la proliferación de fauna nociva, generación de lixiviados y emanaciones de gases. (Robles, 2008; Santos, 2007)

2.2 Biogás

El biogás es un gas combustible que se genera en medios naturales o en dispositivos específicos, por las reacciones de biodegradación de la materia orgánica (MO), mediante la acción de microorganismo y otros factores, en ambiente anaeróbico. Los RSU depositados en los RESA generalmente contiene aproximadamente 50% de MO, que es susceptible a la degradación microbiana. La compactación de los residuos tiene por objeto la reducción del volumen, así como el uso de barreras de aislamiento de la masa de residuos desde el entorno que favorecen la creación de condiciones anaeróbicas. En tales condiciones, microorganismos fermentadores se desarrollan. Estos microorganismos usan compuestos orgánicos, contenidos en los RSU. Este grupo incluye los microorganismos que producen CH₄, bacterias del azufre, bacterias reductoras de

sulfato y las bacterias que conducen a la transformación del nitrógeno (amonificación y desnitrificación) (Betancourth, 2013).

2.3 Modelo mexicano de Biogás

Muchos métodos y modelos se han sido desarrollados para proyectar el potencial de generación del biogás. La tasa de producción de metano puede ser estimada por diversos modelos de producción de biogás. El modelo Landfill Gas Emission Model (LandGEM) de la Agencia de Protección Ambiental (EPA), es una herramienta utilizada para estimar tasas de emisión de sitios de disposición de residuos sólidos municipales.

El Modelo Mexicano de Biogás Versión 2.0 (MMB), creado por la EPA ha recogido información de campo adicional y ha aplicado técnicas avanzadas de modelación para actualizar y refinar la primera versión del Modelo Mexicano de Biogás. La versión 2.0 del Modelo incorpora la información de caracterización de residuos de la versión 1.0 y la expande para incluir datos adicionales de ciudades y rellenos sanitarios de México. El Modelo proporciona valores precalculados para el índice de generación de metano (k) de $0.235 \text{ m}^3/\text{hr}$ y la generación potencial de metano (L_0) de $165 \text{ m}^3/\text{hr}$, los cuales están en función de la materia muy rápida y moderadamente degradable estas variables fueron desarrolladas usando datos específicos del clima, datos de la caracterización de residuos y datos específicos sobre el biogás de sitios representativos en México. Estos datos permiten que se puedan generar índices de generación y recuperación de biogás para RESA localizados en diversas regiones de México.

2 PARTE EXPERIMENTAL

Para la comparación de la generación de biogás por medio del MMB fue necesario introducir en la hoja de cálculo la zona geográfica, los índices de disposición anual, índices de recuperación de biogás actuales y la línea base de recuperación de biogás, también se ingreso caracterización de los RSU del sitio en época de estiaje y en época de lluvias que se representa en la Tabla 1. Esta información se utilizó para alimentar el MMB, con el fin de obtener los datos preliminares de generación de biogás.

Posteriormente se procedió a hacer un comparativo en las estimaciones de la generación de biogás (Figura 1) en donde se muestra que la generación de biogás es muy cambiante con respecto a la temporada en la que se realice la caracterización de residuos con respecto a los datos que se obtienen por el MMB.

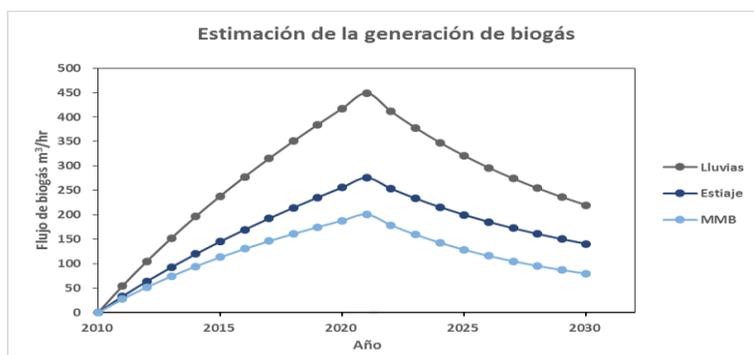


Figura 1. Estimación de la generación de biogás en diferentes temporadas

Es preciso mencionar que los resultados obtenidos por el MMB para el año 2020, año de clausura del sitio la generación de biogás en temporada de es de lluvias 417 m³/hr, en temporada de estiaje de 256 m³/hr y con la base de datos del simulador presenta una generación de 188 m³/hr.

Tabla 1. Caracterización de RSU en diferentes temporadas y del MMB

CLASIFICACIÓN DE RSU	MMB	ESTIAJE	LLUVIAS
Comida	38.50%	15%	8%
Papel y Cartón	15.50%	5.30%	8.80%
Poda (jardines)	7.10%	29.20%	3%
Madera	0%	0.70%	0.90%
Caucho, Piel, Huesos y Paja	0.40%	3.80%	0.60%
Textiles	0.40%	6.30%	4%
Papel Higiénico	3.00%	5%	10.20%
Otros Orgánicos	9.80%	4.90%	4%
Pañales (asume 20% orgánico / 80% inorgánico)	0%	4.90%	10.20%
Metales	28.20%	1.60%	1.70%
Construcción y Demolición	2.0%	5%	0%
Vidrio y Cerámica	4.5%	3%	2.30%
Plásticos	17%	23.10%	31.50%
Otros Inorgánicos	0%	22%	14.40%
Degradación muy rápida	6.6%	20.9%	14.0%
Degradación moderadamente rápida	7.5%	13.7%	30.40%
Total de materia fácilmente degradable	14.1%	34.6%	44.4%
Degradación moderadamente lenta	21.6%	12.8%	11.5%
Degradación muy lenta	0.8%	1.5%	4.5%
Total de materia difícilmente degradable	22.4%	14.3%	15.0%

La diferencia en la producción de biogás está en función con el porcentaje de la materia de degradación muy y moderadamente rápida en donde se obtiene un porcentaje de 34.6% y 44.4 % para época de estiaje y lluvias respectivamente estos valores son mayores en comparación con el 14.1% del MMB.

Con los resultados anteriormente mostrados se determinó el porcentaje de error que presenta el MMB con respecto a la caracterización de los RSU considerando las temporadas en las que se muestrearon dichos residuos. Los porcentajes de error en temporada de lluvias y el MMB presentan un error de 54%, a diferencia de la caracterización de los RSU en temporada de estiaje donde se obtiene un error de 26%. Cabe mencionar que la caracterización de los RSU es factor importante para poder obtener una estimación de la generación de biogás debido a que el porcentaje de materia orgánica que se presentan en las caracterizaciones es superior a la reportada por el MMB.

3 CONCLUSIONES

Para presentar una estimación de biogás en el RESA es fundamental conocer las condiciones de operación del sitio, así como la caracterización de los RSU considerando las temporadas de

muestreo debido a que el porcentaje de humedad presente en los RSU beneficia la aceleración de la degradación de los mismos.

Es importante realizar una caracterización propia del sitio debido a que los datos presentados por el MMB sin caracterización resultan ser diferentes, principalmente en materiales orgánicos que son los principales para la producción de biogás en un RESA, ya que el error presentado por la caracterización y la base de datos del MMB es elevado lo que nos indica que para una mejor aproximación de la generación de biogás es necesario conocer la composición de los RSU considerando la temporada de su muestreo.

BIBLIOGRAFÍA

1. Benbelkacem H., Bayard R., Abdelhay A., Zhang Y., Gourdon R. (2010). Effect of leachate injection modes on municipal solid waste degradation in anaerobic bioreactor. *Bioresource Technology* 101.
2. Betancourth L., Villada D. (2013) Evaluación del proyecto de quemado de biogás enfocado a los mecanismos de quemado de biogás enfocado a los mecanismos de producción más limpia en el RESA La Esmeralda. Manizales (Caldas), basado en los resultados obtenidos en el RESA de antaras, Pasto (Nariño). Colombia, Universidad de Manizales.
3. Chávez M., (2012) Producción de biogás en rellenos sanitarios. México: ABB.
4. LGPGIR (Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos) 2014. Publicada en el Diario Oficial de la Federación el 8 de Octubre de 2003. Última reforma publicada en 6 de Junio de 2014.
5. Manual de biogás (2011). "Chile: Remoción de Barreras para la Electrificación Rural con Energías Renovables". Chile. FAO.
6. Méndez, N., Castillo R., Riancho E., Quintal M., et. al. (2008) Tratamiento fisicoquímico de los lixiviados de un relleno sanitario Ingeniería [Fecha de consulta: 21 de noviembre de 2014] Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46780213> ISSN 1665-529X
7. NOM-052-SEMARNAT-2005. Dirección General de Normas, Normas oficiales mexicanas y normas mexicanas. Características, procedimiento de identificación, clasificación y listados de los residuos peligrosos. Norma publicada en el Diario Oficial de la Federación el 23 de junio de 2006.
8. Robles M., F., (2008) Generación de biogás y lixiviados en los rellenos sanitarios. 2ª Edición. Instituto Politécnico Nacional.
9. Santos (2007) Potencial de producción eléctrica generado en un relleno sanitario. Ingeniería e Investigación Vol. 31. México.
10. SEMARNAT (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales) (2005) Consulta temática. (Documento Web, Último acceso: 3 de Noviembre, 2014) http://app1.semarnat.gob.mx/dgeia/informe_resumen/08_residuos/cap8.html
11. Serrano Camacho C. (2006), Alternativas de utilización de biogás de rellenos sanitarios en Colombia. Bogotá, Fundación Universitaria Iberoamericana.
12. Tchobanoglous G., Theisen H. & Vigil S. (1994). Gestión Integral de residuos Sólidos. España: McGrawHill-Interamericana.

Estudio de la estructura electrónica y reactividad de cúmulos de cobalto neutros y cationes, Co_n^q ($q=0,1$ y $n=4$), mezclados con NO y N_2O

Facio Muñoz J. G.¹, Tenorio Rangel F. J.² Rodríguez Zavala J. G.²

¹Posgrado en Ciencia y Tecnología, Centro Universitario de los Lagos, (aleman.iak@hotmail.com); ²Departamento de Ciencias Exactas y Tecnología, Centro Universitario de los Lagos, Universidad de Guadalajara. Enrique Díaz de León 1144 Col. Paseos de la Montaña. CP 47460. Lagos de Moreno, Jalisco. ftenorio@culagos.udg.mx, jgrz@culagos.udg.mx.

Resumen

Se conoce con el nombre de cúmulos a los sistemas finitos de átomos o moléculas con número de componentes entre dos y miles de ellos. Se consideran una especie intermedia entre el átomo y el sólido debido a que sus propiedades electrónicas y estructurales no corresponden con las de ninguno de estos puntos extremos, comportándose en función de su tamaño, además de que evolucionan hacia las propiedades del sólido o del *bulk*. Los cúmulos metálicos han sido estudiados tanto teórica como experimentalmente, analizando el comportamiento y evolución de las geometrías así como la reactividad de las especies involucradas. Este trabajo se centra en un estudio teórico, en el marco de la Teoría de Funcionales de la Densidad (TFD), al nivel *BPW91/6-311G* para investigar la estructura electrónica y reactividad tanto global como local de cúmulos de cobalto neutros y cationes de fórmula Co_n^q ($q=0,1$ y $n=4$), interaccionando con óxido nítrico (NO) y nitroso (N_2O). Se obtienen estructuras que corresponden a mínimos sobre la superficie de energía potencial de los sistemas Co_4 , Co_4^+ , Co_4NO , Co_4NO^+ , $\text{Co}_4\text{N}_2\text{O}$ y $\text{Co}_4\text{N}_2\text{O}^+$. Se compara satisfactoriamente la estructura del cúmulo de cobalto puro obtenida mediante este nivel de teoría con otra antes reportada. Existen reportes previos que sugieren que se realiza una quimisorción disociativa del NO y del N_2O , misma que se confirma mediante el cálculo de las energías de formación de los sistemas respectivos. La quimisorción molecular, la cual se sugiere como no estable, ocurre preferentemente por la interacción del átomo de nitrógeno con el cúmulo de cobalto, en lugar del oxígeno. Para todos los sistemas neutros se analizan los índices de reactividad global así como el poder descriptivo de las funciones de Fukui las cuales muestran zonas reactivas donde sería posible la interacción con más moléculas de NO y N_2O .

Introducción

Los cúmulos [1] consisten en agrupaciones de átomos o moléculas con composiciones bien definidas. Se han llevado a cabo estudios teóricos por TFD [2] para determinar las geometrías de cúmulos de diferentes composiciones, encontrando coincidencia con resultados obtenidos utilizando el modelo de *Jellium* [3]. De estos estudios se deduce que existe una oscilación en la estabilidad y las propiedades electrónicas de los cúmulos en función del número de átomos presentes. Entre las áreas de mayor interés para el estudio de cúmulos metálicos, se encuentra la reactividad de éstos en procesos de adsorción, fenómeno que se presenta particularmente en cúmulos de metales de transición. El cobalto, siendo uno de estos metales, posee características orbitales que han hecho posible que la comunidad científica se interese en la investigación de sus propiedades, principalmente en su poder catalítico en reacciones de rompimiento de moléculas, además de que los cúmulos de este metal muestran diversas propiedades magnéticas y electrónicas las cuales son dependientes de su tamaño y geometría [4][5]. Lo anterior ha sido el motivo de estudios tanto experimentales como teóricos con el fin de

esclarecer las estructuras y propiedades magnéticas. En particular, con métodos *ab initio* y TFD se ha investigado la interacción de NO con dímeros y trímeros de cobalto tanto neutros como cationes [6]. Se muestra que estos cúmulos presentan un interesante cambio en reactividad como función del tamaño. De manera experimental, Anderson y col. [7], emplean la técnica de *FT-ICR* para analizar la reacción de cúmulos de cobalto catiónico con NO y N₂O donde se sugiere que es posible la descomposición catalítica de estos óxidos de nitrógeno, aunque no se llega a elucidar la estructura de las especies resultantes. Estos y otros reportes han hecho de gran interés el estudio de cúmulos de cobalto ya que su poder catalítico sobre algunas moléculas le confiere una enorme importancia en el control de la producción de sustancias nocivas para el ser humano como lo son los óxidos de nitrógeno. En el presente trabajo se investiga la estructura electrónica y reactividad de cúmulos de cobalto de naturaleza neutral (Co_n) y catiónica (Co_n^+) para $n=4$, interaccionando con NO y N₂O analizando su estabilidad y comportamiento.

Metodología

Los cálculos realizados en este trabajo se encuentran dentro de la estructura de TFD donde se optimizan las geometrías de los sistemas mencionados. Tomando como punto de referencia lo reportado en la literatura [8][9][10], el funcional más adecuado para el estudio aquí presentado es el de intercambio y correlación BPW91[11][12] en combinación con la base 6-311G [13]. Mediante este nivel de teoría se obtuvieron las geometrías para los cúmulos ya mencionados con y sin interacción con NO y N₂O tanto de manera neutra como catiónica. A partir de las estructuras obtenidas se procedió a calcular los índices de reactividad [2] tales como: potencial químico, μ . Para incluir los procesos de donación y aceptación de carga, se tomaron en cuenta los índices equivalentes al potencial químico del donador, μ^- , y del aceptor, μ^+ , de electrones tal como lo propone Gázquez y col. [14]. Se calculó la dureza electrónica, η , así como el índice ω , es decir, la electrofilicidad, para cada uno de los sistemas neutros. El potencial de ionización, I , y la afinidad electrónica, A , también fueron calculados. Una de las maneras de cuantificar los índices de reactividad local es por medio de las Funciones de Fukui [2], es decir, el cálculo de los sitios o regiones del sistema susceptibles a ataques de naturaleza nucleofílica, $f^-(r)$, electrofílica, $f^+(r)$, y ante especies radicales, $f^0(r)$.

Resultados

Esta sección está organizada en cuatro subsecciones: sección A donde se describen las geometrías de los mínimos encontrados sobre la superficie de energía potencial. Sección B la cual muestra los resultados de los índices de reactividad global. En la sección C se describen los índices de reactividad local y finalmente la sección D que muestra los resultados para las energías de formación de los cúmulos de cobalto interaccionando con NO y N₂O tanto de manera neutra como catiónica.

A. Geometrías de los cúmulos: Co_4 , Co_4^+ , Co_4NO , Co_4NO^+ , Co_4N_2O y $Co_4N_2O^+$

Las geometrías obtenidas para los cúmulos de cobalto constituidos por cuatro átomos tanto de manera neutra como catiónica, con y sin interacción con NO y N₂O se presentan en la Figura 1 donde se muestran las distancias de enlace entre todos y cada uno de los átomos del sistema medidos en angstroms (Å). La estructura más favorecida energéticamente con multiplicidad de 11 para el cúmulo neutro Co_4 y de 8 para el cúmulo catiónico, con geometría tetraédrica para ambas estructuras lo que coincide con lo reportado previamente [15] para el caso neutro. La estructura de menor energía para la composición Co_4NO resulta ser aquella donde no hay enlace evidente entre N y O. Esto sugiere que la interacción se da por quimisorción disociativa. En ambos casos, neutro y catión (multiplicidad 8 y 7, respectivamente) los átomos de N y O forman puentes entre los vértices del tetraedro que ocupan los átomos de Co. El sistema Co_4N_2O resultó tener como estructura de menor energía para el neutro, a los átomos de N y de O formando puentes entre los átomos vértices del tetraedro ocupados por Co con una multiplicidad de 5. Para el catión, la estructura de menor energía sugiere que el cúmulo de Co_4O^+ se uniría a una molécula de N₂ presentando una multiplicidad de espín de octuplete.

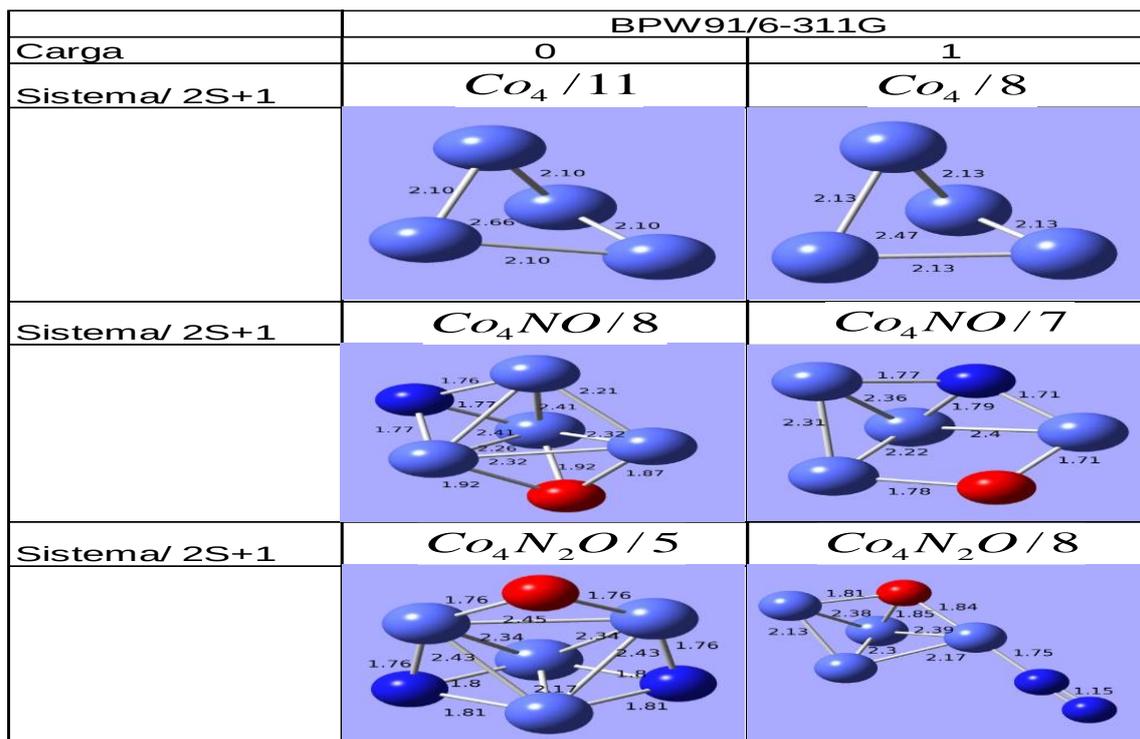


Figura 1. Estructuras de mínimos de energía para sistemas neutros y catiónicos de cuatro átomos de cobalto puros e interaccionando con óxido nítrico y óxido nitroso obtenidas por Gaussian 09 [17] con el funcional BPW91[11][12] y la base 6-311G[13].

B. Índices de reactividad global de los cúmulos: Co₄, Co₄NO y Co₄N₂O

En la Tabla 1 se muestran los valores de los índices de reactividad global para los cúmulos de cobalto de cuatro átomos puros e interaccionando con NO y N₂O de manera neutra.

Sistema	<i>I</i>	<i>A</i>	μ	μ^-	μ^+	η	ω
Co ₄	6.12	0.12	-3.12	-4.62	-1.62	3.00	1.62
Co ₄ NO	5.69	0.62	-3.15	-4.42	-1.89	2.54	1.96
Co ₄ N ₂ O	6.79	1.27	-4.03	-5.41	-2.65	2.76	2.94

Tabla 1. Potencial de ionización (*I*), afinidad electrónica (*A*), Potencial químico (μ), Potencial químico donador (μ^-), Potencial químico aceptor (μ^+), Dureza química (η) e Índice de electrofilicidad (ω) para los cúmulos de cuatro átomos de cobalto puros e interaccionando con óxidos de nitrógeno. Energía dada en electrón-Volts (eV).

Se ve una clara disminución para el potencial de ionización cuando el Co₄ interacciona con el NO, pero cuando el cúmulo puro interacciona con el N₂O, es notable un aumento de éste índice de reactividad, tomando como punto de referencia al Co₄. Con respecto a la afinidad electrónica, resulta que el Co₄ es la estructura que recibirá más fácilmente densidad de carga. Se observa también que el valor de la afinidad electrónica va aumentando conforme se hace reaccionar con los óxidos de nitrógeno. En cuanto al potencial químico, el cúmulo puro es el más susceptible a ceder electrones. De acuerdo a la respuesta del sistema a la donación de carga, el sistema Co₄NO se comporta con el mejor potencial de donación de carga. Por otro lado, para el caso del potencial de aceptación de carga, el cúmulo que presenta un mejor comportamiento al respecto es cuando se encuentra aislado. De acuerdo al Principio de Máxima Dureza [16], el sistema que presenta mayor dureza es el Co₄, de donde se aprecia que la interacción con NO y N₂O lo “ablandan”, teniendo como efecto evidente la distorsión de la geometría original. Se observa que el menor valor de índice de electrofilicidad corresponde al cúmulo puro resultando ser el sistema más estable de los tres sistemas analizados.

C. Índices de reactividad local de los cúmulos: Co₄, Co₄NO y Co₄N₂O

En la Figura 2 se presentan los resultados obtenidos para las funciones de Fukui de los cúmulos de Co₄, Co₄NO y Co₄N₂O. Las zonas moradas en cada una de las figuras definen las regiones susceptibles a la reactividad del cúmulo ante ataques de tipo nucleofílico, electrofílico

y el ataque ante una especie radical. Con respecto a Co_4 , se observa que las zonas que definen el ataque nucleofílico están ubicadas sobre los cuatro átomos de cobalto, sin embargo para esta misma reactividad, en el sistema Co_4NO se observa que el átomo de cobalto 1 es el que presenta mayor reactividad de esta naturaleza, al parecer su cercanía con los átomos de nitrógeno y oxígeno incrementa su susceptibilidad a recibir densidad de carga. La composición Co_4N_2O muestra que el ataque nucleofílico es igual de probable en los cuatro átomos de cobalto. El ataque electrofílico se realiza sobre zonas de áreas muy reducidas sobre los átomos 1 y 3 para los sistemas Co_4 y Co_4NO . Sin embargo cuando el Co_4 interacciona con el N_2O pareciera que la susceptibilidad a ceder electrones está ubicada en la misma proporción en los cuatro átomos de Co, además de que se muestra que los átomos de nitrógeno presentan también zonas disponibles para ceder densidad de carga. En referencia al ataque ante radicales, se observa que el cúmulo de Co_4 presenta mayor reactividad en los átomos 2 y 4. Para esta reactividad en el Co_4NO los átomos de cobalto 1 y 3 resultan ser los más susceptibles. Sin embargo para el Co_4N_2O los átomos 2 y 4 presentan áreas de mayor reactividad.

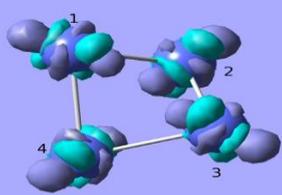
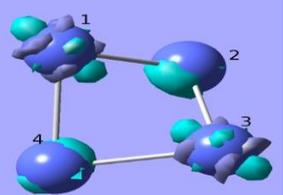
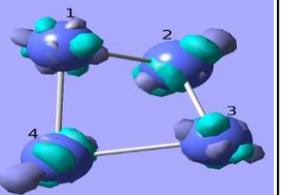
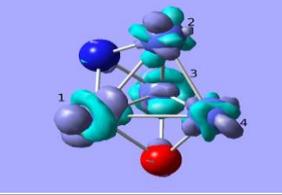
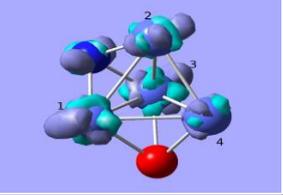
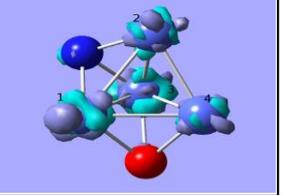
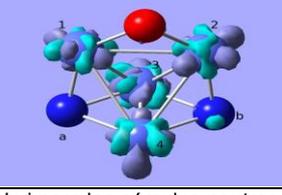
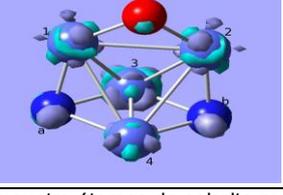
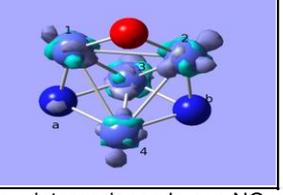
Sistema	Funciones de Fukui		
	Ataque nucleofílico $f^+(\vec{r})$	Ataque electrofílico $f^-(\vec{r})$	Ataque ante radical $f^0(\vec{r})$
Co_4			
Co_4NO			
Co_4N_2O			

Figura 2. Funciones de Fukui para los cúmulos neutros de cuatro átomos de cobalto puros e interaccionando con NO y N_2O . Reactividad hacia un ataque nucleofílico, $f^+(\vec{r})$ ataque electrofílico, $f^-(\vec{r})$ y ante radicales, $f^0(\vec{r})$, (el isovalor utilizado en la representación es de 0.004).

D. Energías de formación de los cúmulos: Co_4NO , Co_4NO^+ , Co_4N_2O y $Co_4N_2O^+$

Con el fin de confirmar la interacción entre el cúmulo Co_4 neutro y catión con las moléculas del NO y N_2O , se calcularon las energías de formación (ΔE_f^q) de estos sistemas. La Tabla 2 muestra los resultados para los sistemas Co_4NO , Co_4NO^+ , Co_4N_2O y $Co_4N_2O^+$ cuyas energías fueron calculadas de acuerdo a la Ecuación 1.

$$\Delta E_f^q = E(Co_n N_m O^q) - [E(Co_n^q) + E(N_m O)] \quad (n=4, m=1,2, q=0,1) \quad (1)$$

Los resultados muestran que en ambos cúmulos (neutro y catión) para el Co_4NO , las energías de formación resultan ser negativas, siendo aún mayor para el estado catiónico. Para el cúmulo Co_4N_2O , tanto para el caso neutro como el catión, nuevamente las energías de formación son negativas excepto que ahora el estado neutro presenta la mayor energía de formación con respecto al estado catiónico. Esto significa que en la quimisorción de ambos óxidos se produce una liberación de energía favoreciendo así la formación de productos. Por tanto se confirma la interacción entre el cúmulo de cobalto y las moléculas de NO y N_2O .

Cúmulo	ΔE_f^q
Co ₄ NO	-126.57/-5.49
Co ₄ NO ⁺	-136.34/-5.91
Co ₄ N ₂ O	-150.15/-6.51
Co ₄ N ₂ O ⁺	-134.73/-5.84

Tabla 2. Energías de formación (ΔE_f^q) de los sistemas: Co₄NO, Co₄NO⁺, Co₄N₂O y Co₄N₂O⁺. Energía dada en Kilocalorías/mol (Kcal/mol) y electro ΔE_f^q (eV) respectivamente.

Conclusiones

Los resultados alcanzados permiten arribar a las siguientes conclusiones:

- Un estudio de ésta naturaleza permite demostrar el poder analítico de los métodos de cálculo utilizados ya que la geometría obtenida para el sistema puro y neutro coincide con lo reportado.
- Se destaca la quimisorción disociativa del NO y N₂O sobre este tamaño de cúmulo de Co.
- Esta interacción fue confirmada mediante el cálculo de las energías de formación cuyos resultados indican que se favorece la formación de estos sistemas.
- Los resultados de los índices de reactividad global indican que el cúmulo puro es el que presenta la menor afinidad electrónica y el mayor potencial químico. Además, este cúmulo es el que presenta la mayor dureza química así como el que presenta la mayor estabilidad de acuerdo al índice de electrofilicidad.
- Las funciones de Fukui de estos cúmulos de Co muestran zonas reactivas donde sería posible la interacción con más moléculas de NO y N₂O.

Agradecimiento de J.G.F.M. a CONACYT por la beca de posgrado número 502772 y al Centro Universitario de Los Lagos, Universidad de Guadalajara.

Referencias

- [1] Cotton, F. A. *Inorg. Chem.* 1964, 3, 1217-1220.
- [2] G. Parr Robert, Yang Weitao, *Density-Functional Theory of Atoms and Molecules*, Oxford University, New York, 1994.
- [3] Levine Ira N., *Química Cuántica*, Prentice Hall, Madrid España, 2001.
- [4] Rodriguez Lopez J.L., Aguilera Granja F., Michaelian K., Vega A. *Phys. Rev. B*, 2003, 67, 174413
- [5] Zhan L., Y. Chen J. Z., Luis W. K., Lai S. K., *J. Chem. Phys.* 2005, 122, 244707.
- [6] Martínez A, Jamorski C., Medina G., Salahub D. R. *J. Phys. Chem. A*, 1998, 102, 4643.
- [7] Anderson M L., Lacz A, Drewello T, Derrick P J., Woodruff D. P, Mackenzie S R., *J. Chem. Phys.* 2009, 130 064305
- [8] Morse M. D., *Chem. Rev.* 1986, 86, 1049
- [9] Kant A. Strauss B., *J Chem. Phys.*, 1964, 41, 3806.
- [10] Gutsev G. L., Bauschlicher C. W., *J. Phys. Chem. A*. 2003, 107, 7013.
- [11] Becke A. D., *J. Phys. Rev. A* 1988, 38, 3098.
- [12] Perdew J. P., Wang Y., *Phys. Rev. B*. 1991, 43, 8911.
- [13] Krishnan R., Binkly J. S., Seeger R., People J., *J. Chem. Phys.* 1980, 72 650.
- [14] Gázquez José L., Cedillo A., Vela A., *J. Phys. Chem. A* 2007, 111, 1966-1970
- [15] Zhan L., Y. Chen J. Z., Luis W. K., Lai S. K., *J. Chem. Phys.* 2005, 122, 244707.
- [16] Pearson R. G., *J. Chem Edu.*, 1987, 64, 561.
- [17] Frisch M.J. et al, *Gaussian09*, Gaussian, Inc., Wallingford CT, 2009.

Oscilación, Colisión y Alcances Máximos

G. Del Valle, M. G. Hernández Morales, R. Espíndola-Heredia, D. Muciño, G. Gallardo.

Departamento de Ciencias Básicas, Área de Física Atómica y Molecular, Universidad Autónoma Metropolitana, Azcapotzalco, Laboratorio de Investigación en Dinámica Rotacional Edificio G-103, Av. San Pablo 180, Azcapotzalco., México D. F.

RESUMEN

En este trabajo se estudia en forma analítica y experimental, la colisión entre dos cuerpos de masa m_1 y m_2 , el primer cuerpo se encuentra efectuando un movimiento oscilatorio, como el de un péndulo simple, el segundo cuerpo se encuentra en reposo. Los objetos de estudio se colocaron de forma tal que hubiera colisión del primer cuerpo sobre el segundo, para determinar la altura máxima a la que llega el cuerpo de masa m_2 , así como la distancia horizontal (alcance máximo) que se obtiene por efecto de la colisión. Se plantean las ecuaciones de movimiento para ambos cuerpos y se resuelven variando las condiciones iniciales, además de colocar distintos tipos de esferas; obteniéndose así, alcances y alturas diferentes.

1. INTRODUCCIÓN

En cursos básicos de mecánica clásica, se suelen estudiar temas como colisiones elásticas, inelásticas, así como la conservación de la energía y el momento lineal que, entre otros temas, se hace mucho hincapié en el estudio de choques elásticos que analizaremos en este trabajo.

El propósito de esta propuesta experimental se basa en estudiar estos temas desde un punto de vista sistemático, es decir, en aplicar los conceptos y analizarlos de principio a fin del fenómeno físico desarrollado, por lo tanto se hablará de las colisiones de pelotas rígidas, como puede ser una pelota de ping-pong, goma y otros como balines de hierro y latón, las cuales están chocando entre sí, las masas de hierro se colocan en el péndulo y las masas de latón, goma y celuloide (ping-pong) en un soporte en el cual se encuentran en reposo. En términos generales, consideraríamos que tales colisiones son colisiones completamente elásticas, esto es, de acuerdo a la teoría se conservará tanto el momento lineal o cantidad de movimiento como la energía mecánica total.

2. TEORÍA

Si bien esta dicho la mayor parte de los fenómenos que nos podemos encontrar en la vida cotidiana podríamos describirlos de una manera detallada, sin embargo en ocasiones es posible poder definir con expresiones simples que podemos encontrar en literatura básica de física sin necesidad de tener amplios conocimientos.

Ahora bien, para poder describir el movimiento de dos masa m_A y m_B , en donde m_B esta en reposo y la masa m_A está en movimiento debido a que se encuentra de tal manera que está efectuando un movimiento armónico simple, como se muestra en la Figura 1, el movimiento efectuado por la partícula m_A que está en movimiento se impactará durante su trayectoria con el cuerpo de masa m_A .

por efecto de la colisión el cuerpo de masa m_A con m_B el cuerpo que inicialmente está en reposo saldrá disparado, entonces es después del choque que nos interesara hacer el análisis pues por efecto del choque el cuerpo de masa m_B podrá tener un alcance máximo sobre el eje de las x . Entonces lograr obtener el máximo alcance de la masa m_B después del choque entre ambas masas.

Para poder analizar el movimiento de las partículas será necesario plantear las ecuaciones necesarias, sin embargo debido a la trayectoria que describirán las partículas será necesario dividir el movimiento en tres puntos A, B y C como se muestra en la figura 1, planteado las ecuaciones de movimiento tantas como sean necesarias de punto a punto.

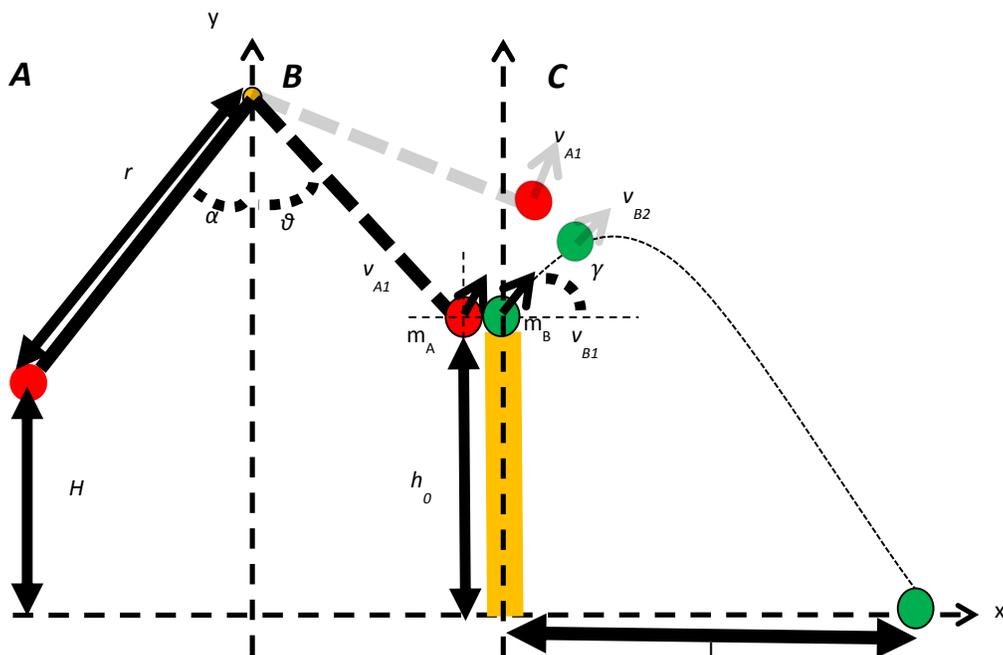


Figura 1. diagrama del arreglo usado en la parte experimental

En principio plantearemos las ecuaciones de movimiento del punto A al punto B, en donde se describe un movimiento oscilatorio representado por un péndulo físico, para poder describir este movimiento haremos uso de la ley de conservación de la energía descrita por:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (1)$$

Esta ecuación queda en términos de las variables que se muestran en la figura 1 para la conservación de la energía cinética y a energía potencial como se muestra a continuación

$$m_A g H = m_A g h_0 + \frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 \quad (2)$$

Las cuales están presentes durante la trayectoria de la partícula, ahora bien dejando la ecuación (2) en términos de α y θ la ecuación (2) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$-m_A g r \cos \alpha = -m_A g r \cos \theta + \frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 \quad (3)$$

De donde podremos obtener la velocidad al momento de impactarse con la masa m_B que inicialmente está en reposo

$$v_{A1} = \sqrt{2gr(\cos \theta - \cos \alpha)} \quad (4)$$

Ahora bien en el punto B podremos hacer el análisis mediante la conservación de la energía cinética y la conservación del momento lineal en el momento en que se efectúa un choque totalmente elástico entre la masa m_A al impactarse con la masa m_B , otra gran consideración que de hecho es la base para que los cálculos no sean tan complicados. Para esto plantearemos la conservación del momento lineal

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2} \quad (5)$$

Para este caso en particular $v_{B1} = 0$, ahora bien para la conservación de la energía cinética se tiene o siguiente

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2 \quad (6)$$

Sin embargo para poder obtener las velocidades de la masa m_A y m_B después del impacto se hará un análisis de la conservación de la energía y de la conservación del momento lineal en sus componentes x y y quedando de la siguiente manera

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x} \quad (7)$$

$$m_A v_{A1y} = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y} \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1x}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2x}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2x}^2 \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1y}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2y}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2y}^2 \quad (10)$$

De lo que podremos obtener las siguientes expresiones para las velocidades en términos de las masas:

$$v_{B2x} = v_{A1x} + v_{A2x} \quad (11)$$

$$v_{B2y} = v_{A1y} + v_{A2y} \quad (12)$$

$$v_{A2x} = v_{A1x} \left(\frac{m_A - m_B}{m_B + m_A} \right) \quad (13)$$

$$v_{A2y} = v_{A1y} \left(\frac{m_A - m_B}{m_B + m_A} \right) \quad (14)$$

Ahora bien hasta el momento solo hemos analizado del punto A al punto B y el choque en el punto B, sin embargo no ha terminado el análisis ya que el objetivo es poder encontrar el alcance máximo de la masa m_B después del impacto por lo que ahora tendremos que analizar el movimiento de dicha

masa después de que es impactada por la masa m_A . El movimiento descrito tras el impacto obedece las ecuaciones de tiro parabólico que en términos de las variables planteadas para este movimiento quedando de la siguiente manera del punto B al punto C de la figura 1.

$$L = r \operatorname{sen} \theta + v_{B2x} \operatorname{cos} \gamma t_f \quad (15)$$

$$0 = h_0 + r(1 - \operatorname{cos} \theta) + v_{B2y} \operatorname{sen} \gamma t_f - \frac{g}{2} t_f^2 \quad (16)$$

Y de (16) despejamos t_f y sustituimos en (15) podremos obtener la siguiente relación para el alcance máximo de la masa m_B después del impacto.

$$L = r \operatorname{sen} \theta + v_{B2x} \operatorname{cos} \gamma \left(v_{B2y} \operatorname{sen} \gamma + \sqrt{\frac{(v_{B2y} \operatorname{sen} \gamma)^2}{g^2} + \frac{(2g)(h_0 + r(1 - \operatorname{cos} \theta))}{g^2}} \right) \quad (17)$$

(17) sería el alcance máximo alcanzado por la masa m_B después del choque.

3. PARTE EXPERIMENTAL

Lo realizado en la parte experimental corresponde en gran parte a el arreglo mostrado en las figuras 1 y 2 de las cuales el arreglo consta de un péndulo físico sujeto a un motor el cual lo hace oscilar con una frecuencia dada por el usuario a través de una interface en un software computacional de Pasco® llamado "Pasco Capstone" el cual nos ayuda a regular este mecanismo de oscilación del péndulo físico, además un soporte donde se colocan las masas que se encuentran en reposo y que posteriormente entra en colisión con la masa sujeta en el péndulo físico mediante una bobina, la cual genera un campo magnético y logra sostener las esferas metálicas.

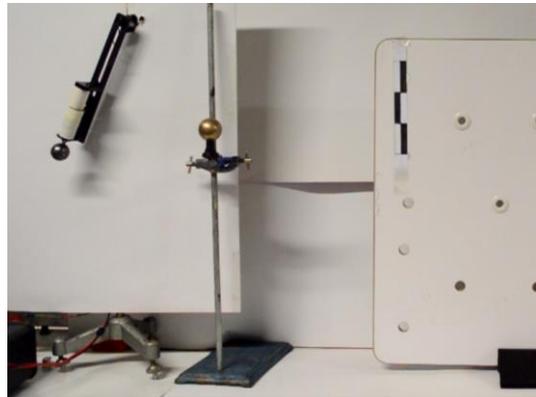


Figura 2. Arreglo experimental montado para medir el alcance máximo

Al realizar los distintos experimentos utilizando el arreglo anterior, experimentando con las distintas masas y tomando los datos más representativos después de realizar los experimentos (tomados de

Tracker¹, análisis de video) las cuales nos entregan los datos (Tabla 1 y Grafica 1), que en este caso queríamos encontrar, después de sufrir un choque totalmente elástico con un objeto de distinta masa.

	A(X)	B(Y)
Long Name	Masa B	posicion
Units	s	m
Comments	tiempo	posicion(X)
1	0.3003	5.84127E-4
2	0.31868	0.00329
3	0.33687	0.00629
4	0.35035	0.00912
5	0.36703	0.01153
6	0.38372	0.01435
7	0.4004	0.0173
8	0.41708	0.02024
9	0.43377	0.02306
10	0.45045	0.02612
11	0.46713	0.02877
12	0.48382	0.03166
13	0.5005	0.03478
14	0.51718	0.03778
15	0.53387	0.04078
16	0.55055	0.0439
17	0.56723	0.04713
18	0.58392	0.05002
19	0.6006	0.05331
20	0.61728	0.05614
21	0.63397	0.05932
22	0.65065	0.06232
23	0.66733	0.06514
24	--	--
25		
26		

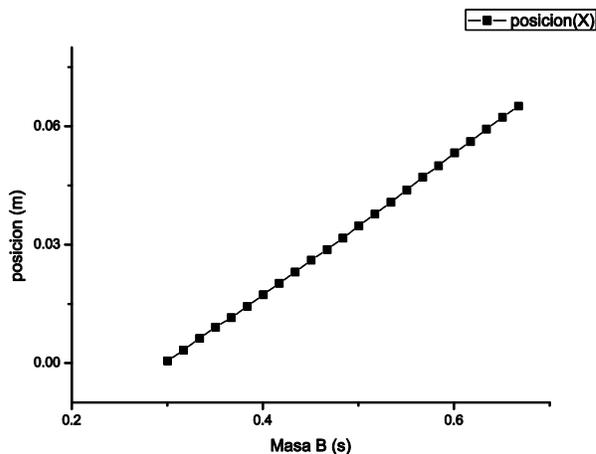


Tabla 1. Datos obtenidos experimentalmente. Grafica 1. Muestra la longitud experimental máxima alcanzada

Continuando con experimentos logramos darnos cuenta de varias implicaciones en el modelo, como lo son: el mal posicionamiento de la masa m_A afecta directamente sobre la trayectoria de la masa m_B así mismo al hacer la toma de videos de los experimentos debe tenerse mucho cuidado en no mover las referencias ya que esto también influye en los choques.

Por otro lado es importante las consideraciones teóricas y conocer los conceptos básicos de choques elásticos, pues ello no solo nos ayuda en la comprensión de cómo se realizan los choques, sino además comprendemos de una mejor manera como se efectúan este tipo de colisiones y que tanto difiere la teoría de la parte experimental.

4. CONCLUSIONES

Podemos decir que después de haber realizado el análisis tanto teórico como experimental de este sistema, logramos tener alcances máximos para colisiones elásticas entre dos cuerpos de distintas masas. Así logramos involucrarnos con conceptos como los ya mencionados y al mismo tiempo estos conceptos se vuelven más claros, pues los choques elásticos, así como otros conceptos de mecánica clásica que en apariencia son sencillos, involucran este tipo de experimentos por demás interesantes y divertidos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Tracker, Video Analysis and Modeling Tool, consultado el día 24 de marzo de 2015: <https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>
- [2] SEARS, ZEMANSKY, YOUNG, FREEDMAN: " Física Universitaria", Vol. I, 12a Ed Pearson, 2009, pp 247-273
- [3] FÍSICA TIPLER/ MOSCA 1. PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA VOL. I
- [4] Mecánica, Berkeley Physics Course Volumen 1, pp 181-207
- [5] "How far can Tarzan jump?", Hiroyuki Shima, Eur. J. Phys. 33 (2012) 1687–1693

¹ Software Libre [1].

Pasado y presente de una estrella

Alberto Jiménez Gutiérrez, Daniela Hernández Altamirano, Elizabeth Juan Francisco,
Carlos Iván Velázquez Rojo, Jesus Aldair Cid Dávila

Preparatoria 2 de octubre de 1968. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. email:
pablenko@outlook.com

RESUMEN

Estudiando la nebulosa de Lira, podemos imaginar el pasado de una nebulosa, podemos entender el colapso inevitable de lo que fue una estrella gigante desde el punto de vista del límite de masas de Chandrasekhar y reconfigurar su historia como remanente de la explosión de una supernova. A manera de divulgación este trabajo pretende reconstruir la historia de la muerte de una estrella y entender su clasificación cuando mueren. Este trabajo es elaborado por estudiantes del club de ciencias de la preparatoria 2 de octubre de 1968 de la BUAP. Nuestra motivación es parte de esfuerzo del club de ciencias del nivel medio superior de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

1. El rol de la gravedad

El punto de vista más general aceptado por los físicos hasta el momento, es que uno puede dividir la discusión acerca del universo en dos partes. La primera es la cuestión de que las leyes locales se satisfacen en distintos campos de la física, usualmente expresadas en forma de ecuaciones diferenciales. En la segunda, está el problema de las condiciones de frontera para estas ecuaciones y la naturaleza global de sus soluciones. Esta parte abarca, en cierto sentido la cuestión de los límites del espacio-tiempo. Ambas partes podrían no ser independientes. De hecho se ha sostenido que las leyes locales están determinadas por la estructura a gran escala del universo.¹ Al respecto, adoptaremos un enfoque menos ambicioso: tomaremos las leyes físicas que han sido determinadas experimentalmente, y veremos lo que estas leyes implican acerca de la estructura a gran escala del universo. Resulta evidente que hay una gran extrapolación en suponer que las leyes físicas que uno determina en laboratorio, debieran aplicarse a otros puntos del espacio-tiempo donde las condiciones pueden ser muy diferentes. Si estas leyes fallaran, debieramos considerar la existencia de otros campos físicos que contienen estas leyes locales, pero cuya existencia todavía no se ha detectado en los experimentos, debido a que variarían muy poco en un región tan pequeña como nuestro sistema solar. De hecho, la mayoría de los resultados debieran ser independientes de la naturaleza específica de las leyes de la física, más bien implicarían ciertas propiedades generales, tales como la descripción del espacio-tiempo descritas por la geometría pseudo-Riemanniana del espacio-tiempo.

Las interacciones fundamentales en la actualidad que conoce la física se puede dividir en cuatro clases: las interacciones nucleares fuerte y débil, el electromagnetismo y la gravedad. De estas, la gravedad es por mucho la más débil (la relación entre la fuerza gravitacional en comparación con la fuerza eléctrica en un átomo de hidrógeno es del orden de $\sim 10^{-40}$). Sin embargo, ésta juega un papel dominante en la conformación de la estructura a gran escala del universo. Esto es debido a que las interacciones fuerte y débil tienen un rango de corto alcance ($\sim 10^{-13}$ cm o menos), y aunque el electromagnetismo es una interacción de largo alcance, la repulsión de cargas es muy equilibrada casi idéntica, por lo que respeta a las masas de dimensiones macroscópicas, debido a la atracción de cargas opuestas. La gravedad por otro lado parece ser siempre atractiva. Así, el campo gravitacional de todas las partículas que conforman un cuerpo macroscópico, produce un campo que domina sobre todas las demás fuerzas.

¹Esta visión, es generalmente asociada a Mach, y recientemente ha sido desarrollada por Dirac (1938), Sciama(1953), Dicke(1964), Hoyle, Narlikar(1964) y otros

2. Cuerpos oscuros de Laplace

La gravedad no solo es una fuerza dominante a grán escala, sino que es una fuerza que afecta a cada partícula de la misma forma. Esta universalidad fue reconocida por primera vez por Galileo, quién encontró que cualquiera dos objetos caen a la misma velocidad. También se ha observado que la luz es desviada por campos gravitacionales. Debido a que las señales no pueden viajar más rápido que la luz, la gravedad entonces determina la estructura causal del universo, es decir, determina aquellos acontecimientos del espacio-tiempo que pueden estar relacionados causalmente entre sí.

Estas propiedades de la gravedad conducen a severos problemas, si para una cantidad lo suficientemente grande de materia se concentra en una región, ésta, podría desviar luz de la región lo suficiente que, de hecho, resulta ser arrastrada hacia adentro. Esta situación fué planteada en 1798 por Laplace quién apuntó que un cuerpo de una densidad similar a la del sol, pero 250 veces su radio deberá ejercer un campo gravitacional tan fuerte que la luz no puede escapar de su superficie, Esto resulta tan impresionante que regresaremos a él en el apéndice.

Uno puede expresar el arrastre de luz por un cuerpo masivo más precisamente usando la idea de Penrose de superficies cerradas atrapadas. Consideremos una esfera de radio \mathcal{T} que rodea. Al mismo instante \mathcal{T} emite un flash de luz. Un instante de tiempo t después, los frentes de onda entrante y saliente \mathcal{T} forman dos esferas de radio \mathcal{T}_1 y \mathcal{T}_2 respectivamente. En una situación normal, el área de \mathcal{T}_1 debe ser menor que \mathcal{T} pues \mathcal{T}_1 representa el área entrante y al área de \mathcal{T}_2 , más grande que la \mathcal{T} . Si embargo, si una cantidad muy grande de materia se encierra dentro de \mathcal{T} , las áreas de \mathcal{T}_1 y \mathcal{T}_2 deben ser menores que las de \mathcal{T} . La superficie de \mathcal{T} se dice que debe ser una superficie atrapada. Conforme t incrementa, el área de \mathcal{T}_2 se hace más y más pequeña manteniendo a la gravedad atractiva, es decir siempre que la densidad de energía de la materia no se convierta en negativa. Ya que la materia al interior de la esfera \mathcal{T} no puede viajar más rápido que la luz, debe ser atrapada dentro de una región cuya frontera decrece dentro de un tiempo finito. Esto sugiere que algo va muy mal. En realidad muestra que en esta situación, una singularidad espacio-temporal debe ocurrir, para ciertas condiciones razonables.

3. Nebulosas

Las nebulosas planetarias son objetos que representan la muerte de estrellas con una masa similar a la de nuestro Sol. Aunque previamente Messier había observado cuatro (M27, M57, M76 y M97), el término nebulosa pla-

netaria fué propuesto por Willian Herschell tras observar objetos como los catalogados NGC7662, NGC3242 o NGC7009. Estas nebulosas aparecen como discos borrosos de luz similares al planeta Urano descubierta por él. Por esta razón se llamaron Nebulosas Planetarias. Sin embargo, reconocer su verdadera naturaleza, no fue fácil.

Al principio, se pensó (al igual que las galaxias) que podrían ser cúmulos de estrellas tan lejanos que no podrían ser resueltos con los telescopios de entonces. No obstante, dos acontecimientos empezaron a cambiar esta idea. Primero que se empezaron a descubrir planetarias donde se veía la estrella del centro. La visión por parte de Herschell en 1790 del NGC1514 que tiene una estrella central muy brillante, le convencieron de que eran nubes de gas o polvo aunque él pensó que eran estrellas que se estaban formando absorbiendo este material a su rededor y no la muerte de estrellas.



Figura 1: NGC 1514, imagen del DSS.

Otro de los hechos fue la utilización del espectroscopio (y la fotografía). El primer objeto analizado fue NGC6543 por Huggins en 1864. Constituyó una auténtica sorpresa el “espectro peculiar ”que presentaba. Como se entendía para una emisión proveniente de un gas, los espectros consisten en líneas de emisión pero entre el 90-95 % de su luz está concentrada en una única banda, de 5007 Å, en la parte verde del espectro. Esta circunstancia hace que estos objetos sean más brillantes visualmente que fotográficamente, ya la máxima sensibilidad del ojo humano está muy cerca de la emisión de estos objetos.

Pero a todo esto, ¿cómo se forma una nebulosa planetaria?. En el interior del Sol se produce la fusión nuclear, método para extraer energía del hidrógeno. Actualmente, un 78 % de la masa del Sol es hidrógeno. No obstante, la fusión nuclear genera un residuo, el helio. Nuestro Sol se halla a mitad camino de su vida, pues aún tiene hidrógeno para funcionar al menos 4.000 millones de años más. De esta manera, cuando se acabe el hidrógeno las capas internas de nuestra estrella empezarán a caer hacia el centro.

Actualmente, el Sol es estable porque en realidad la fusión es como una gigantesca bomba de hidrógeno continuamente explotando. Si no hubiera nada que la parara, el Sol se expandiría y se destruiría. Ese algo es la propia gravedad del sol que retienen las capas, esto permite un equilibrio estable. Pero cuando se acabe el hidrógeno también se romperá ese equilibrio, las capas internas empezarán a caer sobre sí mismas, al contraerse aumentará la temperatura del núcleo, que se volverá a encender, pero ahora su combustible será helio. El curso de estas transformaciones internas, la gran energía liberada hará que las capas del sol se expandan y se convierta en una gigante roja que, al parecer, ocupará un tamaño superior al de la órbita de la tierra; tragándose, lógicamente, todo lo que encuentre a su paso.

El Sol pasará por esta fase de contracción y expansión durante varias ocasiones, dependiendo del límite de masas de Chandrasekhar, dando lugar a una estrella variable. Esto también provoca que el llamado “viento solar” aumente su fuerza cientos de veces. Cuando se llega a un determinado tamaño fuerza de este viento, la gravedad del núcleo no es lo bastante fuerte como para retener todas esas capas extendidas y éstas se pierden en el espacio formando una nebulosa planetaria. Se estima que una estrella pierde la mitad de su masa al perder esas capas que continúan expandiéndose en el espacio hasta que se difuminan. Se cree que cada año, entre todas las nebulosas planetarias, arrojan al espacio unas 5 masas solares de material que luego puede servir para formar nuevas estrellas.

Pero ¿por qué vemos las nebulosas?, ¿por qué brillan? La respuesta está en el centro de la planetaria, en lo que ha quedado del núcleo de la estrella. Al caer sobre ella tanto material, ésta se comprime hasta alcanzar un tamaño similar al de la tierra, se recalienta mucho y su densidad, aumenta enormemente (1 tonelada en el espacio de una cuchara), es una enana blanca. Mientras que la temperatura actual del núcleo del Sol es de unos 15 millones de grados, la temperatura de una enana blanca es de 25 millones de grados. Estas altas temperaturas y las radiaciones emitidas por ésta “estrella” hace que los átomos de hidrógeno y otros gases brillen. Cada gas brilla en una longitud de onda determinada (el más conocido es el hidrógeno, que brilla con luz roja o de oxígeno, con luz verdosa) dando lugar a los colores que vemos. Hay que pensar que aproximadamente el 95 % de las estrellas

de nuestra galaxia acabarán sus días en forma de nebulosas planetarias (el otro 5 % son estrellas más masivas que acabarán en forma de supernova, por esto hay tan pocas en una galaxia) por ello estudiarlas nos muestra el futuro de nuestro sistema solar. Vista desde la Tierra la muerte del Sol ciertamente no será nada agradable. Una gigantesca bola roja hará que la temperatura aumente cientos de grados , los océanos hervirán y la atmósfera desaparecerá. Parece que al final la tierra no será engullida por el sol ya que en la fase de la gigante roja la atracción del Sol disminuirá lo que permitirá a la tierra alejarse algo en el espacio. Pero, aunque no sea tragada, el calor de la gigante roja hará que toda materia viva desaparesca igual. La enana blanca será vista desde la tierra como un punto no mayor que venus, pero cien veces más brillante que el Sol ahora y con una luz de color blanco azulada indicando su enorme temperatura. El cielo parecerá estar en llamas por el brillo de los gases expulsados por el Sol. Este fabuloso espectáculo durará unos mil años, hasta que los gases se difundiran más en el espacio. Como es lógico la densidad de estos gases será muy baja, de unos cien átomos por cm^3 , aunque depende de su edad y, por lo tanto, de lo difundidos que estén los gases.

La vida de una nebulosas planetaria no es muy larga, se estima que sólo se mantiene visible durante unos 10 mil años, pasádo este tiempo las capas externas se expanden tanto que las radiaciones de la enana blanca apenas les alcanza y por ello no brillán. También estas enanas van debilitándose, hasta quedar completamente apagadas (una enana negra, aunque nuestra galaxia no es lo bastante vieja como para que contenga muchas). Por esta razon, apenas se conocen unas 1500 en toda nuestra galaxia, aunque segun algunos teóricos, podrian haber 10000 escondidas entre el polvo y el gas de nuestra galaxia. Como duran poco y su velocidad de expansion no es muy alta, alcanzan un tamaño real "pequeño", en general, menos de un año luz. Con fotos de gran exposicion en telescopios grandes, se ha visto que gran parte de ellas tiene halos debiles rodeando la nebulosa principal. Esto es debido a las sucesivas expansiones y contracciones cuando esta en la fase de gigante roja, que tambien llega a perder algo de material. A veces, este material externo puede colicionar con el medio espacial y dar lugar a consentraciones y a brillantamiento.

La forma de las nebulosas planetarias no siempre es un circulo perfecto al rededor de la enana blanca. Al parecer influye, a parte del angulo en que la vemos, como ha sido la fase final de su vida. Hay ocasiones que la estrella tiene fuertes vientos polares causados por interacciones con la materia alrededor o por la presencia de estrellas compañeras que disorsionan las formas.

4. Clasificación de las ECNP

En la población de ECNP observada pueden distinguirse algunas clases espectrales tales como O, Of, sdO, WR, Of-WR (Lutz 1978). Desde el punto de vista evolutivo de estas estrellas, la subclasificación más importante es, sin embargo, aquella deducida del análisis de sus abundancias superficiales. En este sentido, las ECNP pueden dividirse en dos grupos bien definidos: ricas y deficientes en hidrógeno (Méndez 1991). En el primer grupo el hidrógeno es el elemento dominante, y sus tipos espectrales más comunes son O y Of. En el segundo grupo la atmósfera estelar está prácticamente libre de hidrógeno, siendo el carbono y el helio los elementos más abundantes. En lo que respecta a las características espectrales se pueden distinguir dos clases de ECNP deficientes en hidrógeno. El espectro de muchas de estas estrellas está dominado por líneas de emisión anchas e intensas, propias de las estrellas Wolf Rayet (de aquí en adelante WR).

Claro está que no todas las ECNP poseen un espectro que pueda ser clasificado en la categoría de ricas o pobres en hidrógeno. A continuación se enumeran algunas estrellas o grupos de estrellas que poseen características muy particulares.

Estrellas Be: Se llaman estrellas Be a las que tienen tipo espectral B y que, además, muestran líneas de emisión en el óptico, líneas permitidas de baja excitación de metales, principalmente FeII, líneas de emisión prohibidas como, por ejemplo, OI y FeII, en algunos casos iones de mayor excitación como ArIII o OIII, fuertes líneas de la serie de Balmer, y un fuerte exceso infrarrojo.

Híbridas: Algunas estrellas PG 1159 muestran líneas de absorción del hidrógeno. Solo existen cuatro objetos que exhiben estas características, tres de los cuales se encuentran en los núcleos de las NP NGC 7094 (PN G066.7-28.2), A 43 (PN G036.0+17.6) y Sh 2-28 (PN G030.6+06.2), mientras que al objeto restante se le detectó ninguna nebulosa asociada (Dreizler et al. 1996).

Continuo: En 1984 se conocían 17 NP cuyas estrellas centrales fueron clasificadas como de tipo espectral continuo, ya que sus espectros no mostraban ningún tipo de líneas hasta el 5 %. Méndez et al. (1981) sugirió que lo que podía estar ocurriendo era que las líneas de emisión se superpusieran con las de absorción. Feibelman (1994) analizó espectros IUE de una muestra completa de ECNP clasificadas como tipo espectral continuo.

Estrella de bario: La estrella forma parte de un sistema binario de muy largo período (superior a 800 días), donde la envoltura gaseosa, tipo anillo, aparentemente no sería común al sistema binario.

Estrellas Simbióticas: Las estrellas simbióticas son sistemas binarios en los que interactúa una estrella fría con una muy caliente, con transferencia de masa. Esto da como resultado un espectro con líneas de emisión. Las

simbióticas se dividen en los tipos D y S. Las tipo D, observadas en el infrarrojo, evidencian la presencia de polvo caliente, mientras que las S lucen un espectro infrarrojo semejante al de una estrella tardía. Algunas de las tipo D muestran morfologías bipolares (Viotti 1987 y Taylor 1988). Diversas similitudes entre ambas entidades hicieron suponer la posibilidad de que exista alguna conexión evolutiva entre las simbióticas tipo D y algunas NP bipolares (Lutz et al. 1989): las simbióticas podrían ser las progenitoras de algunas NP bipolares (Leedjarv 1993).

Estrellas R CrB: Estos son objetos post AGB deficientes en hidrógeno y usualmente variables, actualmente se conocen unas 50 estrellas. Además se subdividen en cinco subgrupos. Dos artículos interesantes en los que se describen sus propiedades y el posible vínculo con la NP son Clayton (1996) y Clayton (2000).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] S.W. Hawkin & G. F. R. Ellis. The large scale structure of space-time. Cambridge University Press 1973.

- [2] Segarra Carlos. Nebulosas Planetarias. F.O.S.C. Boletín Informativo de la Societat Astronòmica de Castelló.

- [3] Hacyan Shahan, Los hoyos negro y la curvatura del espacio-tiempo. Colección La ciencia para todos FCE 2000).

- [4] Hawking (TV) dirigida por Phillip Martin. BBC Corporation 2004