**INTRODUCCION A LA VALUACIÓN DE OPCIONES EXOTICAS**

Alejandra Cortés Guevara, Dr. Víctor Hugo Vázquez Guevarab, Dr. Hugo Adán Cruz Suárezc

a,b,cFacultad de Ciencias Físico Matemáticas. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

[201124520@alumnos.fcfm.buap.mx](mailto:201124520@alumnos.fcfm.buap.mx), [vvazquez@fcfm.buap.mx](mailto:vvazquez@fcfm.buap.mx), [hcs@fcfm.buap.mx](mailto:hcs@fcfm.buap.mx)

**RESUMEN**

El trabajo realizado consta de una parte teórica en donde se encuentran definiciones y fórmulas elementales para llevar acabo la valuación de opciones exóticas. La segunda parte es práctica, en dónde se ha realizado un programa en VBA en el cual se emplean los conocimientos dados en la primer parte, mediante este programa se pretende lograr una mejor explicación del tema, ya que en el contexto de los instrumentos financieros, las opciones son productos muy populares y difundidos debido a que ayudan a disminuir el riesgo en algunas negociaciones.

Las opciones que son más complejas que las opciones comúnmente negociadas se denominan exóticas. Incorporan distintas variantes ("exoticidades") que pueden llegar a complicar el cálculo de la valoración de la opción en gran medida. En muchos casos, para valorarlas se emplea la generación de números aleatorios en base al método estadístico de Montecarlo.

1. **INTRODUCCIÓN**

La importancia del estudio de las opciones para los inversionistas es debida a la especulación y a la cobertura que ofrecen; por su versatilidad permiten al inversionista realizar estrategias para lograr sus objetivos dentro del mercado, por otra parte tienen facilidad de combinarse con otros instrumentos financieros.

Deﬁnición1.1 (Opción). Contrato entre el tenedor y el escritor que da el derecho al tenedor pero no la obligación de comprar o vender cierta cantidad de acciones a cierto precio en una determinada fecha.

Como las opciones son instrumentos ﬁnancieros que derivan su valor de otro instrumento llamado activo subyacente, suelen a menudo denominarse derivados. Las opciones, por ser contratos que se emiten sobre un determinado activo subyacente y poseen una fecha de expiración, son con- tratos normalizados, lo que ayuda a dar una mayor liquidez a los mercados ﬁnancieros, ya que los inversionistas se concentran en los títulos de éstas y aumentan la negociación. Formalmente:

Deﬁnición1.2 (opción asiática). Tipo de opción para las cuales el precio del activo subyacente en el vencimiento se determina como la media de las cotizaciones del mismo durante un período de tiempo. Reducen las posibilidades de manipulación del precio del subyacente en fechas próximas a la expiración. Además como el valor de la opción no depende del precio St sino del precio promedio, son opciones dependientes de la trayectoria del precio del subyacente.

Definición1.3 (opción barrera). Tipo de opción cuya principal característica es que la expiración o iniciación de la opción ocurre cuando el precio del activo subyacente alcanza algunos valores determinados, denominados niveles barrera.

Las opciones se subdividen en opciones tipo Call y tipo Put.

Deﬁnición1.4 (opción Call). Las opciones Call son aquellas que dan el derecho de adquirir un bien.

Definición1.5 (opción Put). Las opciones Put son aquellas que seden el derecho de vender un bien.

Definición1.6 (in the money). Se dice que una opción Call está “in the money” cuando el precio de ejercicio está por debajo del precio de mercado del activo subyacente.

Definición1.7 (in the money). Se dice que una opción Put está “in the money” cuando el precio de ejercicio está por encima del precio de mercado del activo subyacente.

Definición1.8 (out the money). Se dice que una opción Call está “out the money” cuando el precio de ejercicio está por encima del precio de mercado del activo subyacente.

Definición1.9 (out the money). Se dice que una opción Put está “out the money” cuando el precio de ejercicio está por debajo del precio de mercado del activo subyacente.

Se puede observar que se habla de diversos parámetros que se denotarán por:

•E, indica el precio de ejercicio al cual se comprará o venderá el bien

•n, indica el número de que se dividirá T

•*S(i)* indica el precio del subyacente en fechas tomadas como referencia ( i = 0...n)

• r, es la tasa de interés libre de riesgo

, es la volatilidad .

1. **DESARROLLO TEÓRICO**

Definición 2.1 (Opción Exótica). Tipo de opción cuya estructura de resultados es diferente a la de las opciones básicas, y que han surgido con la intención de abaratar el costo de las primas de éstas, o bien para ajustarse adecuadamente a determinadas situaciones. Generalizando, se suele denominar opciones exóticas a todas aquellas cuyo valor en la fecha de maduración no es el de una opción call ni el de una put.

* 1. Opción Asiática.

Las opciones básicas (europeas o americanas), dependen sólo del valor que tiene el subyacente, St en el instante en que se ejerce. Por ejemplo, para el caso de una opción europea call, si en la fecha de maduración el precio del activo subyacente sufre un cambio fuerte hacia abajo, la opción cambiaria bruscamente de estar “in the money” a estar “out the money”, es decir, la opción valdría 0, por lo que no se ejercería el derecho de comprar el activo subyacente.

Una forma de neutralizar (hasta cierto punto) estos cambios repentinos en el precio de la opción, es obtener un contrato sobre el valor promedio del precio del subyacente. Por otro lado, el hecho de que una opción esté basada en una media, reduce distorsiones en los precios debido a la carencia de un mercado suficientemente amplio del subyacente. Lo anterior son las dos principales razones por las que el uso de este tipo de opciones ha tenido un gran auge en el ámbito financiero en los últimos años.

El promedio utilizado normalmente es la media aritmética, aunque en ocasiones también se utiliza la media geométrica. El vencimiento de la opción suele coincidir con el momento en el que se toma el último precio incorporado a la media.

El precio de una opción call asiática en la fecha de vencimiento T (considerando al tiempo de forma continua) está dado por

*Max(*

El precio de una opción put asiática en la fecha de vencimiento T está dado por

*Max(*

En práctica, el tiempo se considera discreto, asi remplazando el promedio continuo por el aritmético :

O bien por el promedio geometrico

en donde, 0 ≤ t1≤ t2<...<tn≤T.

La dependencia de las trayectorias para opciones asiáticas, es en cierto sentido más complejo, en comparacion con las opciones básicas. El valor de la opción depende del número de valores de la opción tomados, no solo de los extremos.

Valuación de opciones asiáticas

Dado que la diferencia fundamental entre valuar opciones europeas y asiáticas radica en la cantidad a restarse (o ser restada) del precio de ejercicio, es necesario obtener el mencionado promedio mediante el Método de simulación de Monte Carlo. Para esto, se simula cierta cantidad (digamos *M*) de trayectorias de longitud *n* de precios del activo subyacente bajo los supuestos del modelo de Black y Scholes y para cada una de éllas se calcula el promedio aritmético (o geométrico) para posteriormente calcular el valor de la opción de cada trayectoria mediante (en el caso Call)

*e-rT Máx (0, A(Sj(T))- E), donde A(S(T) )=*

y el súper índice indica que se trata de la trayectoria *j-*ésima.

Finalmente, el valor de la opción se obtiene al promediar los *M* valores obtenidos anteriormente.

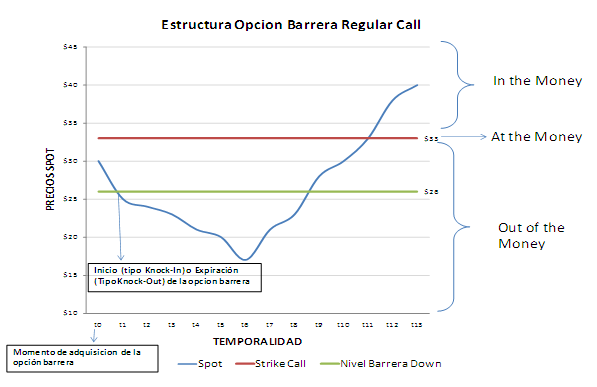
2.3 Opciones barrera.

En vista que el nivel barrera puede ubicarse por arriba o por debajo de los precios del activo subyacente en el momento t=0, la opción puede adquirir el nombre de Up (nivel barrera mayor a ST) o Down (nivel barrera menor al ST).

En el lenguaje financiero se utilizan los términos Knock-in y Knock-out. El termino Knock-In implica que lo opción se iniciara cuando el precio del activo subyacente alcance la barrera especificada, por el contrario, el término Knock-out representa que la opción expirara en el momento en que el activo subyacente alcance dicha barrera.

Nótese que lo anterior muestra las posibles combinaciones de opciones barrera que pueden surgir. Cuando se habla de una combinación de opciones barrera, por ejemplo, Up and knock-in, se les denomina opciones barrera de tipo Up and In, de esta forma se conforman cuatro tipos de opciones barrera.

Existen ocho tipos de opciones barrera, dado que los cuatro tipos (mencionados arriba) pueden ser opciones tipo Call o Put.

Figura 2.3.1 El siguiente grafico muestra la estructuración de una opción barrera regular Call

A continuación se definirán las principales características de las opciones Knock-Out y Knock-In de opciones regulares.

Opciones barrera tipo knock out

Una opción tipo Knock-Out contiene todas las características de las opciones básicas, añadiendo un segundo precio strike conocido como nivel barrera, disparador o outstrike, el cual es el precio al cual la opción expira cuando el activo subyacente alcanza o sobrepasa dichos niveles de precio.

Las opciones barrera knock-out ordinarias contienen el riesgo de permitir la expiración de la opción antes del periodo de maduración. Cabe mencionar que entre menor es la diferencia entre el precio de ejercicio y el nivel barrera, menor es el costo de la prima que se paga por la opción, lo que implica mayores ahorros respecto a la opción básicas. El precio de la opción también es influido por el tiempo de maduración de la opción, puesto que entre mayor sea el tiempo, mayor será la posibilidad de que el subyacente llegue al nivel barrera.

Opciones barrera tipo knock in

La opción barrera Knock-In, contrario a las opciones knock-Out, comienza a existir cuando el precio del activo subyacente alcanza al nivel barrera definido. Al adquirir una opción desactivada, el inversionista está expuesto a que los precios del activo subyacente lleguen al nivel barrera definido, y de nuevo el pago de la prima puede no representar el derecho a comprar o a vender algo a un precio determinado.

Cabe mencionar que entre menor es la diferencia entre el precio de ejercicio y el nivel barrera, mayor es el costo de la prima que se paga por la opción.

Los precios de las opciones barrera están influidos principalmente por tres factores, los cuales son la proximidad del valor ST al nivel barrera, la volatilidad del activo y la fecha de maduración, ya que estos factores facilitan o dificultan que los precios del subyacente alcancen el nivel barrera. El efecto que cada uno de los factores tiene sobre la prima de una opción barrera tipo Knock Out es inverso al efecto que tienen sobre una opción barrera tipo Knock In.

La valuación de opciones barrera usando el método de Monte Carlo es similar a la valuación de opciones asiáticas, por ejemplo para una barrera de tipo call up and out se debe también simular cierto número de trayectorias del precio del subyacente para posteriormente calcular

*e-rT Máx (0,Sj(T)- E)*

si el máximo del precio del subyacente en esa trayectoria fue menor que la barrera, y como cero en ontro caso. Finalmente, el valor de la opción es el promedio de estas cantidades.

1. **PARTE EXPERIMENTAL**

A continuación se presente una valuación realizada el día 2 de abril del año en curso (2015), la opción será sobre una acción de MacDonald’s Corporation realizada en un programa hecho en VBA.

Empecemos definiendo los datos necesarios para calcular el valor de la opción asiática call;

El precio al inicio de la vida de la opcion es So= $96.29, se ha definido el precio de ejercicio E= $95 y La tasa de interés libre de riesgo =3.22% Cetes a 27 días.

Se acuerda el contrato en la fecha 01.07.13 (1 de julio del 2013) y se planea ejercer el derecho (si así conviene) de comprarlo en la fecha 01.02.15 (1 de febrero del 2015), así que el tiempo de vida de la opción es T = 19 meses.

Como ya se vio en la teoría, el valor de la opcion asiática se calcula mediante la media de los precios del activo subyacente, por lo que se decide tomar 30 precios diferentes en 20 trayectorias.

Al introducir todos estos datos a dicho programa, se obtiene finalmente que el valor de la opción asiática call es $ 2.5069835.

En la Figura 3.1 podemos observar el valor de la misma opción considerando distintas fechas de expiración.

Figura 3.1



**CONCLUSIONES**

A diferencia de las opciones de tipo americano y europeo, los métodos binomiales no son la mejor herramienta para valuar opciones exóticas. Sin embargo, en este caso el método de simulación de Monte Carlo es más adecuado.

**BIBLIOGRAFÍA**

[1] Higham D. An introduction to financial option valuation. Cambridge 2004.

[2] Alducin Yóbal Rocío. Modelos de Árboles Binomiales con Volatilidad Implícita. Tesis de Maestría en Ciencias (Matemáticas). FCFM-BUAP, 2012.