



DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y MODELADO DE UN MANIPULADOR ROBÓTICO TIPO PARALELOGRAMO

C. A. Vilchis-Rodríguez^a, J. G. Benítez-Morales^a, J. C. Ramos Fernández^a,

^aUniversidad Politécnica de Pachuca, cesarvilchis@hotmail.com, jgerardo@upp.edu.mx, jramos@upp.edu.mx

RESUMEN:

En este trabajo se presenta el diseño, construcción y modelado de un manipulador planar robótico para futuras aplicaciones de reaprendizaje en el movimiento de extremidades superiores en personas con discapacidades motrices. Así mismo, se muestra la instrumentación y prueba de una ley de control básica del tipo PD.

El prototipo consiste en un manipulador planar de 2 grados de libertad constituido fundamentalmente por un mecanismo de cuatro barras tipo paralelogramo, impulsado mediante dos motores de corriente continua a los que se les acopló un decodificador óptico para medir la posición, y de manera indirecta la velocidad y la aceleración.

En primer lugar se realizó un diseño conceptual, para la selección de la arquitectura y morfología del mecanismo. Una vez decidida la forma general del mecanismo se realizó el análisis cinemático, para determinar si los desplazamientos, velocidades y aceleraciones son los adecuados para la tarea que ha de realizar el robot. Posteriormente se realizó la síntesis o diseño cinemático, que consiste en determinar las dimensiones del mecanismo para que realice de forma adecuada la tarea para la que ha sido diseñado. Mediante el análisis de esfuerzos, se verificaron los puntos críticos de fatiga de los materiales en las secciones transversales y en los puntos de apoyo, para dibujar los planos a gran detalle del sistema robótico y construir el prototipo. Posteriormente se obtuvieron los modelos dinámico y cinemáticos; directo e inverso, a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange. Utilizando mediciones geométricas y trigonométricas elementales, y utilizando software CAD se verificaron los modelos cinemáticos, lo que permite concluir que son correctos para el espacio de trabajo del robot. Finalmente, mediante una ley de control clásica del tipo PD, se efectuaron pruebas de seguimiento de trayectorias.

1. INTRODUCCIÓN

La robótica es una disciplina científica que aborda la investigación y desarrollo de una clase particular de sistemas mecánicos, denominados robots, diseñados para realizar una amplia variedad de aplicaciones industriales, científicas, domésticas y comerciales.

La naturaleza multidisciplinaria de la robótica permite involucrar una gran cantidad de áreas de conocimiento tales como matemáticas, física, electrónica, computación, visión e inteligencia artificial, entre otras. Por otro lado, aun cuando la robótica es un área inminentemente experimental todos sus resultados están sustentados con un estricto rigor científico.

Desde el punto de vista científico, los robots como objetos de estudio ofrecen un amplio espectro en la formulación de problemas teórico prácticos debido a la naturaleza no lineal y multivariable de su comportamiento dinámico.

La robótica se ha convertido en un área clave y estratégica para todo país en desarrollo, es sinónimo de la modernización y coadyuva a proporcionar bienestar a la sociedad.



2. DISEÑO DEL MANIPULADOR ROBÓTICO

El robot a diseñar es del tipo manipulador planar. Inicialmente el robot será diseñado para que cumpla funciones de posicionamiento, a medida que avance la investigación se podrá añadir la capacidad de carga, retroalimentación de fuerza, etc.; y finalmente podría ser adaptado para que realice otras aplicaciones.

El manipulador contará con cuatro eslabones y dos grados de libertad. Cada uno de los grados de libertad será una articulación del tipo rotacional o revoluta. Tanto los eslabones como las articulaciones servirán para posicionar el extremo del robot en la posición deseada y permitirá realizar ejercicios de posicionamiento espacial.

Los requerimientos de maniobrabilidad, que refleja el rendimiento del sistema motor humano, nos sugiere evitar soluciones basadas en motores lineales que normalmente utilizan los engranajes no reversibles. Por la misma razón se evitó el típico diseño robótico basado en cadenas cinemáticas con un motor y engranaje armónico para cada articulación. La clase de solución elegida se basa en un mecanismo de cuatro barras, con accionamiento directo por motores (Figura 1): un motor acciona una manivela, que transmite el movimiento al antebrazo por medio de una biela. Cada uno de los motores corresponde a las dos coordenadas articulares que posee el mecanismo. Las principales características de este arreglo son:

- Buena rigidez de la estructura.
- Accionamiento directo del manipulador, lo que elimina cualquier holgura en la transmisión de fuerza/movimiento.
- Reducción de la inercia total, porque la mayor parte de la masa esta fija, o cerca de los ejes de rotación.

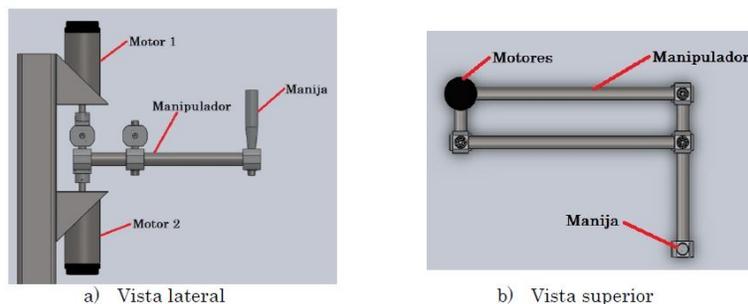


Figura 1. Estructura mecánica del manipulador.

El siguiente paso en el diseño es abordar tres requisitos básicos que son en parte contradictorios:

1. Gran espacio de trabajo,
2. Alto nivel de la fuerza generada por la manija, y
3. Alto grado de manipulación en todo el espacio de trabajo.

De hecho, el espacio de trabajo se incrementa con el tamaño del manipulador, contrario a la proporción de la fuerza y la torsión, es decir, la fuerza generada por la manija por unidad de torque motriz, decrece. Una menor proporción de la fuerza y la torsión implica la necesidad de motores más potentes con el fin de garantizar un determinado nivel de fuerza de la mano. Un grado elevado y uniforme de manipulación realza la maniobrabilidad del manipulador, simplificando así su control. Considerando todas estas variables y haciendo una revisión de los robots manipuladores existentes para tareas de rehabilitación, se observó principalmente el tamaño de los eslabones y el alcance total. Luego de la revisión de los manipuladores, se realiza una propuesta para las dimensiones.



3. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN MECÁNICA

Una de las cosas a evitar, es la fricción en cada una de las articulaciones, para esto se utilizaron baleros, ya que con estos se obtiene un mínimo de fricción aparte de ser ligeros y pequeños, esto con la finalidad de implementar (posteriormente) aplicaciones en interfaces hápticas, en el que la dinámica de fricción debe ser mínima.

En la Figura 2 se muestra un esquema general del robot manipulador propuesto. Para cumplir con el requisito de poco peso, se trabaja con tubo de acero inoxidable y aluminio como materiales principales del cuerpo del manipulador.

Para simplificar el proceso de fabricación y el diseño, se utiliza un tubo comercial de acero inoxidable ornamental cédula 16 AISI -304 de 25.4 mm (1 *pulgada*). Luego a los eslabones se les coloca en los extremos conectores maquinados de aluminio 1100 -O, donde se alojan cojinetes con el fin de crear los puntos de unión entre los eslabones. A los eslabones 1 y 2 se le atornillan conectores de aluminio que permiten acoplar de manera directa los motores sin necesidad de utilizar una transmisión compleja.

A medida que se diseñan las piezas del manipulador, se van digitalizando tridimensionalmente en el programa CAD de manera que se pueden hacer análisis y comprobaciones del mecanismo mientras se diseña, y así minimizar errores durante la fase de diseño. Una vez digitalizadas cada una de las piezas de los eslabones, se realiza el ensamblaje de las mismas, y se comprueba el rango de movimiento de las mismas.

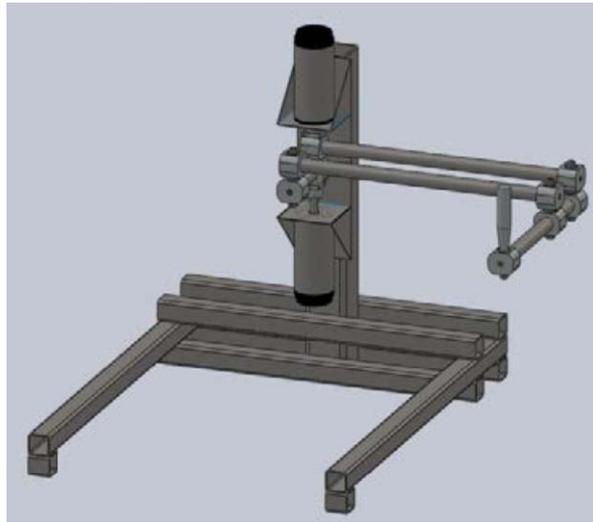


Figura 2. Manipulador planar robótico.

4. MODELADO CINEMÁTICO Y DINÁMICO

Se define primeramente el marco referencial inercial como un sistema cartesiano de 2 dimensiones cuyo origen se localiza exactamente en la primera articulación del robot, tal y como se muestra en la Figura 3. Cabe mencionar que la coordenada articular q_1 se mide a partir del eje horizontal X positivo, y la coordenada articular q_2 se mide a partir del eje vertical Y negativo, ambos en sentido antihorario. Las coordenadas cartesianas x y y denotan la posición del extremo final del eslabón 4 con respecto al marco referencial inercial. Ambas coordenadas cartesianas x y y dependen de las coordenadas articulares q_1 y q_2 . La relación entre ellas define al **modelo cinemático directo** propiamente dicho.

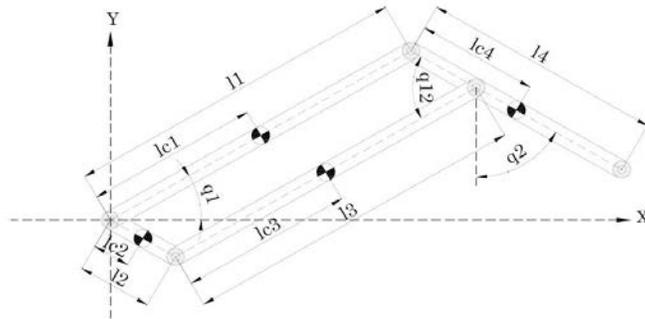


Figura 3. Manipulador robótico de 2 grados de libertad.

Para el caso del robot de 2 grados de libertad, es inmediato verificar que el modelo cinemático directo viene dado por:

$$x = l_1 \cos(q_1) + l_4 \sin(q_2) \quad (1)$$

$$y = l_1 \sin(q_1) - l_4 \cos(q_2) \quad (2)$$

A partir del modelo cinemático directo puede obtenerse también la siguiente relación de velocidades:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) & l_4 \cos(q_2) \\ l_1 \cos(q_1) & l_4 \sin(q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = J(q) \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

También resulta cierta la siguiente relación de aceleraciones:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = \left[\frac{d}{dt} J(q) \right] \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + J(q) \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

El **modelo cinemático inverso** permite obtener las posiciones articulares q en términos de la posición y orientación del extremo final del último eslabón referido al marco referencial cartesiano de base. A partir de esta información pueden obtenerse las posiciones, velocidades y aceleraciones articulares deseadas:

$$q_1 = \tan^{-1} \left[\frac{y}{x} \right] + \tan^{-1} \left[\frac{l_4 \sin(q_{12})}{l_1 + l_4 \cos(q_{12})} \right] \quad (5)$$

$$q_2 = q_1 - q_{12} + 90^\circ, \quad (6)$$

$$q_{12} = \cos^{-1} \left[\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_4^2}{2l_1 l_4} \right] \quad (7)$$

Adicionalmente, pueden obtenerse las siguientes relaciones de velocidad y aceleración, que resultan válidas siempre y cuando el robot no se encuentre en configuraciones singulares, para cuando el jacobiano $J(q)$ no sea singular:



$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = J^{-1}(q) \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{-J^{-1}(q) \left[\frac{d}{dt} J(q) \right] J^{-1}(q)}_{\frac{d}{dt}[J^{-1}(q)]} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + J^{-1}(q) \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (9)$$

La energía cinética $K(q, \dot{q})$ puede descomponerse en la suma de cuatro partes: $K(q, \dot{q}) = K_1(q, \dot{q}) + K_2(q, \dot{q}) + K_3(q, \dot{q}) + K_4(q, \dot{q})$ donde $K_1(q, \dot{q})$, $K_2(q, \dot{q})$, $K_3(q, \dot{q})$ y $K_4(q, \dot{q})$ son las energías cinéticas asociadas a las masas m_1 , m_2 , m_3 , y m_4 respectivamente.

La energía cinética correspondiente al movimiento de cada eslabón se obtiene como:

$$K(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m v^T v + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (10)$$

De forma similar, la energía potencial puede descomponerse como la suma de 4 partes: $U(q) = U_1(q) + U_2(q) + U_3(q) + U_4(q)$ donde $U_1(q)$, $U_2(q)$, $U_3(q)$, y $U_4(q)$ son las energías potenciales asociadas a las masas m_1 , m_2 , m_3 , y m_4 , respectivamente. Debido a que el robot se desplaza en el plano horizontal, la energía potencial es nula, $U(q) = 0$.

El *lagrangiano* $L(q, \dot{q})$ de un robot manipulador es la diferencia entre su energía cinética $K(q, \dot{q})$ y su energía potencial $U(q)$:

$$L(q, \dot{q}) = K(q, \dot{q}) - U(q) \quad (11)$$

Las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange para un manipulador de n grados de libertad, vienen dadas por:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial L(q, \dot{q})}{\partial q} = \tau, \quad (12)$$

donde τ son las fuerzas y pares ejercidos externamente.

El **modelo dinámico** puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} D_{11}(q) & D_{12}(q) \\ D_{21}(q) & D_{22}(q) \end{bmatrix}}_{D(q)} \ddot{q} + \underbrace{\begin{bmatrix} C_{11}(q, \dot{q}) & C_{12}(q, \dot{q}) \\ C_{21}(q, \dot{q}) & C_{22}(q, \dot{q}) \end{bmatrix}}_{C(q, \dot{q})} \dot{q} + \underbrace{\begin{bmatrix} G_1(q) \\ G_2(q) \end{bmatrix}}_{G(q)} = \tau,$$

donde

$$\begin{aligned} D_{11}(q) &= m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2 + I_1 + I_3 + I_4, & D_{12}(q) &= -(m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}) \sin(q_1 - q_2) + I_3 + I_4, \\ D_{21}(q) &= -(m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}) \sin(q_1 - q_2) + I_3 + I_4, & D_{22}(q) &= m_2 l_{c2}^2 + m_3 l_2^2 + m_4 l_{c4}^2 + I_2 + I_3 + I_4, \\ C_{11}(q, \dot{q}) &= 0, & C_{12}(q, \dot{q}) &= [m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}] \cos(q_1 - q_2) \dot{q}_2, \\ C_{21}(q, \dot{q}) &= -[m_3 l_2 l_{c3} + m_4 l_1 l_{c4}] \cos(q_1 - q_2) \dot{q}_1, & C_{22}(q, \dot{q}) &= 0, \\ G_1(q) &= 0, & G_2(q) &= 0. \end{aligned}$$



5. TÉCNICA DE CONTROL

En movimiento libre el efector final del robot planar es manipulado por el operador para crear la trayectoria patrón. El operador tiene la libertad de decidir cuál trayectoria patrón establecer, por lo tanto el robot planar no debe presentar ningún tipo de oposición al movimiento cuando el operador lo esté manipulando. Tomando en cuenta las condiciones previamente establecidas, el robot planar deberá trabajar en un régimen de movimiento libre. En éste régimen la entrada de control es:

$$\tau = 0 \quad (13)$$

y la ecuación del sistema en lazo cerrado está definida como:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + B\dot{q} + g(q) = 0 \quad (14)$$

Durante el movimiento restringido, cuando el manipulador planar se mueve según la trayectoria patrón, el sistema utiliza un controlador de seguimiento de posición denominado PD. Éste control tiene un eficiente desempeño en tareas de seguimiento, logra un seguimiento robusto sin conocimiento de los parámetros dinámicos del robot, ni tampoco de la dinámica del robot. Entonces para este régimen la ecuación del sistema en lazo cerrado está definida como:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + B\dot{q} + g(q) = \tau \quad (15)$$

Es un hecho bastante notable que el simple esquema de control PD para el control de referencia de robots rígidos puede ser rigurosamente demostrado que funciona en el caso general de la Ecuación (15). Un esquema común de control PD se puede escribir en forma vectorial como:

$$\tau = -K_p \tilde{q} - K_D \dot{\tilde{q}} \quad (16)$$

donde $\tilde{q} = q - q^d$ es el error entre el vector de desplazamiento articular deseado q^d y el vector de desplazamiento articular real q , y K_p , K_D son matrices (positivas) de ganancias proporcional y derivativa, respectivamente. En primer lugar, se observa que, en ausencia de gravedad, es decir, si $g(q)$ es cero, la ley de control PD dada en la Ecuación (15) alcanza el seguimiento asintótico de las posiciones articulares deseadas. Esto, en efecto, reproduce el resultado derivado previamente pero es más riguroso, en el sentido de que los términos no lineales de acoplamiento no están aproximados por una perturbación constante.

6. PARTE EXPERIMENTAL

Una vez que se obtienen los parámetros estimados del modelo dinámico y después de la construcción e integración del sistema prototipo descrito en las secciones anteriores, se llevó a cabo una serie de experimentos y pruebas con el fin de verificar las hipótesis de diseño. En la Tabla 1 se muestran los parámetros estimados del modelo dinámico y en la Figura 4 se muestra el sistema prototipo integrado.

Tabla 1. Parámetros estimados del modelo dinámico

Eslabón	Longitud	Distancia al centro de masa	Masa	Momento de inercia
1	$l_1 = 0.485m$	$l_{c1} = 0.2341m$	$m_1 = 0.5784kg$	$I_1 = 0.0267kg \cdot m^2$
2	$l_2 = 0.1m$	$l_{c2} = 0.05m$	$m_2 = 0.4269kg$	$I_2 = 6.133 \times 10^{-3} kg \cdot m^2$
3	$l_3 = 0.485m$	$l_{c3} = 2425m$	$m_3 = 0.5324kg$	$I_3 = 0.0239kg \cdot m^2$
4	$l_4 = 0.240m$	$l_{c4} = 0.1805m$	$m_4 = 0.735kg$	$I_4 = 0.0144kg \cdot m^2$



Figura 4. Prototipo robótico.

En la Figura 5 se muestra el esquema de la integración del sistema a nivel de "hardware". Al iniciar el primer ciclo la tarjeta de adquisición de datos recibe la información proveniente de los encoders al mover el manipulador con la trayectoria deseada, una vez terminada la cuenta; se inicia el segundo ciclo donde los actuadores reciben la información de la tarjeta de adquisición de datos previamente leídos por los encoders en el primer ciclo. Finalmente, al terminar la cuenta del segundo ciclo los datos son guardados en el disco duro de la PC en un archivo *.xls para su apropiado manejo.

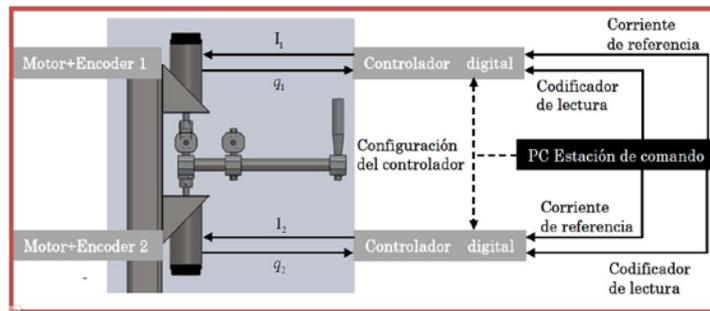


Figura 5. Arquitectura de control.

Para la ley de control implementada, la simulación en Visual Studio arroja que el error del seguimiento de posición es muy bajo, los dos resultados son presentados a continuación:

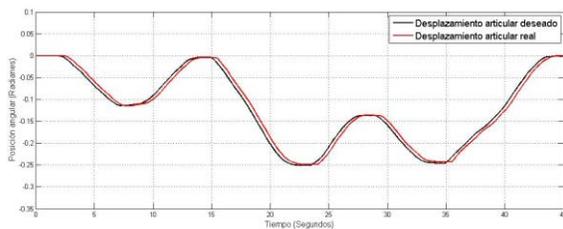


Figura 6. Seguimiento de posición de q_1 .

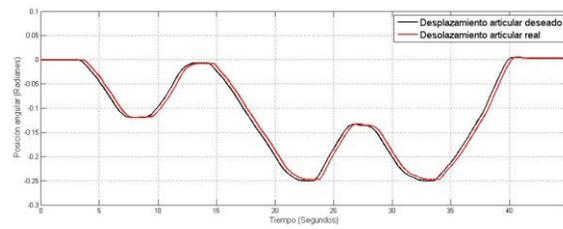


Figura 7. Seguimiento de posición de q_2 .



7. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Este trabajo tuvo como propósito esencial el de construir una plataforma experimental robótica a partir de un diseño fundamentado en el modelo cinemático y dinámico. El diseño mecánico estuvo basado en un manipulador planar (mecanismo de cuatro barras tipo paralelogramo) de dos grados de libertad, sin efecto gravitatorio, para ello se utilizaron materiales como acero y aluminio. Se realizaron diversas pruebas mecánicas para constituir la versión final del robot, esto debido a fenómenos inherentes al mecanismo de eslabones articulados como los esfuerzos cortantes y torsionales, así como los relacionados a los momentos inerciales. Se realizaron estudios de las propiedades cinemáticas, y se corroboraron los resultados de manera experimental, describiendo movimientos aleatorios dentro del espacio de trabajo del robot evaluándose de manera inmediata los modelos cinemáticos directo e inverso, así como la manipulabilidad definida explícitamente de la matriz jacobiana del robot. Estos resultados motivaron a la aplicación de una ley de control clásica, con el propósito de cerrar el lazo con los decodificadores ópticos acoplados mecánicamente a los motores del robot. Los resultados reportados se describen a continuación:

Al concluir el diseño, construcción y pruebas del manipulador planar robótico, se podrían plantear estudios de aprendizaje motriz y el diseño de protocolos de rehabilitación motriz que pueden explotar las características del sistema. El manipulador robótico es un sistema abierto y, en el espíritu de diseño abierto, se pretende fomentar la difusión de la terapia robótica. Esta será la línea de investigación aplicada.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Boletín de Epidemiología Número 23-49, volumen 18 del 2001. ISSN14051405-2636.
- [2] Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática. Estadísticas del Sector Salud y Seguridad Social. Cuaderno Número 19, Edición 2002. México, D.F. 2003:50-51.
- [3] GRUNDY SM, BENJAMIN IJ, BURKE GL, CHAID A, ECKEL RH, HOWARD BV, ET AL: *Diabetes and cardiovascular disease: a statement for health care professionals from the American Heart Association*. Circulation 1999; 100: 1134-1146.
- [4] Pan American Health Organization. *Health in the Americas*. PAHO Scientific and Technical Publication No. 587. Washington, DC; 2002.
- [5] RANGEL GR, MARTÍNEZ H: *Avances recientes en el diagnóstico y el manejo de la enfermedad cerebrovascular isquémica aguda*. Gac Med Mex 1997; 133(5): 431-553.
- [6] Duarte E. Rehabilitación en la GPC del ictus de Catalunya: resumen de las principales recomendaciones. Rehabilitación (Madr). 2007;41 Extr:33-46.
- [7] Burgar CG, Lum PS, Shor PC, Machiel Van der Loos HF. Development of robots for rehabilitation therapy: the Palo Alto VA/Stanford experience. J Rehabil Res Dev. 2000;37:663-73.
- [8] Stein J. Abordajes para la recuperación de la función motora en pacientes con accidente vascular cerebral. Ayudas robóticas. Rehabilitación (Madr). 2004;38 Supl:III-XII.
- [9] Gupta A, O'Malley MK. Design of a haptic arm exoskeleton for training and rehabilitation. ASME/IEEE Trans Mechatronics. 2006;11:280-9.
- [10] Luis I. Lugo-Villeda, Antonio Frisoli, Edoardo Sotgiu, Giovanni Greco¹ and Massimo Bergamasco: Right-Arm Robotic-Aided-Therapy with the Light-Exoskeleton: A General Overview. 56025 - Pontedera (Pisa), Italy.



- [11] J.J. Craig. *Robótica*, Pearson Educación, S.A., México, 2006.
- [12] R. Kelly, V. Santibáñez y A. Loría, *Control of Robots Manipulators in Joint Space*, Springer-Verlag, London, 2005.
- [13] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hal, Upper Saddle River, 1996.
- [14] F.L. Lewis, C.T. Abadía, D.M. Dawson, *Control of Robot Manipulators*, MacMillan, New York, 1993.
- [15] Z. Qu and D.M. Dawson, *Robust Tracking Control*, IEEE Press, New York, 1993.