



ANÁLISIS COMPARATIVO ENTRE EJES HUECOS Y EJES SÓLIDOS EN LA TRANSMISIÓN DE POTENCIA

Jesus Diego Alberto Ramirez Nuñez^a, Francisco Javier Ortega Herrera^b, Guillermo Tapia Tinoco^b, José Miguel García Guzmán^b, Diana Joyarib Magdaleno Solano^b, Juan Pablo Razón González^b,

^aEstudiante de Ingeniería Electromecánica, Instituto Tecnológico Superior de Irapuato, diegoalbertoramirez@outlook.com

^bInstituto Tecnológico Superior de Irapuato. frortega@itesi.edu.mx, gutapia@itesi.edu.mx, migarcia@itesi.edu.mx, dimagdalenos@itesi.edu.mx, jurazon@itesi.edu.mx

RESUMEN

En este trabajo se realiza una comparación entre los esfuerzos cortantes y normales que soportan ejes sólidos y ejes huecos, cuando se les aplica un par de torsión proporcionado por un motor y una fuerza perpendicular aplicada a la mitad de su longitud. Se analizan dos casos de estudios, en el primer caso se considera que los ejes huecos y sólidos tienen el mismo volumen de material, en el segundo caso de estudio se considera que el diámetro externo del eje hueco y el diámetro del eje sólido son los mismos, para ambos casos se crean modelos matemáticos que permiten determinar tanto los esfuerzos cortantes como los esfuerzos normales, dichos modelos son desarrollados suponiendo que no existen concentradores de esfuerzos en ninguno de los ejes. Los modelos matemáticos son resueltos para diámetros del eje sólido de 25, 37, 50, 67 y 75 mm, mientras que el diámetro interno del eje hueco sufre una variación en el rango de 1 a 50 mm. Los resultados obtenidos muestran que para el caso donde se considera que el volumen del material es igual para ambos ejes los esfuerzos cortantes y normales disminuyen conforme aumentan el diámetro del eje sólido y el diámetro exterior del eje hueco, mientras que en el caso donde el diámetro externo del eje hueco y el diámetro del eje sólido son iguales los esfuerzos son mayores en los ejes huecos que en los ejes sólidos aumentando conforme el diámetro interno del eje hueco crece, además cuando el diámetro interno del eje hueco es la mitad de su diámetro externo los esfuerzos que soporta un eje sólido y un eje hueco son prácticamente iguales.

1. INTRODUCCIÓN

Es sabido que la resistencia mecánica volumétrica de un eje, es decir, la magnitud de las tensiones que surgen en su sección transversal bajo una carga determinada, está definida por el módulo de resistencia a la flexión y el módulo de resistencia a la torsión (Araque y Cabello, 2006). En el proceso de transmitir potencia a una velocidad de giro o velocidad rotacional específica, el eje se sujeta, de manera inherente, a un momento de torsión o torque, por consiguiente, en el eje se genera tensión por esfuerzo de corte por torsión (Mora, 2011). Ariza, Gutyrva y Jomyak (2014) analizan ejes huecos con una grieta plana y se estudia su comportamiento a flexión rotativa, en él se obtiene que la grieta perjudica la resistencia de los ejes para ciertos valores de radio interno mientras que para otros valores, el resultado es ventajoso. El estado de cortante puro en la superficie de la barra (esfuerzo máximo) equivale a esfuerzos iguales de tensión y compresión que actúan en un elemento orientado a un ángulo de 45° (Limón, Pérez, Plascencia, Aguilera, Pérez y Jiménez, 2013). Los tubos circulares resisten con más eficiencia cargas de torsión que las barras sólidas, si la reducción de peso y el ahorro de material son importantes, es aconsejable utilizar un tubo circular. Los impulsores grandes, los de hélices y los ejes generadores usualmente tienen secciones transversales circulares huecas (Molina y Solórzano, 2011). En Casillas (2011) se



analizó el diseño de ejes con secciones transversales diferentes y se calculó la concentración de esfuerzos en las zonas críticas del eje. En la investigación de estos ejes solo se analizaron ejes sólidos, dejando de lado los ejes huecos, enfatizando los cambios de radio en los ejes (zonas críticas). Las especificaciones principales que deben cumplirse en el diseño de un eje de transmisión son la potencia que debe transmitirse y la velocidad de rotación del eje. La función del diseñador es seleccionar el material y las dimensiones de la sección transversal del eje, para que el esfuerzo cortante máximo permisible del material no sea excedido cuando el eje transmite la potencia requerida a la velocidad especificada (Beer, 2010).

El objetivo del presente es comparar los esfuerzos cortantes y normales que soportan ejes huecos y ejes sólidos para analizar la variación de los esfuerzos en función de los diámetros de ambos ejes, primeramente manteniendo igual el volumen del material en ambos ejes y posteriormente considerando que el diámetro externo del eje hueco y el diámetro del eje sólido son iguales.

2. MODELO MATEMÁTICO

En la Tabla 1 se muestra la nomenclatura utilizada en el desarrollo del modelo matemático.

Tabla 1. Nomenclatura utilizada en el modelo matemático

| | | | |
|-------|--|--------------|--|
| c | Distancia del centro del eje al punto donde se calcula el esfuerzo (m) | M | Momento flexionante (N·m) |
| d | Diámetro del eje sólido (m) | n | Velocidad de giro del motor (rpm) |
| d_1 | Diámetro interno del eje hueco (m) | P | Potencia (W) |
| d_2 | Diámetro externo del eje hueco (m) | T | Par de torsión (N·m) |
| F | Fuerza (N) | V_{hueco} | Volumen del eje hueco (m ³) |
| I | Momento de inercia (m ⁴) | $V_{sólido}$ | Volumen del eje sólido (m ³) |
| J | Momento polar de inercia (m ⁴) | σ | Esfuerzo Normal (Pa) |
| L | Longitud del eje (m) | T_{max} | Esfuerzo cortante (Pa) |

A continuación se desarrolla el modelo matemático que permite determinar el esfuerzo cortante y el esfuerzo normal en ejes huecos y ejes sólidos, los cuales no tienen cambio de sección en toda su longitud y están conectados a un motor eléctrico el cual proporciona el torque necesario para su funcionamiento. El esfuerzo normal es determinado mediante la Ecuación (1) y el esfuerzo cortante se determina mediante la Ecuación (2).

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot c}{J} \quad (1)$$

$$\sigma = \frac{M \cdot c}{I} \quad (2)$$

El par ejercido por el motor se determina mediante la Ecuación (3) y el momento flexionante es determinado por la Ecuación (4).

$$T = \frac{60P}{2\pi n} \quad (3)$$

$$M = F \cdot L \quad (4)$$

Para ejes huecos las Ecuaciones (5) a (7) determinan c , I y J respectivamente para ejes sólidos c se determina por la Ecuación (8), I se determina por la Ecuación (9) y J por la Ecuación (10).



$$c = \frac{d_2}{2} \quad (5)$$

$$I = \frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{64} \quad (6)$$

$$J = \frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{32} \quad (7)$$

$$c = \frac{d}{2} \quad (8)$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad (9)$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32} \quad (10)$$

Se analizan dos diferentes casos de estudio para comparar los esfuerzos normales y cortantes que soportan los ejes huecos y sólidos, en el primer caso se analizan los esfuerzos cuando los volúmenes de material para ambos ejes es el mismo. El volumen para un eje sólido es determinado por la Ecuación (11) y el volumen para un eje hueco es determinado por la Ecuación (12).

$$V_{\text{hueco}} = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2)L \quad (11)$$

$$V_{\text{sólido}} = \frac{\pi}{4}(d^2)L \quad (12)$$

Combinando las Ecuaciones (11) y (12) se obtiene la Ecuación (13) la cual representa la relación entre los diámetros externo e interno de un eje hueco y el diámetro de un eje sólido.

$$d^2 = d_2^2 - d_1^2 \quad (13)$$

En el segundo caso se analiza la variación de los esfuerzos normales y cortantes en ejes huecos y ejes sólidos cuando el diámetro exterior del eje hueco y el diámetro del eje sólido son iguales.

3. RESULTADOS

Para resolver el modelo matemático se considera que el par de torsión que soportan los ejes es aplicado mediante un motor de 50 Hp, el cual gira a una frecuencia de 240 rpm y que el eje soporta una fuerza perpendicular de 500 N aplicada a la mitad de su longitud la cual es de 60 cm. La Figura 1 muestra la gráfica de los esfuerzos normales y la Figura 2 muestra la gráfica de los esfuerzos cortantes ambas en función del diámetro interno del eje hueco para el caso de estudio donde se considera que el volumen del material en ambos ejes es el mismo. La Figura 3 muestra la gráfica de los esfuerzos normales y la Figura 4 muestra la gráfica de los esfuerzos cortantes ambas en función del diámetro interno del eje hueco para el caso de estudio donde el diámetro externo del eje hueco y el diámetro del eje sólido son los mismos. En dichas figuras las líneas sólidas corresponden a los esfuerzos que soportan los ejes huecos y las líneas punteadas corresponden a los esfuerzos que soportan los ejes sólidos, ambas líneas son realizadas para un rango del diámetro interno del eje hueco de 1 a 50 mm y un diámetro del eje sólido de 25, 37, 50, 67 y 75 mm, mientras que el diámetro externo del eje sólido se determina por la Ecuación (13).

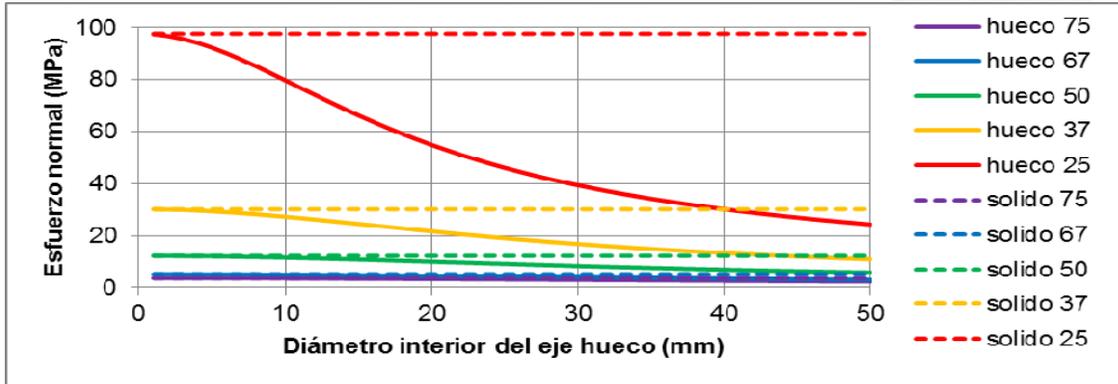


Figura 1. Variación del esfuerzo normal en función del diámetro interno del eje hueco para el caso donde el volumen del material es el mismo en ambos ejes, considerando diámetros del eje sólido de de 75, 67, 50, 37 y 25 mm.

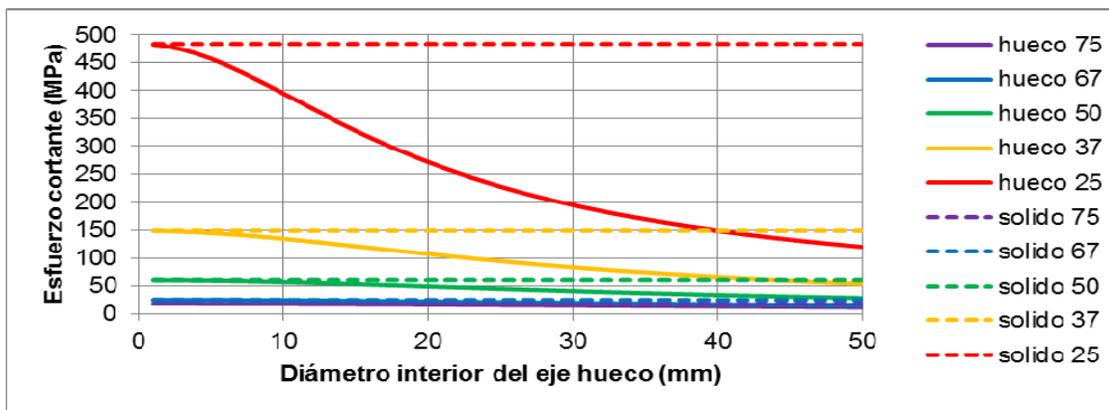


Figura 2. Variación del esfuerzo cortante en función del diámetro interno del eje hueco para el caso donde el volumen del material es el mismo en ambos ejes, considerando diámetros del eje sólido de de 75, 67, 50, 37 y 25 mm.

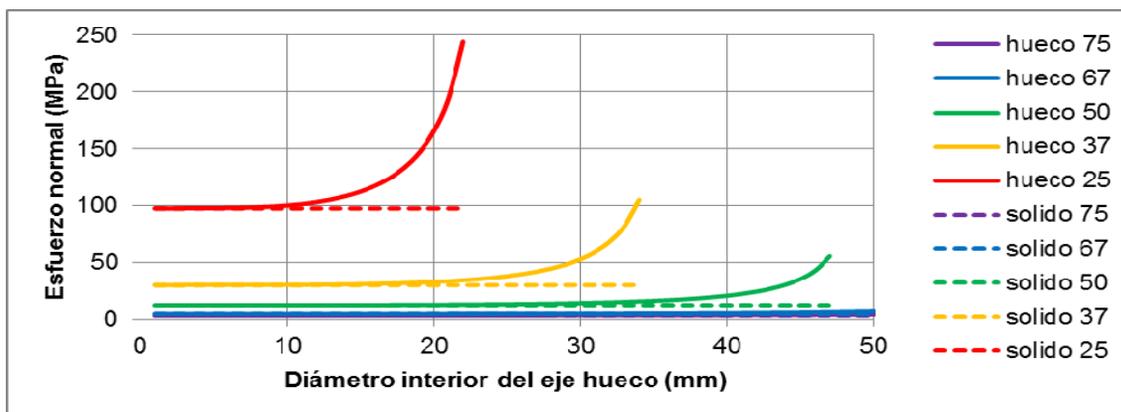


Figura 3. Variación del esfuerzo normal en función del diámetro interno del eje hueco para el caso donde el diámetro el eje sólido y el diámetro externo del eje hueco son los mismos, considerando diámetros del eje sólido de de 75, 67, 50, 37 y 25 mm.

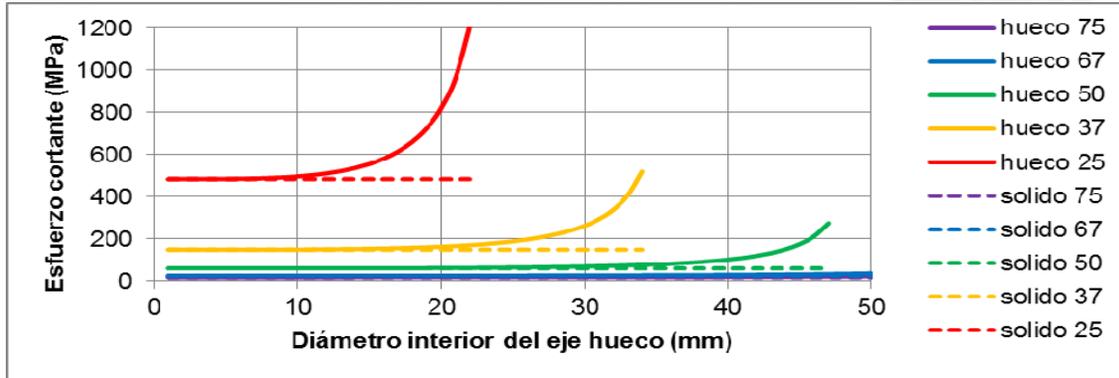


Figura 3. Variación del esfuerzo normal en función del diámetro interno del eje hueco para el caso donde el diámetro el eje sólido y el diámetro externo del eje hueco son los mismos, considerando diámetros del eje sólido de de 75, 67, 50, 37 y 25 mm.

4. CONCLUSIONES

En el caso de estudios donde se considera que el volumen del material es el mismo para ambos ejes se observa que los esfuerzos cortantes y normales disminuyen conforme aumenta el diámetro externo del eje hueco y el diámetro del eje sólido, por otro lado para ejes huecos conforme aumenta el diámetro interno del eje hueco los esfuerzos disminuyen al mismo tiempo que su espesor disminuye, observándose una disminución más drástica de los esfuerzos conforme el diámetro interior del eje hueco aumenta.

Para el caso donde se considera que el diámetro externo del eje hueco y el diámetro del sólido son iguales se observa que conforme disminuye el diámetro los esfuerzos tanto cortantes como normales aumentan, para ejes huecos se muestra un aumento mayor conforme aumenta el diámetro interno del eje esto debido a que el espesor del eje disminuye, los resultados muestran que cuando el diámetro interno del eje hueco es la mitad de su diámetro externo no existe prácticamente diferencia en los esfuerzos que soporta un eje hueco y un eje sólido.

BIBLIOGRAFÍA

1. A. De los Ríos y J. J. Cabello Eras, "Estudio sobre la resistencia y rigidez de ejes huecos". Scientia et Technica, Año XII, nº 30, p. 219-224, 2006.
2. F. J. Mora Parrazales, "Análisis y diseño de ejes para la transmisión de potencia", Tesis para obtener el título de Ingeniero Mecánico Electricista, Universidad Veracruzana, 2011.
3. J. Ariza, S.S. Guttyrya y M. Jomyak, "Propiedades estructurales de ejes huecos y sólidos con una grieta plana". Ingeniería Mecánica. Vol. 17. No. 2, mayo-agosto, 2014, p. 168-175
4. P. A. Limón Leyva, P. A. Pérez Olivas, H. Plascencia Mora, E. Aguilera Gómez, E. Pérez Pantoja y E. Jiménez López, "Análisis experimental de esfuerzos usando telemetría", XIX Congreso Internacional Anual de la SOMIM, Pachuca, Hidalgo, México, 25 al 27 de Septiembre, 2013.
5. O. M. Molina Jiménez y R. Solórzano Hernández, "Resolución de problemas de torsión utilizando Mdsolids", Tesis para obtener el título de Ingeniero Mecánico Electricista, Universidad Veracruzana, 2011.
6. G. M. Casillas y J. C. García Prada, "Diseño de un eje (UNE-EN 13103) y modelado con pro-e: aplicación a un eje ferroviario", Tesis para la licenciatura de Ingeniería Industrial, Universidad Carlos III de Madrid Departamento de Ingeniería Mecánica, 2011.
7. P. F. Beer, "Mecánica de materiales" McGraw Hill, 2010.