



DETERMINACIÓN DE LA MÁXIMA EFICIENCIA DE UN TRANSFORMADOR DE POTENCIA TRIFÁSICO UTILIZANDO MÉTODOS GRÁFICOS Y ANALÍTICOS

Armando Frias Zamora^a, Maria del Refugio Gonzalez Ponce^a, José Miguel García Guzmán^a,
Fernando Figueroa Godoy^a

^aInstituto Tecnológico Superior de Irapuato, Irapuato, Gto., frias.mango@gmail.com, refugio.gonzalez@itesi.edu.mx, migarcia@itesi.edu.mx, fernando.figueroa@itesi.edu.mx

RESUMEN

En el presente artículo se determina la máxima eficiencia de un transformador trifásico de potencia a través de un método gráfico y un método analítico utilizando Matlab[®]. Para esto se considera el circuito equivalente del transformador de potencia por fase con valores típicos de sus parámetros eléctricos. El método analítico es relativamente sencillo de formular, pero con el fin de modelar la eficiencia del transformador de potencia de una forma más cercana a la práctica se considera en dicha eficiencia la cargabilidad y la corriente de la carga en el secundario a un factor de potencia constante, de manera que el modelo de la eficiencia del transformador de potencia resulta en una función de dos variables, las cuales son linealmente dependientes entre sí. Esto hace muy difícil calcular analíticamente el valor máximo de dicha eficiencia, por lo que una vez que se tiene el modelo y las condiciones de trabajo del transformador se utiliza el syms de Matlab[®] para resolverlo y obtener la mayor eficiencia. Como la eficiencia de la máquina depende de dos variables, entonces es posible graficarla en función de la cargabilidad y la corriente de carga, con lo que se obtiene una gráfica en tres dimensiones y entonces se determina el valor máximo de eficiencia del transformador trifásico. Un caso de estudio se lleva a cabo para determinar la máxima eficiencia de un transformador de potencia típico mediante el método gráfico y analítico. Con el fin de verificar la confiabilidad de los valores de eficiencia obtenidos por ambos métodos se realiza una comparación entre dichos valores, resultando en valores muy similares de máxima eficiencia, por lo que se puede concluir que ambos métodos son confiables, aunque el método gráfico requiere mayor tiempo para interpretación de resultados.

1. INTRODUCCIÓN

El conocimiento de la eficiencia de cualquier máquina, dispositivo o sistema tiene una gran importancia por el valor económico que ello reporta, tanto desde el punto de vista del costo de operación como del ambiental. En general, la eficiencia de una máquina, normalmente indicado con la letra griega η , está dada por el cociente de las potencias de salida y de entrada. En el caso particular de los transformadores se está en presencia de una máquina de características excepcionales, ya que su eficiencia es muy elevada y requieren muy bajo mantenimiento; todo ello debido a su condición de máquina estática [1] En las máquinas eléctricas como en otros casos también ocurre que las de mayor potencia son las más eficientes. Esto se puede demostrar analizando cómo varían las pérdidas y cómo lo hace la potencia de la máquina. Para cálculos de la eficiencia de un transformador de potencia se considera que las pérdidas en estas máquinas eléctricas son fundamentalmente de dos tipos, las cuales son las pérdidas en el núcleo y en el cobre. Las primeras pérdidas son debidas a los efectos de histéresis y por corrientes parásitas en el núcleo, mientras que las segundas son debidas al efecto Joule en los devanados; ambas pérdidas se presentan físicamente en forma de calentamiento en el transformador, por lo que son pérdidas de potencia activa y son medidas en Watts. Es importante mencionar que en años



recientes los principales fabricantes de transformadores de potencia alrededor del mundo están orientando sus estudios de investigación en la minimización de las pérdidas antes mencionadas, por lo que se han estado construyendo los núcleos de los transformadores con distintos materiales que presentan menos pérdidas en el núcleo, ya sea en condiciones de vacío o de plena carga. Además, se está trabajando en la reducción a lo mínimo permisible de las pérdidas en el cobre de los devanados, llegando incluso a realizar estudios en los que se considera la posibilidad de incluir superconductores en los transformadores de potencia principalmente, ya que este tipo de máquinas eléctricas permite el uso de tal tecnología por el tamaño del tanque contenedor [2].

De acuerdo a lo anteriormente mencionado, la eficiencia de un transformador de potencia se modela matemáticamente como una función que depende de dos variables, las cuales representan las pérdidas en el cobre y en el núcleo. En el contexto considerado, en el presente trabajo se determina la eficiencia máxima de un transformador de potencia mediante un método analítico y un método gráfico. Primeramente se aplica el método analítico para determinar dicha eficiencia utilizando el syms de Matlab® [3] y posteriormente, por medio de este mismo paquete computacional se obtiene la gráfica en tres dimensiones (\mathbb{R}^3) de la eficiencia del transformador y se comparan los resultados obtenidos entre ambos métodos.

2. TEORÍA

El transformador es un dispositivo eléctrico, que por inducción electromagnética transfiere energía eléctrica de uno o más circuitos, a uno o más circuitos a la misma frecuencia y transformando usualmente los valores de tensión y de corriente. Su funcionamiento está basado en el fenómeno de la inducción electromagnética y está constituido, en su forma más simple, por dos bobinas devanadas sobre un núcleo cerrado de acero al silicio. Las bobinas o devanados se denominan primario y secundario según correspondan a la tensión alta o baja, respectivamente [4].

La eficiencia de un transformador de potencia es un parámetro muy importante en la rentabilidad del mismo y en la operación económica de las redes de potencia. Generalmente, la eficiencia de cualquier transformador de potencia es mayor a 95%. Como se mencionó, Las pérdidas fundamentales que afectan la eficiencia de un transformador son las pérdidas en el núcleo y en el cobre, por lo que los esfuerzos para aumentar la eficiencia en los transformadores de potencia están orientados a la minimización de las pérdidas en el núcleo y en el cobre, lo cual es descrito enseguida [2].

2.1 MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS EN EL NÚCLEO Y EL COBRE

La minimización de pérdidas en el núcleo de transformadores de potencia ha llevado a los fabricantes de estas máquinas a considerar distintos materiales para la construcción de dicho elemento. El primer material considerado eficiente en la fabricación de núcleos de transformadores de potencia fue el acero al silicio y hasta hace poco el material más utilizado en la fabricación de los núcleos de los transformadores era el acero al silicio de grano orientado, sin embargo, hoy en día los transformadores de potencia construidos con núcleo amorfo son los más eficientes en el mercado, ya que el núcleo amorfo tiene una estructura aleatoria, una isotropía magnetocristalina, baja coercitividad y facilita la magnetización y desmagnetización del núcleo, disminuyendo con ello las pérdidas en el núcleo [2]. La eficiencia de un transformador de potencia, además de las pérdidas en el núcleo, se ve afectada por las pérdidas en el cobre de los devanados, es por eso que es importante minimizarlas lo más posible. Una de las maneras de minimizar las pérdidas en el cobre de los devanados y así evitar el calentamiento del transformador, es utilizar materiales con la mayor conductividad posible (cobre, cobre-plata o incluso superconductores). En estudios posteriores se ha comprobado que el 80% de las pérdidas en el transformador de potencia es en el cobre (Efecto Joule) [2]. Algunas de las características de los superconductores son que tienen una resistencia nula a baja temperatura, tienen gran resistencia eléctrica en temperatura ambiente y son de gran rentabilidad



2.2 EFICIENCIA DEL TRANSFORMADOR A PARTIR DEL CIRCUITO EQUIVALENTE

El circuito equivalente típico por fase de un transformador de potencia trifásico es mostrado en la Figura 1, el cual tiene una relación de transformación $N_1:N_2$, donde N_1 y N_2 son el número de vueltas en el lado primario y secundario, respectivamente, junto con todos los elementos que forman parte de un transformador [4].

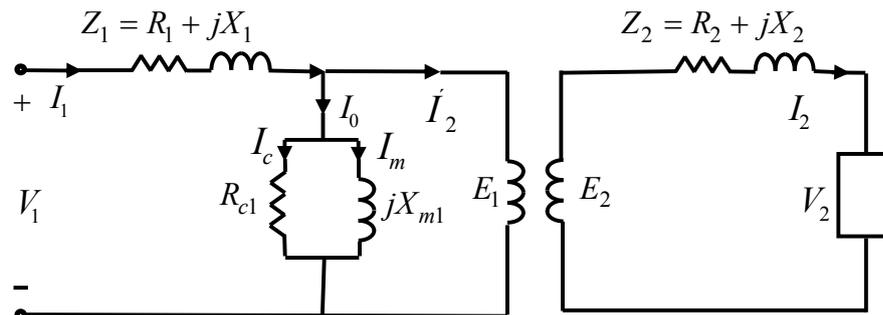


Figura 1. Circuito equivalente por fase de un transformador de potencia trifásico.

En virtud de que la capacidad de un transformador está basada en su potencia de salida, la eficiencia del transformador de potencia trifásico es obtenida como sigue,

$$\eta = \frac{(n)(S)(FP)}{(n)(S)(FP) + (n^2)(P_{cu}) + P_c} \quad (1)$$

donde S , P_{cu} y P_c son las pérdidas en el cobre y en el núcleo, las cuales son dadas por las Ecuaciones (2), (3) y (4), respectivamente. FP representa el factor de potencia de la carga que alimenta el transformador y n es el factor de cargabilidad [5],

$$S = 3V_2 I_2 \quad (2)$$

$$P_{cu} = 3R_{e2} I_2^2 \quad (3)$$

$$P_c = \frac{V_2^2}{R_c} \quad (4)$$

Se han realizado estudios acerca de la eficiencia de un transformador de potencia y se ha comprobado analíticamente que la máxima eficiencia se presenta cuando las pérdidas en el núcleo y las pérdidas en el cobre son exactamente iguales.

3. PARTE EXPERIMENTAL

Con el fin de ilustrar la confiabilidad de los métodos utilizados en este trabajo para el cálculo de la máxima eficiencia de transformadores trifásicos de potencia, se propone un caso de estudio considerando un transformador de potencia trifásico de 240 kVA, 4800/240 V, 60 Hz, cuyos parámetros del circuito equivalente son los siguientes: $R_c=40 \Omega$, $X_m=30 \Omega$, $R_{e2}=0.002625 \Omega$, $X_{e2}=0.0090 \Omega$ [4]. Se considera que este transformador está alimentando una carga trifásica variable a factor de potencia de 0.9 en atraso.

3.1 DETERMINACIÓN DE LA MÁXIMA EFICIENCIA CON EL MÉTODO ANALÍTICO

Con este método es necesario utilizar la herramienta *syms* del software Matlab®, ya que resulta muy complejo determinar la eficiencia máxima en forma manual. La expresión de la eficiencia el



transformador (1) se simplifica si se considera un factor de cargabilidad del 100% ($n=1$), por lo que dicha expresión se puede reescribir como,

$$\eta = \frac{(3V_2 I_2)(FP)}{(3V_2 I_2)(FP) + 3R_2 I_2^2 + V_2^2 / R_c} \quad (5)$$

La determinación de la máxima eficiencia es importante, ya que conviene que el transformador trabaje siempre cerca de ese punto. Para determinar este punto máximo es necesario utilizar la teoría de máximos y mínimos, por lo que es necesario obtener la derivada de la Ecuación (5) e igualarla a cero.

$$\partial \left(\frac{(3V_2 I_2)(FP)}{(3V_2 I_2)(FP) + 3R_2 I_2^2 + V_2^2 / R_c} \right) / \partial I_2 = 0 \quad (6)$$

La derivada anterior se obtiene mediante el comando *diff* del *syms* de Matlab. La expresión obtenida se iguala a cero y se resuelve utilizando del comando *solve* de la misma librería. Con ello se obtienen las siguientes expresiones para I_2 , en la cual la eficiencia del transformador de potencia trifásico es máxima.

$$I_2 = \left[\frac{(\sqrt{3} V_2 \sqrt{R_c R_{e2}})}{3R_c R_{e2}}, \frac{(-\sqrt{3} V_2 \sqrt{R_c R_{e2}})}{3R_c R_{e2}} \right] \quad (7)$$

Claramente, en (7) la expresión positiva es la que representa una solución real, por lo que la expresión negativa es despreciada.

Al sustituir el valor de la corriente I_2 en las pérdidas en el cobre se tiene,

$$P_{cu} = 3R_{e2} \left(\frac{\sqrt{3} V_2 \sqrt{R_c R_{e2}}}{3R_c R_{e2}} \right)^2 = \frac{V_2^2}{R_c} \quad (8)$$

Comparando las pérdidas en el cobre dadas por (8) con las pérdidas en el núcleo del transformador, Ecuación (4), se puede concluir que son iguales, por lo tanto se infiere que la máxima eficiencia de un transformador trifásico de potencia se presenta cuando las pérdidas en el núcleo y en el cobre, son iguales.

Entonces, conociendo esto y realizando los cálculos necesarios se obtienen las pérdidas en el cobre y en el núcleo del transformador de potencia considerado en este caso de estudio, las cuales tienen un valor de 1,440 W, mientras que la eficiencia máxima del transformador considerado para este caso es de 99.23%.

3.2 DETERMINACIÓN DE LA MÁXIMA EFICIENCIA CON EL MÉTODO GRÁFICO

La eficiencia de un transformador de potencia trifásico es función en \mathbb{R}^3 ($f: \mathbb{R}^3 \rightarrow (x, y, z)$), ya que depende del factor de cargabilidad y la corriente en el secundario, lo que permite obtener una gráfica en tres dimensiones en la que es posible observar el comportamiento de la eficiencia en función de tales variables y determinar con ello el máximo valor de este parámetro. La corriente en el secundario del transformador considerado en el caso de estudio es 577 A, por lo que para graficar la eficiencia del transformador esta variable se considera en un rango de 0-577 A y el factor de cargabilidad de 0-1 (0-100%). La gráfica de la eficiencia del transformador es mostrada en la Figura 2. En la figura se puede observar que la eficiencia del transformador de potencia aumenta cuando crece el valor de la corriente en el secundario, lo cual es debido a un aumento en la cargabilidad de la máquina. Entonces, el transformador trabajará en su máxima eficiencia cuando esté en condiciones de su máxima carga y corriente secundaria, la cual en este caso y de acuerdo a la Figura 2 es 99.24%. Se debe mencionar que el valor de la eficiencia obtenida por ambos métodos es muy similar.

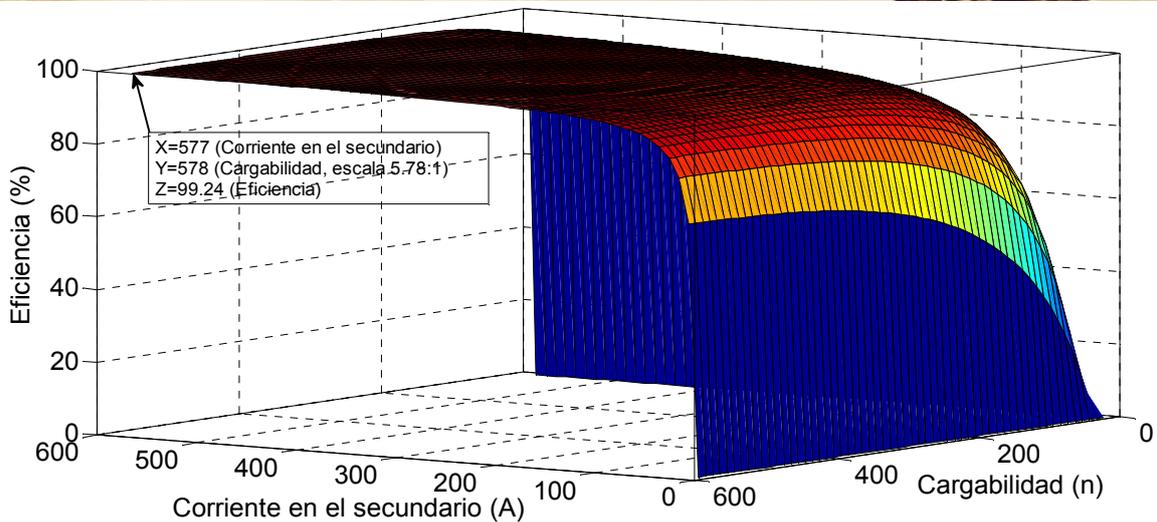


Figura 3. Grafica de la eficiencia de un transformador.

4. CONCLUSIONES

Un método gráfico y un método analítico para la determinación de la máxima eficiencia de un transformador de potencia trifásico se han presentado. Los valores de la eficiencia máxima obtenidos mediante ambos métodos son prácticamente iguales, por lo que se puede decir que ambos métodos son confiables para su aplicación en el cálculo de la eficiencia de cualquier transformador. Se debe mencionar que el método analítico es más exacto que el gráfico, ya que se obtiene un valor como resultado, mientras que mediante la gráfica es necesario realizar una revisión de la misma para obtener un valor aproximado de la eficiencia máxima, sin embargo, el valor obtenido a través de este método es muy cercano al valor analítico. Los casos de estudio mostraron que el transformador de potencia trabaja a mayor eficiencia cuando se encuentra operando en su límite de carga máximo.

BIBLIOGRAFÍA

1. Corrales, M. J., "Teoría, Cálculo y construcción de Transformadores", Ciudad de México, Editorial Labor, 1945.
2. Frau, J., "Eficiencia en transformadores. II Jornadas Internacionales de Innovación Energética-Universidad de Catalunya, 2006". Recuperado el 06 de Febrero de 2015 de URL: http://www.cerien.upc.edu/jornades/jiie2006/ponencias/eficiencia_trafos.pdf
3. The MathWorks, Inc., "Matlab Symbolic Math Toolbox," Users Guide, available at <http://www.mathworks.com>.
4. Saadat, H., "Power Systems Analysis" Nueva York, McGraw Hill, 2002.
5. García, R., "Transformadores eficientes. Procobre". Recuperado el 06 de Febrero de 2015 de URL: www.leonardo-energy.org.br/es/wp-content/plugins/.../download.php.