



ESPECTROS DE RESONANCIA ULTRASÓNICA DE MUESTRAS CILÍNDRICAS HUECAS: EFECTOS GEOMÉTRICOS

Diana G. Ramírez-Infante^a, P. A. I. Hernández-Becerra^a, Fernando Millan-Villafañá^a, Miguel Vargas-Luna^a, Isabel Delgadillo-Holtfort^a, Rafael Guzman^b

^aDivisión de Ciencias e Ingenierías DCI, Campus León, Universidad de Guanajuato, ramirezid2011@licifug.ugto.mx, variaciones.sintacticas@hotmail.com, millanvf2011@licifug.ugto.mx, mvargas@fisica.ugto.mx, idelgadilloh@fisica.ugto.mx

^bDivisión de Ingenierías, Campus Irapuato-Salamanca, Universidad de Guanajuato, guzmanc@ugto.mx

RESUMEN

En este trabajo, se miden espectros vibracionales de muestras cilíndricas y tubulares de acrílico mediante espectroscopía de resonancia ultrasónica y se comparan y analizan sus espectros de acuerdo a las dimensiones de las muestras. Éstas consisten en tres series de tubos cilíndricos de longitudes de aproximadamente 10, 15 y 20 ± 0.1 mm, con radios exteriores de 6.3 ± 0.1 mm y radios interiores que varían de 0 (muestras cilíndricas) a 4.6 ± 0.1 mm. El sistema de resonancia ultrasónica emplea pares de piezoeléctricos Panametrics V150. Con estas mediciones se observa la influencia que variaciones de la geometría introducen en picos de resonancia particulares. De manera especial se caracterizan las diferencias geométricas en términos de corrimientos y aparición de picos de resonancia adicionales.

1. INTRODUCCIÓN

La obtención de espectros de fantasmas de hueso por espectroscopía de resonancia ultrasónica RUS se propone como una primera aproximación a la caracterización y estudio del hueso. En el presente análisis, los fantasmas son diseñados en acrílico, considerado por la similitud en densidad con el tejido óseo [1], de una geometría tubular, con paredes de distintos espesores y con diferentes alturas, a fin de analizar las variaciones inducidas a los espectros por cambios graduales de estas características. El análisis empleando la técnica de RUS permite determinar las frecuencias de resonancia que dependen de la forma, densidad y constantes elásticas del material. Las longitudes de onda en las cuales se produce la resonancia son cercanas al tamaño de la muestra, debido a que se obtienen datos de medición sólo en las frecuencias de resonancia, podemos decir que la muestra actúa como un filtro selectivo de esas frecuencias [2]. La técnica RUS involucra la medición de la estructura de resonancia de muestras compactas, generalmente con geometrías simples como esferas, cubos, paralelepípedos o cilindros pequeños, con el objetivo de determinar propiedades mecánicas [3]. En el montaje experimental, se pretende adecuar al sistema de tal forma que se le considere lo más cercano posible a un cuerpo oscilando libremente, ya que las resonancias mecánicas de un objeto con condiciones de borde libre, pueden ser calculadas como una aproximación general de las ecuaciones de movimiento del objeto [2]. Generalmente, la muestra es colocada entre dos o más transductores ultrasónicos, uno que transmite y otro que recibe, en el caso de muestras cilíndricas, como en el presente estudio, la muestra está en contacto con los transductores en las orillas opuestas del cilindro, de tal forma que no se presenta gran acoplamiento de la muestra con los transductores y se minimiza la perturbación de las vibraciones y el corrimiento de las frecuencias de resonancia [3].



2. TEORÍA

En la caracterización mecánica de materiales, las constantes elásticas son de suma importancia, ya que se relacionan con las segundas derivadas de la energía libre con respecto a la deformación y están directamente relacionadas con los enlaces atómicos del material. La técnica RUS ofrece una análisis de las ondas elásticas que se propagan en el material, al caracterizar las propiedades elásticas al obtener experimentalmente un solo espectro en una muestra, lo que proporciona una ventaja en tiempo de experimentación, además de ser una técnica no invasiva [4].

Considerando $u_i(x_k), i, k=1,2,3$, los desplazamientos en un punto de material que está siendo deformado al aplicársele una fuerza, donde x_k es la coordenada antes de la deformación. La deformación puede escribirse en términos del tensor de deformaciones e_{kl} como

$$e_{kl} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right] \quad (1)$$

asumiendo que las deformaciones son pequeñas, de tal forma que los términos de segundo orden se pueden despreciar. Los elementos en la diagonal del tensor de esfuerzos, e_{kk} , son una medida de la extensión por unidad de longitud del k -ésimo eje, mientras que los elementos fuera de la diagonal, e_{kl} , son una medida del cambio en el ángulo entre los ejes k y l . Las fuerzas relacionadas con la deformación son escritas en términos del tensor de esfuerzos σ_{ij} , donde el subíndice i denota el i -ésimo componente de una fuerza actuando en un área unitaria cuya normal está a lo largo del j -ésimo eje. En elasticidad lineal, la generalización de la Ley de Hooke se puede escribir como

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{kl} \quad (2)$$

donde se asume la convención de índices repetidos, y C_{ijkl} son las constantes elásticas, componentes del tensor elástico, el cual presenta 81 constantes elásticas independientes en el caso más general, pero al tomar en cuenta las simetrías del material, se puede simplificar en gran medida [4].

Las ecuaciones de movimiento se obtienen al considerar las fuerzas en un elemento cúbico infinitesimal del material de volumen $dx dy dz$. Despreciando las fuerzas en el cuerpo, la fuerza neta es debida a los diferentes esfuerzos actuando en las diferentes caras del cubo. es decir, debido a la variación espacial del esfuerzo aplicado. La segunda Ley de Newton para el elemento considerado será

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (3)$$

donde ρ es la densidad de masa. Al combinar las ecuaciones (1) y (3) y considerando $C_{ijkl} = C_{jilk}$, se obtiene la ecuación de movimiento

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4)$$

Las soluciones a esta ecuación son difíciles en general, pero se puede asumir soluciones de ondas planas, de tal forma que al diseñar los experimentos, las ondas que se propagan en la muestra son planas, como en los experimentos de resonancia ultrasónica [4].

3. PARTE EXPERIMENTAL

El montaje consiste en una muestra soportada de forma horizontal por dos piezoeléctricos, donde un transductor es usado para el envío de una señal de amplitud y frecuencia constantes y el otro transductor es empleado para detectar las resonancias. El contacto entre el transductor y la muestra se realiza por puntos de contacto, para minimizar la carga sobre la muestra y un posible amortiguamiento de los modos de resonancia, como se muestra en la Figura 1. Se emplean pares de piezoeléctricos Panametrics V150, empleando un pulso cuadrado de 10 Vpp y 30 Hz. Los



fantomas consisten en tres series de tubos cilíndricos, de longitudes de 10, 15 y 20 \pm 0.1 mm, con radios exteriores de 6.3 \pm 0.1 mm y radios interiores que varían de 0 (muestras cilíndricas) a 4.6 \pm 0.1 mm. como se muestra en la Figura 2.

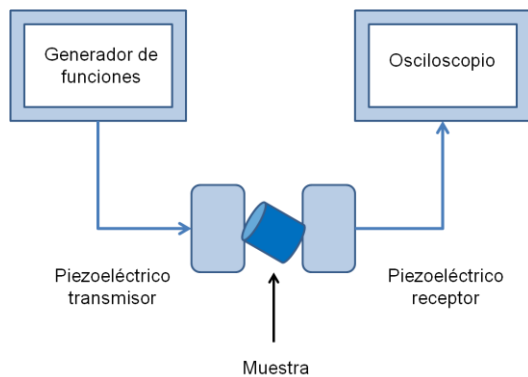


Figura 1. Montaje experimental

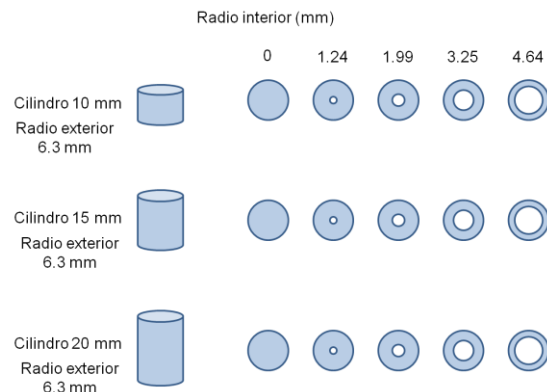


Figura 2. Medidas de fantasmas de acrílico

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la Figura 3, se muestra el espectro vibracional de las muestras tubulares de acrílico de 15 mm de longitud, para los radios interiores 0, 1.24, 1.99, 3.25, 4.64 mm, que se han etiquetado en la gráfica como serie 1, 2, 3, 4 y 5 respectivamente, en relación al radio interior de las muestras. Se aprecia en cada curva cuatro picos característicos, los cuales presentan un corrimiento tanto en frecuencia como en amplitud. Para la muestra representada, los picos a frecuencias bajas presentan corrimientos hacia valores bajos en frecuencia, mientras que los picos de frecuencias altas, muestran corrimientos hacia valores altos en frecuencia. Además, las amplitudes muestran un aumento conforme el radio interior de las muestras tubulares aumenta. Para analizar con más detalle cada una de estas variaciones, se procedió a ubicar cada pico en cada espectro de las diferentes muestras tubulares, y se han graficado respecto al corrimiento en frecuencia y en amplitud, como se muestra en la Figura 4 y 5, respectivamente.

En la Figura 4, para las muestras de 10 mm, se aprecia un aumento en la frecuencia donde se ubica la resonancia en el espectro, conforme el radio interno aumenta. Para la muestra de 15 mm, en los primeros dos picos de resonancia ubicados, se aprecia un aumento en la frecuencia, en relación con el aumento del radio interno de la muestra, mientras que para los picos de frecuencias más altas hay una disminución de las frecuencias a medida que el radio interno aumenta. Para la muestra de 20 mm, todos los picos muestran un corrimiento a frecuencias más altas a medida que el radio interno aumenta.

En la Figura 5, que presenta el corrimiento en amplitud respecto a los picos de resonancia, normalizada con respecto a la mayor amplitud de cada espectro en cada serie. Para las muestras de 10 mm y 20 mm, no se aprecia un patrón que se pueda especificar fácilmente, mientras que para la muestra de 15 mm, los picos 2 y 3 no presentan variación apreciable, mientras que los picos 1 y 4 muestran una notable disminución a medida que el radio interno aumenta.

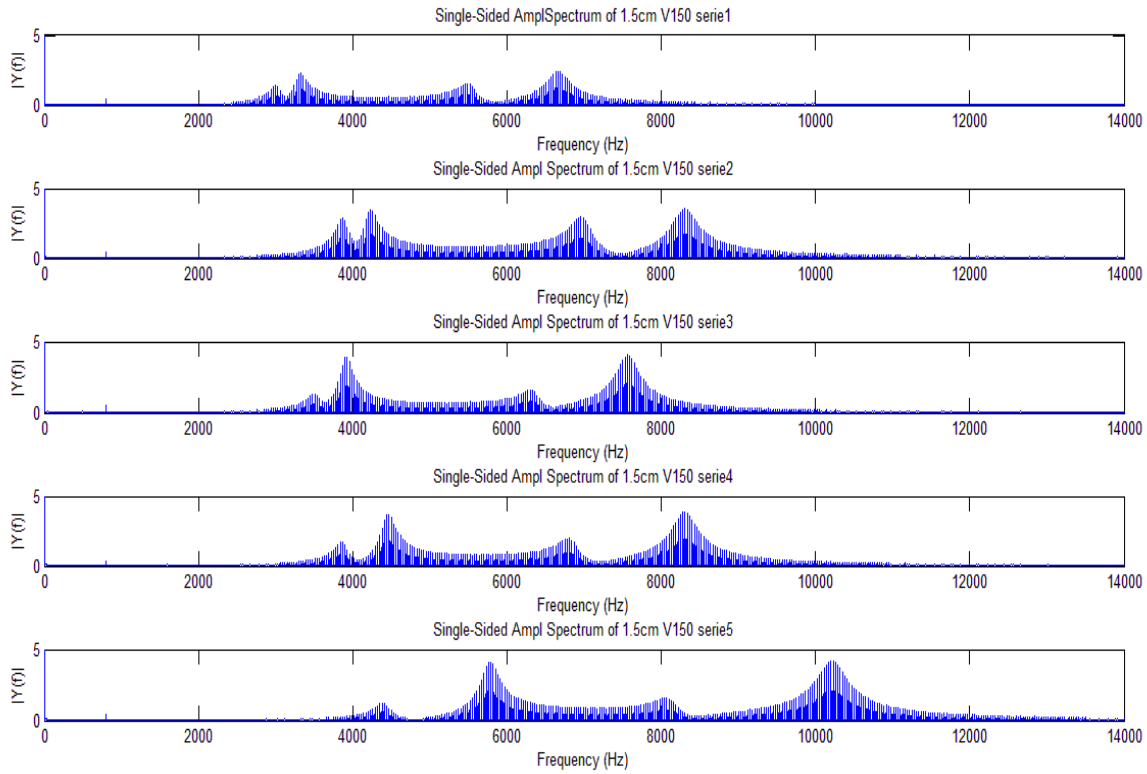
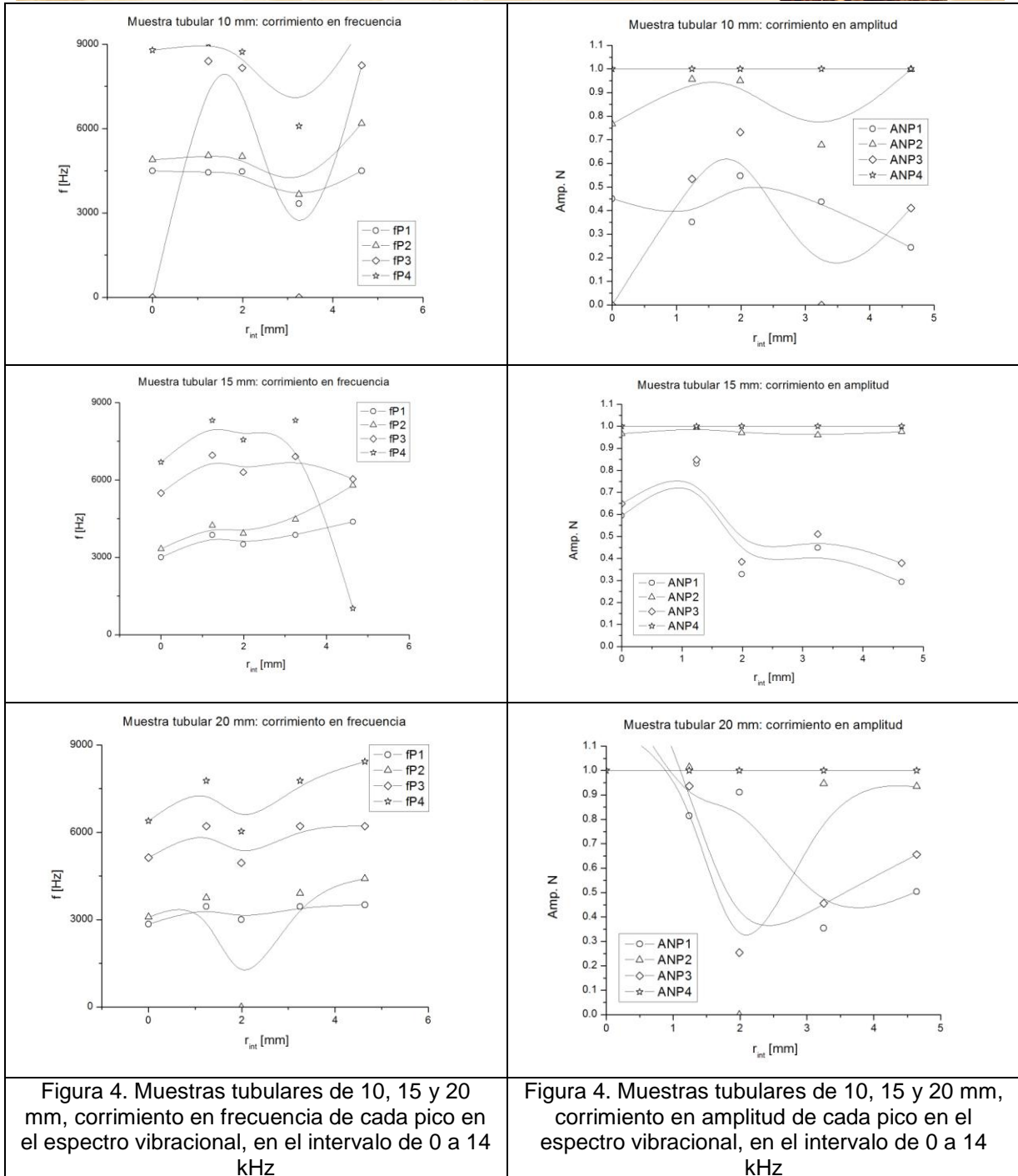


Figura 3. Espectros vibracionales de las muestras tubulares de acrílico de 15 mm de longitud, para los radios interiores 0, 1.24, 1.99, 3.25, 4.64 mm





5. CONCLUSIONES

Se ha realizado un análisis cualitativo del corrimiento en frecuencia y variaciones en la altura de los picos del espectro de resonancia para cada conjunto de muestras, se aprecian posibles patrones relacionados con las variaciones graduales del radio interno de las muestras. A pesar de esto, no es posible establecer un resultado concluyente respecto al espesor de las muestras. Muy probablemente se requiere un análisis que involucre un mayor número de muestras en términos de desviación de ejes principales para poder obtener mayor información respecto a las variaciones geométricas entre muestras.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos el apoyo financiero de CONACYT, el apoyo financiero parcial del Proyecto DAIP 2014: "Caracterización mecánica del hueso: cambios inducidos en los espectros vibracionales como función del tamaño y la densidad mineral ósea". Se agradece al Sr. Juan Manuel Noriega por el maquinado de las muestras

BLIOGRAFÍA

1. Sánchez A. Silvia, Rivera Montalavo T., Villaseñor Navarro F. *Diseño de un fantoma antropométrico de cabeza y cuello para dosimetría en un LINAC*. V Simposio de Tecnología Avanzada 2010; 45-47
2. Matthew Kenneth Fig. Litwiller, *Resonant Ultrasound Spectroscopy and the Elastic Properties of Several Selected Materials* Iowa State University, (2000)
3. Y. C. Wang and R. S. Lakes, *Resonant ultrasound spectroscopy in shear mode*, Review of scientific instruments, Volume 74, Number 3 (March 2003)
4. R. G. Leisure and F. A. Willis, *Resonant ultrasound spectroscopy*, J. Phys.: Condensed Matter 9 (1997) 6001-6029 (1997)