



## Oscilación, Colisión y Alcances Máximos

G. Del Valle, M. G. Hernández Morales, R. Espíndola-Heredia, D. Muciño, G. Gallardo.

Departamento de Ciencias Básicas, Área de Física Atómica y Molecular, Universidad Autónoma Metropolitana, Azcapotzalco, Laboratorio de Investigación en Dinámica Rotacional Edificio G-103, Av. San Pablo 180, Azcapotzalco., México D. F.

### RESUMEN

En este trabajo se estudia en forma analítica y experimental, la colisión entre dos cuerpos de masa  $m_1$  y  $m_2$ , el primer cuerpo se encuentra efectuando un movimiento oscilatorio, como el de un péndulo simple, el segundo cuerpo se encuentra en reposo. Los objetos de estudio se colocaron de forma tal que hubiera colisión del primer cuerpo sobre el segundo, para determinar la altura máxima a la que llega el cuerpo de masa  $m_2$ , así como la distancia horizontal (alcance máximo) que se obtiene por efecto de la colisión. Se plantean las ecuaciones de movimiento para ambos cuerpos y se resuelven variando las condiciones iniciales, además de colocar distintos tipos de esferas; obteniéndose así, alcances y alturas diferentes.

### 1. INTRODUCCIÓN

En cursos básicos de mecánica clásica, se suelen estudiar temas como colisiones elásticas, inelásticas, así como la conservación de la energía y el momento lineal que, entre otros temas, se hace mucho hincapié en el estudio de choques elásticos que analizaremos en este trabajo.

El propósito de esta propuesta experimental se basa en estudiar estos temas desde un punto de vista sistemático, es decir, en aplicar los conceptos y analizarlos de principio a fin del fenómeno físico desarrollado, por lo tanto se hablará de las colisiones de pelotas rígidas, como puede ser una pelota de ping-pong, goma y otros como balines de hierro y latón, las cuales están chocando entre sí, las masas de hierro se colocan en el péndulo y las masas de latón, goma y celuloide (ping-pong) en un soporte en el cual se encuentran en reposo. En términos generales, consideraríamos que tales colisiones son colisiones completamente elásticas, esto es, de acuerdo a la teoría se conservará tanto el momento lineal o cantidad de movimiento como la energía mecánica total.

### 2. TEORÍA

Si bien esta dicho la mayor parte de los fenómenos que nos podemos encontrar en la vida cotidiana podríamos describirlos de una manera detallada, sin embargo en ocasiones es posible poder definir con expresiones simples que podemos encontrar en literatura básica de física sin necesidad de tener amplios conocimientos.

Ahora bien, para poder describir el movimiento de dos masa  $m_A$  y  $m_B$ , en donde  $m_B$  esta en reposo y la masa  $m_A$  está en movimiento debido a que se encuentra de tal manera que está efectuando un movimiento armónico simple, como se muestra en la Figura 1, el movimiento efectuado por la partícula  $m_A$  que está en movimiento se impactará durante su trayectoria con el cuerpo de masa  $m_A$ .



por efecto de la colisión el cuerpo de masa  $m_A$  con  $m_B$  el cuerpo que inicialmente está en reposo saldrá disparado, entonces es después del choque que nos interesara hacer el análisis pues por efecto del choque el cuerpo de masa  $m_B$  podrá tener un alcance máximo sobre el eje de las  $x$ . Entonces lograr obtener el máximo alcance de la masa  $m_B$  después del choque entre ambas masas.

Para poder analizar el movimiento de las partículas será necesario plantear las ecuaciones necesarias, sin embargo debido a la trayectoria que describirán las partículas será necesario dividir el movimiento en tres puntos A, B y C como se muestra en la figura 1, planteado las ecuaciones de movimiento tantas como sean necesarias de punto a punto.

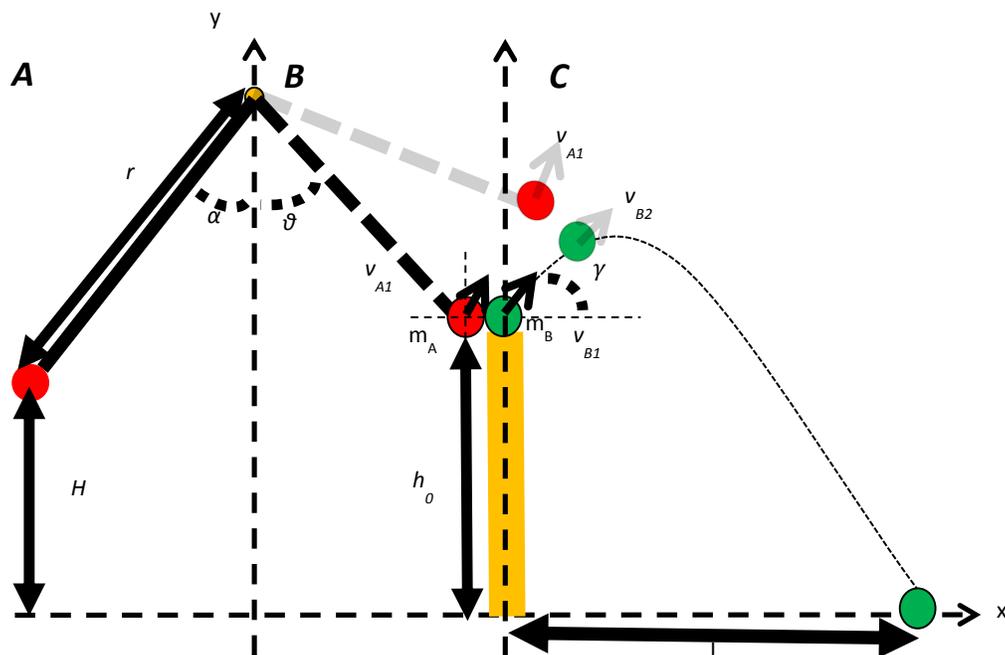


Figura 1. diagrama del arreglo usado en la parte experimental

En principio plantearemos las ecuaciones de movimiento del punto A al punto B, en donde se describe un movimiento oscilatorio representado por un péndulo físico, para poder describir este movimiento haremos uso de la ley de conservación de la energía descrita por:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \quad (1)$$

Esta ecuación queda en términos de las variables que se muestran en la figura 1 para la conservación de la energía cinética y a energía potencial como se muestra a continuación

$$m_A g H = m_A g h_0 + \frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 \quad (2)$$

Las cuales están presentes durante la trayectoria de la partícula, ahora bien dejando la ecuación (2) en términos de  $\alpha$  y  $\theta$  la ecuación (2) puede reescribirse de la siguiente manera:



$$-m_A g r \cos \alpha = -m_A g r \cos \theta + \frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 \quad (3)$$

De donde podremos obtener la velocidad al momento de impactarse con la masa  $m_B$  que inicialmente está en reposo

$$v_{A1} = \sqrt{2gr(\cos \theta - \cos \alpha)} \quad (4)$$

Ahora bien en el punto B podremos hacer el análisis mediante la conservación de la energía cinética y la conservación del momento lineal en el momento en que se efectúa un choque totalmente elástico entre la masa  $m_A$  al impactarse con la masa  $m_B$ , otra gran consideración que de hecho es la base para que los cálculos no sean tan complicados. Para esto plantearemos la conservación del momento lineal

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2} \quad (5)$$

Para este caso en particular  $v_{B1} = 0$ , ahora bien para la conservación de la energía cinética se tiene o siguiente

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B1}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2}^2 \quad (6)$$

Sin embargo para poder obtener las velocidades de la masa  $m_A$  y  $m_B$  después del impacto se hará un análisis de la conservación de la energía y de la conservación del momento lineal en sus componentes  $x$  y  $y$  quedando de la siguiente manera

$$m_A v_{A1x} = m_A v_{A2x} + m_B v_{B2x} \quad (7)$$

$$m_A v_{A1y} = m_A v_{A2y} + m_B v_{B2y} \quad (8)$$

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1x}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2x}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2x}^2 \quad (9)$$

$$\frac{1}{2} m_A v_{A1y}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A2y}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B2y}^2 \quad (10)$$

De lo que podremos obtener las siguientes expresiones para las velocidades en términos de las masas:

$$v_{B2x} = v_{A1x} + v_{A2x} \quad (11)$$

$$v_{B2y} = v_{A1y} + v_{A2y} \quad (12)$$

$$v_{A2x} = v_{A1x} \left( \frac{m_A - m_B}{m_B + m_A} \right) \quad (13)$$

$$v_{A2y} = v_{A1y} \left( \frac{m_A - m_B}{m_B + m_A} \right) \quad (14)$$

Ahora bien hasta el momento solo hemos analizado del punto A al punto B y el choque en el punto B, sin embargo no ha terminado el análisis ya que el objetivo es poder encontrar el alcance máximo de la masa  $m_B$  después del impacto por lo que ahora tendremos que analizar el movimiento de dicha



masa después de que es impactada por la masa  $m_A$ . El movimiento descrito tras el impacto obedece las ecuaciones de tiro parabólico que en términos de las variables planteadas para este movimiento quedando de la siguiente manera del punto B al punto C de la figura 1.

$$L = r \operatorname{sen} \theta + v_{B2x} \operatorname{cos} \gamma t_f \quad (15)$$

$$0 = h_0 + r(1 - \operatorname{cos} \theta) + v_{B2y} \operatorname{sen} \gamma t_f - \frac{g}{2} t_f^2 \quad (16)$$

Y de (16) despejamos  $t_f$  y sustituimos en (15) podremos obtener la siguiente relación para el alcance máximo de la masa  $m_B$  después del impacto.

$$L = r \operatorname{sen} \theta + v_{B2x} \operatorname{cos} \gamma \left( v_{B2y} \operatorname{sen} \gamma + \sqrt{\frac{(v_{B2y} \operatorname{sen} \gamma)^2}{g^2} + \frac{(2g)(h_0 + r(1 - \operatorname{cos} \theta))}{g^2}} \right) \quad (17)$$

(17) sería el alcance máximo alcanzado por la masa  $m_B$  después del choque.

### 3. PARTE EXPERIMENTAL

Lo realizado en la parte experimental corresponde en gran parte a el arreglo mostrado en las figuras 1 y 2 de las cuales el arreglo consta de un péndulo físico sujeto a un motor el cual lo hace oscilar con una frecuencia dada por el usuario a través de una interface en un software computacional de Pasco® llamado "Pasco Capstone" el cual nos ayuda a regular este mecanismo de oscilación del péndulo físico, además un soporte donde se colocan las masas que se encuentran en reposo y que posteriormente entra en colisión con la masa sujeta en el péndulo físico mediante una bobina, la cual genera un campo magnético y logra sostener las esferas metálicas.

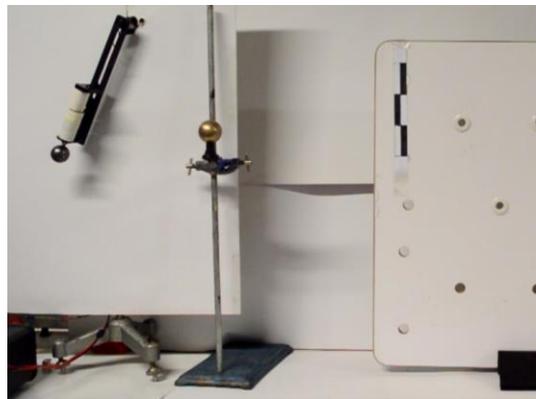


Figura 2. Arreglo experimental montado para medir el alcance máximo

Al realizar los distintos experimentos utilizando el arreglo anterior, experimentando con las distintas masas y tomando los datos más representativos después de realizar los experimentos (tomados de



Tracker<sup>1</sup>, análisis de video) las cuales nos entregan los datos (Tabla 1 y Grafica 1), que en este caso queríamos encontrar, después de sufrir un choque totalmente elástico con un objeto de distinta masa.

	A(X)	B(Y)
Long Name	Masa B	posicion
Units	s	m
Comments	tiempo	posicion(X)
1	0.3003	5.84127E-4
2	0.31898	0.00329
3	0.33967	0.00629
4	0.35035	0.00912
5	0.36703	0.01153
6	0.38372	0.01435
7	0.4004	0.0173
8	0.41708	0.02024
9	0.43377	0.02306
10	0.45045	0.02612
11	0.46713	0.02877
12	0.48382	0.03166
13	0.5005	0.03478
14	0.51718	0.03778
15	0.53387	0.04078
16	0.55055	0.0439
17	0.56723	0.04713
18	0.58392	0.05002
19	0.6006	0.05331
20	0.61728	0.05614
21	0.63397	0.05932
22	0.65065	0.06232
23	0.66733	0.06614
24	--	--
25		
26		

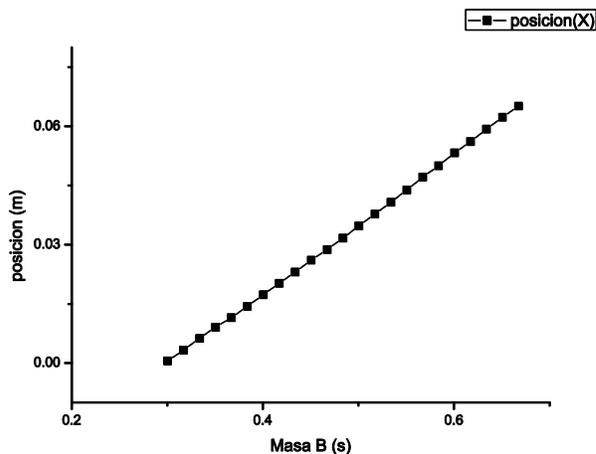


Tabla 1. Datos obtenidos experimentalmente. Grafica 1. Muestra la longitud experimental máxima alcanzada

Continuando con experimentos logramos darnos cuenta de varias implicaciones en el modelo, como lo son: el mal posicionamiento de la masa  $m_A$  afecta directamente sobre la trayectoria de la masa  $m_B$  así mismo al hacer la toma de videos de los experimentos debe tenerse mucho cuidado en no mover las referencias ya que esto también influye en los choques.

Por otro lado es importante las consideraciones teóricas y conocer los conceptos básicos de choques elásticos, pues ello no solo nos ayuda en la comprensión de cómo se realizan los choques, sino además comprendemos de una mejor manera como se efectúan este tipo de colisiones y que tanto difiere la teoría de la parte experimental.

#### 4. CONCLUSIONES

Podemos decir que después de haber realizado el análisis tanto teórico como experimental de este sistema, logramos tener alcances máximos para colisiones elásticas entre dos cuerpos de distintas masas. Así logramos involucrarnos con conceptos como los ya mencionados y al mismo tiempo estos conceptos se vuelven más claros, pues los choques elásticos, así como otros conceptos de mecánica clásica que en apariencia son sencillos, involucran este tipo de experimentos por demás interesantes y divertidos.

#### BIBLIOGRAFÍA

- [1] Tracker, Video Analysis and Modeling Tool, consultado el día 24 de marzo de 2015: <https://www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/>
- [2] SEARS, ZEMANSKY, YOUNG, FREEDMAN: " Física Universitaria", Vol. I, 12a Ed Pearson, 2009, pp 247-273
- [3] FÍSICA TIPLER/ MOSCA 1. PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA VOL. I
- [4] Mecánica, Berkeley Physics Course Volumen 1, pp 181-207
- [5] "How far can Tarzan jump?", Hiroyuki Shima, Eur. J. Phys. 33 (2012) 1687–1693

<sup>1</sup> Software Libre [1].

