



SINCRONIZACIÓN VAN DER POL-DUFFING

Ulises Uriostegui Legorreta¹, Eduardo Salvador Tututi Hernández¹ y Gabriel Arroyo Correa¹,

¹Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Mich., uli_mat@hotmail.com, tututi@umich.mx, garroyo@umich.mx

RESUMEN

Se analizan circuitos analógicos y la sincronización de un modelo que consiste en un oscilador de Van Der Pol, junto a un oscilador Duffing. La principal motivación de nuestra investigación radica en el hecho de acoplar atractores de diferentes tipos, pueden servir como un buen modelo para los sistemas reales en la naturaleza (por ejemplo, los sistemas electromecánicos, físicos, biológicos, económicos). Se propone un circuito electrónico apropiado para la investigación del comportamiento dinámico del sistema. Mediante la investigación de los resultados recientes sobre la teoría del control adaptativo, está diseñado de manera que permite tanto la sincronización de los dos sistemas acoplados unidireccionalmente y la estimación de los parámetros desconocidos del sistema de accionamiento. Se agradece el apoyo a través del programa CIC-UMSNH 2015.

1. INTRODUCCIÓN

Un modelo de osciladores acoplados por diferentes atractores podría servir como un buen modelo para los sistemas reales en la naturaleza [1]. Este sistema, junto exhibe algunos fenómenos como la histéresis, fenómenos resonantes y antiresonante que se pueden encontrar en sistemas biológicos, económicos, físicos o electromecánicos [1]. En cuanto a la unión entre un oscilador de Van Der Pol y un oscilador Duffing, tres esquemas básicos se pueden enumerar: acoplamiento giroscópico (acoplamiento a través de la aceleración), acoplamiento disipativo (acoplamiento a través de la velocidad), y acoplamiento elástico (acoplamiento a través de soluciones) [2-5]. En contraste con el primer tipo de acoplamiento, la dinámica de un sistema formado por un oscilador Van Der Pol elásticamente acoplado a un oscilador Duffing ha recibido muy poca atención de acuerdo a lo mejor de nuestro conocimiento. Han abordó el problema considerando la dinámica de un sistema que consta de un oscilador de Van Der Pol elásticamente y simétricamente acoplado a un oscilador de Duffing [1]. Se ha demostrado que la existencia de diferentes atractores en un sistema no genera muchas transiciones de fases en el seguimiento de los parámetros del sistema y la constante de acoplamiento.

A fin de proporcionar adicional conocimientos relativos a la dinámica y sincronización de un sistema acoplado, nuestros objetivos en este trabajo son tres: (a) tener en cuenta la dinámica del sistema acoplado e investigar su estructura, con especial énfasis en los efectos de acoplamiento (b) llevar a cabo un estudio experimental de la dinámica del sistema para validar lo teórico y resultados numéricos; y (c) para investigar la sincronización de un sistema de este tipo junto.

2. DINÁMICA DEL SISTEMA

La dinámica de un sistema que consta de un oscilador lineal Van Der Pol (es decir, elásticamente) y simétricamente acoplado a un oscilador de Duffing [3] se describe por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x - k_1(y - x) = 0 \quad (1)$$



$$\ddot{y} + \alpha \dot{y} - y + \varepsilon y^3 - k_2(x - y) = 0 \quad (2)$$

donde μ y ε son parámetros positivos, controlan las no linealidades del modelo, α para la disipación mientras que k representa la fuerza de acoplamiento.

El oscilador de Van Der Pol se caracteriza por la dinámica de un oscilador auto excitado mientras que el oscilador de Duffing describe el movimiento de una partícula clásica en un doble pozo de potencial. Haciendo un cambio de variable $\dot{x} = u$ y $\dot{y} = v$, el sistema (1), (2) puede reescribirse como un conjunto de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= u \\ \dot{u} &= \mu(1 - x^2)u - x + k_1(y - x) \\ \dot{y} &= v \\ \dot{v} &= -\alpha v + y - \varepsilon y^3 + k_2(x - y) \end{aligned}$$

Para $k_1, k_2 = 0$, ambos osciladores están desacoplados: el Van Der Pol presenta un atractor de ciclo límite, mientras que el oscilador de Duffing experimenta un movimiento oscilatorio amortiguado.

Obviamente, el acoplamiento empleado es una realimentación lineal que puede ser visto como la perturbación de cada oscilador por una señal proporcional a la diferencia de su posición.

3. ANÁLISIS NUMÉRICO DEL NUEVO ATRACTOR CAÓTICO

Se analizará el comportamiento para diferentes valores de k_1, k_2, μ, α y ε para ver la diferente dinámica que presenta el sistema. En la Fig. 1 se muestra la dinámica del sistema (1) y (2) para los valores de $\mu = 0.8, \alpha = 0.5, \varepsilon = 0.4$ y $k_1, k_2 = 0.3$. Para las figuras 2,3 y 4 se mantuvieron fijos los valores de $\mu = 0.8, \alpha = 0.5$, y $k_1, k_2 = 0.5$ haciendo variación del parámetro ε , teniendo como valores 0.22, 0.55 y 0.3, respectivamente.

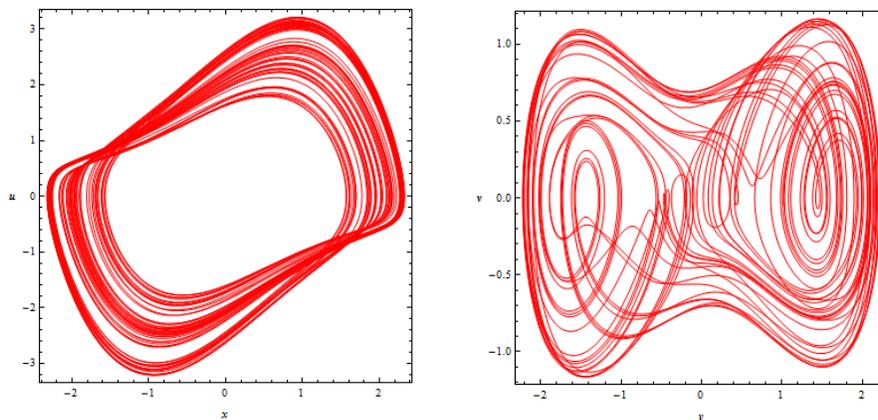


Figura 1. Dinámica de Van Der Pol - Duffing para valores $k_1, k_2=0.3$.

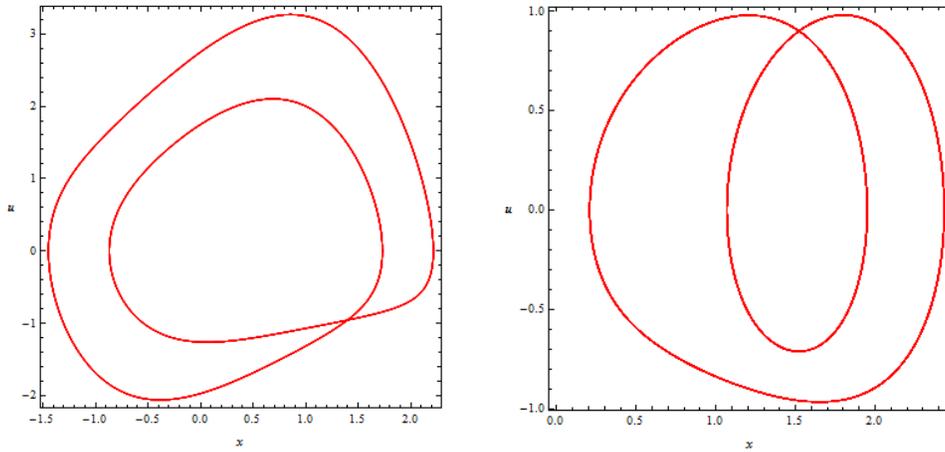


Figura 2. Dinámica de Van Der Pol - Duffing para valores $k_1, k_2=0.5$.

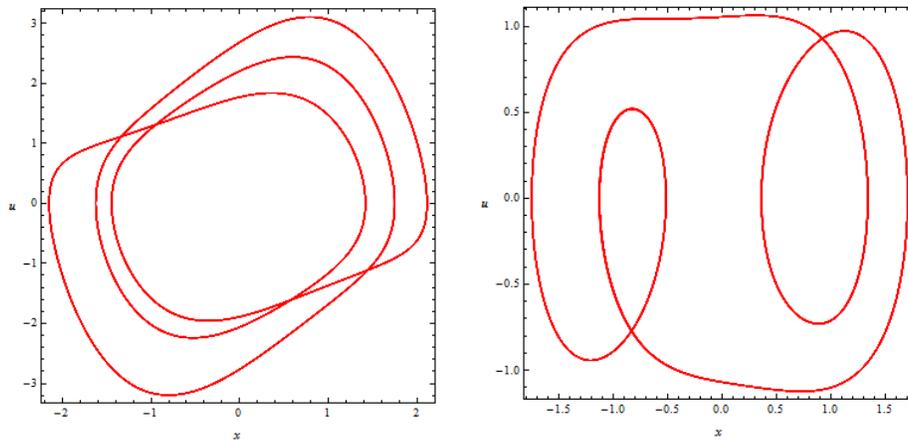


Figura 3. Dinámica de Van Der Pol - Duffing para valores $k_1, k_2=0.5$.

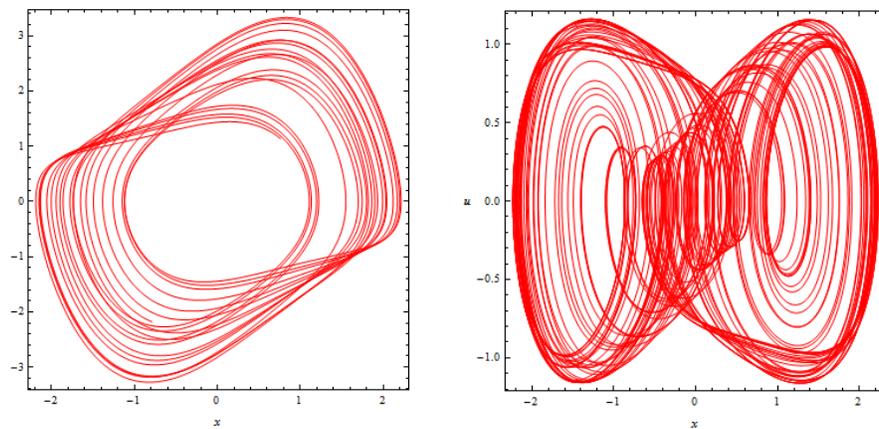


Figura 4. Dinámica de Van Der Pol - Duffing para valores $k_1, k_2=0.5$.



Otro aspecto interesante fue investigar el control del sistema a través de los parámetros de control. El parámetro de control del sistema (1) y (2) en las variables k_1, k_2 y ε hemos encontrado que presenta regiones caóticas, cuasi periódicas y ciclo limite, para ciertos valores.

4. CONCLUSIONES

El sistema Van Der Pol-Duffing tiene comportamientos dinámicos interesantes para ser investigadores con mayor detalle. En trabajos futuros se analizará el comportamiento dinámico haciendo distintas variaciones a los parámetros del sistema. El sistema Van Der Pol-Duffing tiene un gran potencial para la comunicación, para llevar a cabo el encriptamiento de información en el nuevo sistema. Se estudiara más a fondo para lograr la sincronización y lograr tener un control del encriptamiento de la información.

BIBLIOGRAFÍA

1. Han, Y.J.: J. Korean Phys. Soc. 37(1), 3–9 (2000).
2. Chedjou, J.C., Kyamakya, K., Moussa, I., Kuchenbecker, H.-P., Mathis, W.: J. Vib. Acoust. 128, 282–293 (2006).
3. Chedjou, J.C., Fotsin, H.B., Wofo, P., Domngang, S.: IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl. 48, 748–756 (2001).
4. Kuznetsov, A.P., Stankevich, N.V., Turukina, L.V.: Physica D 238(14), 1203–1215 (2009).
5. J. Kengne · J.C. Chedjou · G. Kenne.: Nonlinear Dyn (2012) 70:2163–2173.