SECUENCIACIÓN DE UNA LÍNEA DE PRODUCCIÓN CON MÁQUINAS EN PARALELO MEDIANTE PROGRAMACIÓN ENTERA MIXTA MULTI-OBJETIVO

Beatriz Murrieta Cortés[ab], Juan Carlos Espinoza García[ac], Fabiola Regis Hernández[ad]

[a]Escuela de Mecánica Industrial, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.
[b]bmurriet@itesm.mx, jc.espinoza@gmail.com, frinter@gmail.com

RESUMEN

Se presenta un algoritmo para la optimización de la programación de producción considerando un problema de secuenciación de una línea de producción con máquinas en paralelo. El objetivo es el la optimización de la programación de producción utilizando un modelo de programación entera multi-objetivo con funciones objetivo ponderadas. Los cambios presentados por los clientes, tales como modificaciones en las fechas y cantidades a entregar son considerados en la modelación del problema, ya que generan cambios en los requerimientos de materiales del proveedor y administración de inventarios. La minimización del tiempo de espera para que la orden de producción sea procesada y el uso de recursos, son las funciones objetivo utilizadas. Se presentan problemas numéricos diseñados y modelados con información de una empresa mexicana, utilizando diferentes valores de números de partes a ser programadas para su manufactura y el nivel de precisión de la solución es relevante para este tipo de problema. Los resultados computacionales demuestran que el modelo matemático propuesto, provee flexibilidad con modificaciones mínimas e incluso puede considerar el incremento de funciones objetivo a ser ejecutadas simultáneamente.

1. INTRODUCCIÓN

Sule (1996) define la programación como “el acto de definir prioridades con el propósito de cumplir requerimientos, restricciones u objetivos”.

En la industria, la programación de la producción impacta directamente en el desempeño de la empresa, debido al cumplimiento de las fechas de entrega. Los cambios dados por los clientes en estas fechas y las cantidades a entregar son dos de los obstáculos considerados en el problema presentado en este trabajo.

A través de una programación óptima, la empresa busca reducir tanto los niveles de inventario en proceso como los niveles de inventario en producto terminado.

En la literatura se puede encontrar este problema resuelto con algoritmos aproximados, como algoritmos genéticos, búsqueda tabú y recocido simulado (Allahverdi et al. 2008). Sin embargo, la investigación se ha enfocado en métodos exactos dadas las necesidades de la industria. La programación matemática multi-objetivo (PMM) es uno de los métodos exactos utilizados debido a que la principal característica de los problemas en la industria es que involucra más de un objetivo y un amplio rango de restricciones.

El caso que se presenta en este trabajo tiene dos principales problemas: acumulación de inventario (en proceso y de producto final) y el uso de tiempos de entrega más largos para asegurar la entrega en tiempo a los clientes. Para el planteamiento del problema se considera como primer criterio minimizar el tiempo de espera para la orden de producción. La minimización de recursos es considerada como un criterio auxiliar.

En este trabajo se presenta el diseño de un algoritmo para la programación de líneas de producción con máquinas paralelas. La solución a este problema se estructura en tres fases: el diseño de un modelo de programación entera mixta para la optimización de la programación de la producción con una función objetivo (minimización del tiempo de espera para la orden de producción o minimización de los recursos utilizados); el desarrollo y ejecución del modelo de programación entera mixta flexible; y finalmente la implementación del método con restricción ϵ AUGMECON, el cual considera ambas funciones objetivo simultáneamente (minimización del tiempo de espera para la orden de producción o minimización de los recursos utilizados).

2. CASO DE ESTUDIO

Una compañía mexicana produce aproximadamente 150 números de parte diferentes y deben ser programados para entrar a producción y cumplir con una demanda desconocida y fluctuante. El programador de producción debe considerar los cambios en las fechas y cantidades de entrega, materiales requeridos y la administración de inventarios (materia prima, producto en proceso y producto terminado), así como los problemas que ocurran durante la producción, haciendo que el proceso de toma de decisiones sea más complejo de acuerdo a la cantidad de números de parte considerados.

Debido a sus características, el problema se representa como F7(Pm1, Pm5)|ddj|°, el cual se basa en la categoría propuesta por (Phadnis et al. 2003) para la programación de flow-shop con máquinas paralelas. La categoría presentada indica un problema con *m* centros de trabajo en la planta, y que todos los trabajos serán procesados en la misma secuencia. El problema se complica debido a que considera máquinas paralelas en dos etapas del proceso de producción, el cual se presenta en la Figura 1.

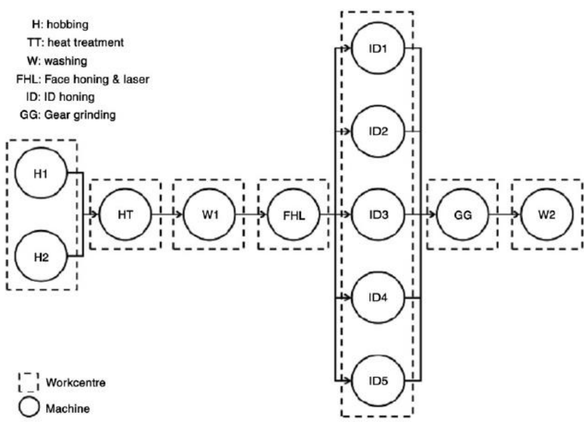

Figure 1. Centros de trabajo

Considerando como funciones objetivo la minimización del tiempo de espera de la orden de producción para ser procesada y la minimización de los recursos utilizados, se presenta un modelo de programación entera mixta multi-objetivo, considerando el método de restricción ϵ AUGMECON. En este método es importante dar prioridades a las funciones objetivos. El modelo considera en primera instancia la función objetivo con mayor prioridad y utiliza la solución obtenida como restricción cuando se ejecuta el modelo con la siguiente función objetivo (segunda prioridad) (Mavrotas 2009).

2.1. REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

Índices:

i: todos números de parte a programar

ACT_i: todos los números de parte a programar en el tiempo presente

j: todas las máquinas y centros de trabajo en el piso

{H0, H1, H2, TT, W1, FHL, ID0, ID1, ID2, ID3, ID4, ID5, GG, W2}

WC_j: todos los centros de trabajo en el piso
{H0, TT, W1, FHL, ID0, GG, W2}

MAC_j: todas las máquinas en el piso
{H1, H2, WAS1, FHL, ID1, ID2, ID3, ID4, ID5, GG, WAS2}

Existen *c* subconjuntos de *J*, donde *c* es el número de centros de trabajo con máquinas paralelas.
$H0_j$: {H1, H2}; $ID0_j$: {ID1, ID2, ID3, ID4, ID5}

Datos:
Q_{ij}: tamaño de lote por número de parte *i* a ser procesado en la entidad *j*
P_{ij}: tiempo de procesamiento por número de parte *i* en entidad *j*
ST_j: tiempo de preparación para la máquina MAC_j
M: suma de tiempos de procesamiento y preparación de todos los números de parte en todas las máquinas
DD_i: fecha de entrega para cada número de parte *i*
$SEC_{i,j,jj} = 1$ siempre y cuando un número de parte *i* sea procesado en la máquina *jj* inmediatamente después de ser procesado en la máquina *jj*.

Variables de decisión:
x_{ij}: tiempo de inicio del número de parte *i* en la máquina *j*, $x_{ij} \geq 0$, para toda *i* y toda *j*.
w_{ij}: igual a 1 si el número de parte *i* es procesado en la máquina *j*, 0 en caso contrario.
$y_{i,ii,j}$: igual a 1 si el número de parte *i* es procesado en la máquina *j* antes del número de parte *ii*, 0 en caso contrario.

Funciones objetivo:

$$\min z = \sum_{i \in I} [DD_i - x_{i,H0}] \qquad (1)$$

$$\min z = \sum_{i \in I} [w_{i,H0B1}] + 2 * \sum_{i \in I} [w_{i,H0B2}] + \sum_{i \in I} [w_{i,ID01}] + 2 * \sum_{i \in I} [w_{i,ID02}] + 3 * \sum_{i \in I} [w_{i,ID03}] + 4 * \sum_{i \in I} [w_{i,ID04}] + 5 * \sum_{i \in I} [w_{i,ID05}] \qquad (2)$$

Sujeto a:

$$x_{i,j} + (p_{i,j} Q_{i,j} + ST_j) w_{i,j} \leq x_{i,j+1} \qquad \forall i \in ACT_i, SEC_{i,j,jj} = 1 \qquad (3)$$

$$x_{i,j} + (p_{i,j} Q_{i,j} + ST_j) w_{i,j} \leq x_{ii,j} + M(1 - y_{i,ii,j}) \qquad \forall i, ii \in ACT_i, j \in MAC_j \qquad (4)$$

$$x_{ii,j} + (P_{ii,j} Q_{ii,j} + ST_j) w_{ii,j} \leq x_{i,j} + M y_{i,ii,j} \qquad \forall i, ii \in ACT_i, j \in MAC_j \qquad (5)$$

$$xx_{i,j} = x_{i,j} \qquad \forall i \in ACT_i, j \in H_j \mathrm{v} ID_j \qquad (6)$$

$$xx_{i,j} - M w_{i,j} \leq 0 \qquad \forall i \in ACT_i, j \in H_j \mathrm{v} ID_j \qquad (7)$$

$$xx_{i,j} - x_{i,c} \leq 0 \qquad \forall i \in ACT_i, j \in C, C = \{H_j, ID_j\} \qquad (8)$$

$$x_{i,c} - xx_{i,c} + M w_{i,j} \leq M \qquad \forall i \in ACT_i, j \in C, C = \{H_j, ID_j\} \qquad (9)$$

$$\sum_{j \in H_j} w_{i,j} = 1 \qquad \forall i \in ACT_i \qquad (10)$$

$$\sum_{j \in ID_j} w_{i,j} = 1 \qquad \forall i \in ACT_i \qquad (11)$$

$$\sum_{j \in J} w_{i,j} = L_i \qquad \forall i \in ACT_i \qquad (12)$$

$$x_{i,J} + (P_{i,J} Q_{i,J} + ST_J) w_{i,J} \leq DD_i \qquad \forall i \in ACT_i \qquad (13)$$

Las ecuaciones (1) y (2) representan la minimización del tiempo de espera de las órdenes a ser procesadas y la minimización de recursos respectivamente. La ecuación (3) asegura que la máquina está procesando un número de parte y que no puede ser utilizada para procesar otro número de parte en ese momento. Las restricciones (4) y (5) son las responsables del procesamiento de la secuenciación actual. En las ecuaciones (6) y (7) se crea una variable ficticia ($xx_{i,j}$) con el valor del tiempo inicial en la máquina *j* para no perder información. Cuando el recurso no es utilizado ($w_{i,j} = 0$), el valor de la variable ficticia es cero. Las ecuaciones (8) y (9) asignan el valor del tiempo inicial a la máquina *j* ($xx_{i,j}$) como el tiempo inicial del centro de trabajo.
Para el proceso de máquinas paralelas, las ecuaciones (10) y (11) aseguran que cuando más de un recurso está disponible para un número de parte, esta última es procesada en sólo uno de los recursos.
Para asegurar que los números de parte cumplan con todos los procesos por los que tiene que pasar, se presenta la restricción (12), en donde L_i representa el vector que contiene los trabajos que deben ser completados para cada número de parte *i*. Finalmente, la ecuación (13) asegura que un número de parte cumple con la fecha de entrega cuando se obtiene una solución factible.

2.2. IMPLEMENTACIÓN DEL MÉTODO DE RESTRICCIÓN Є AUGMECON

Función objetivo

$$\max z = f_1(x) + eps * \left(\frac{s_2}{r_2} + \cdots + \frac{s_{p-1}}{r_{p-1}} + \frac{s_p}{r_p}\right)$$

Sujeto a:

$$x \in S$$
$$f_k(x) - S_k = e_k \quad k = 2, \ldots, p$$

Donde:

$$e_k = lb_k + (i_k * r_k)/g_k$$

lb_k es el límite inferior para la función objetivo *k*, r_k es el rango de la función objetivo *k*, S es la región factible del problema original, *eps* es un número muy pequeño (10^{-3} to 10^{-6}) and s_k es una variable de holgura no negativa (*k* = 2, …, *p*).
Para la correcta implementación del método, se utiliza una tabla que contiene sólo soluciones óptimas para cada función objetivo. En caso de que no todas las soluciones sean eficientes se utiliza la optimización lexicográfica para generar la tabla con soluciones óptimas (Mavrotas 2009).

3. EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Como se explicó en la sección anterior, la implementación del método AUGMECON requiere soluciones óptimas, por lo que para la experimentación sólo se consideraron aquellos problemas con los que se obtienen soluciones óptimas al considerar una sola restricción (5, 10 y 15 trabajos) mostrados en la Tabla 1.
Los resultados obtenidos (Tabla 2) muestran que las reducciones en el tiempo de espera no reduce la cantidad de recursos requeridos, de igual forma ocurre en caso contrario. Cuando consideramos la minimización de los recursos y el tiempo de espera simultáneamente utilizando el método AUGMECON, la mejor configuración obtenida es cuando damos mayor prioridad a la minimización de los recursos.
En este caso el modelo fue planteado con 2 funciones objetivos, sin embargo puede ser utilizado para más de dos funciones objetivo.

Número de parte (i)	Tamaño de lote (Qij)	Semanas para completar el trabajo (DDi)
496,532	402	5
496,536	106	2
496,531	1520	5
496,543	420	4
496,607	242	5
496,615	40	5
496,502	450	5
496,535	16	2
496,611	232	2
496,508	348	5
496,510	29	4
496,628	266	3
496,606	124	2
496,513	324	5
496,585	80	2

Tabla 1. Datos utilizados para las pruebas

	Recursos			Tiempo de espera para que la orden sea procesada		
	5	10	15	5	10	15
Una función objetivo						
Tempo de espera para que la orden sea procesada	7	7	7	24,000.00	24,000.00	22,343.34
Recursos	10	10	11	12,421.88	12,421.88	12,421.88
Modelo multi-objetivo						
Tempo de espera para que la orden sea procesada (mayor prioridad)	7	7	7	12,898.36	13,416.56	13,627.45
Recursos (mayor prioridad)	8	8	9	12,421.88	12,421.88	12,421.88

Tabla 2. Resultados experimentales

4. CONCLUSIONES

El modelo de programación entera mixta multi-objetivo desarrollado produce soluciones óptimas o muy cercanas a la óptima, considerando los datos del problema estudiado.

El modelo matemático provee flexibilidad en el ambiente de manufactura presentado. Con mínimas modificaciones, es posible considerar más de una función objetivo simultáneamente. Lo anterior permite obtener información importante para la toma de decisiones.

El software utilizado para obtener estas soluciones es comercial y utilizado para propósitos generales, por lo que se puede considerar que utilizar un algoritmo específico para este problema permita obtener mejores resultados.

BIBLIOGRAFÍA

1. Allahverdi, A., et al., 2008. A survey of scheduling problems with set up times or costs. European Journal of Operational Research, 187 (3), 985–1032.
2. Mavrotas, G., (n.d.). Generation of efficient solutions in Multiobjective Mathematical Programming using GAMS.
3. Phadnis, S., Brevick, J., and Irani, S., 2003. Development of a new heuristic for scheduling flow-shops with parallel machines by prioritizing bottleneck stages. Journal of Integrated Design & Process Science, 7 (1), 87–97.
4. Sule, D., 1996. Industrial scheduling. Boston: PWS Publishing Company.
5. Espinoza, J.C. 2010. Secuenciación de una línea de producción con máquinas en paralelo mediante programación entera mixta. Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.